

УДК 550.34.013

ГЕОФИЗИКА

Э. Н. БЕССОНОВА, Г. А. СИТНИКОВА, В. М. ФИШМАН

НОВЫЙ МЕТОД ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГОДОГРАФОВ РЕФРАГИРОВАННЫХ ВОЛН (МЕТОД τ)

(Представлено академиком М. А. Садовским 4 XI 1972)

Здесь рассматривается задача об определении сейсмического разреза по продолжительностям пробега объемной волны T_i , заданным на дискретных расстояниях X_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Разрез в этом случае определяется неоднозначно и задача формулируется так. Имеется набор T_i , X_i , заданных с ошибками. Некоторые X_i могут быть равны между собой; соответствующие T_i будут относиться к разным ветвям годографа. Требуется построить область, содержащую все такие разрезы, для которых годографы согласуются с заданными точками $T_i(X_i)$. Априорные предположения следующие: скорость волны зависит только от глубины; волна распространяется по законам геометрической сейсмики; среда имеет конечное число волноводов; скорость в волноводах ограничена снизу некоторыми константами. При первых трех предположениях М. Л. Гервер и В. М. Маркушевич (¹, ²) получили решение обратной задачи для случая, когда годограф задан точно и непрерывно. Мы будем опираться на это решение.

Используем свойства исследованной в (¹, ²) функции $\tau(p) = 1/2[T(p) - pX(p)]$; здесь p — лучевой параметр, равный производной годографа по расстоянию. Решение строится в два этапа. Сначала по $T_i(X_i)$ строится полоса, содержащая $\tau(p)$; при этом используется то, что $\tau(p)$ есть особое решение уравнения Клеро с годографом $T(X)$ в качестве свободного члена. Затем по этой полосе находится на плоскости (Y, V) область, содержащая все разрезы, удовлетворяющие наблюдаемому годографу; конкретные разрезы не разыскиваются.

1. Переход от $T_i(X_i)$ к $\tau(p)$. Если бы данные $T_i(X_i)$ не содержали ошибок и были разбиты на группы, соответствующие отдельным ветвям, то задача построения $\tau(p)$ по $T_i(X_i)$ свелась бы к задаче восстановления выпуклой кривой по ограниченному набору ее касательных, ибо график $\tau(p)$ — выпуклый вверх для прямого хода годографа и выпуклый вниз для обратного. В п.2 мы укажем два алгоритма решения этой задачи. Но такое разбиение не всегда возможно, так как дискретность данных и ограниченная разрешающая способность записи не позволяют выделять небольшие петли годографа.

Дадим определение петли. Пусть годограф на некотором интервале расстояний задан функцией $T(X)$. Построим графики однозначных функций $\underline{T}(X) = \inf_x T(X)$ и $\bar{T}(X) = \sup_x T(X)$ для прямого и обратного хода соответственно. Очевидно, что $\underline{T}(X)$ есть годограф первых вступлений. Тогда петлей мы будем называть любое связное подмножество графика $T(X)$, не принадлежащее $\underline{T}(X)$ или $\bar{T}(X)$.

Чтобы учесть возможность пропуска петли в случае реальных данных, заключим наблюдаемые точки годографа в полосу на плоскости (T, X) ,

заведомо содержащую все вступления и ограниченную снизу $T_*(X)$, а сверху $T^*(X)$. T_* и T^* должны удовлетворять тем же условиям, что и годограф без петель: их наклон должен меняться монотонно от $\bar{p}$ до $\underline{p}$. Здесь $\bar{p}$ и $\underline{p}$ — априорные оценки максимального и минимального наклона истинного годографа на изучаемом интервале X . Если для получения этих оценок нет необходимой информации, то приходится взять $\bar{p} = 1$, $\underline{p} = 0$.

Будем рассматривать T_* и T^* как годографы. Построим для них функции $\tau_* = T_* - pX(p)$ и $\tau^* = T^* - pX(p)$. Практически удобнее задавать $T_*(X)$ и $T^*(X)$ в дискретном наборе точек. Тогда, поскольку T_* и T^* выпуклы, τ_* и τ^* можно получить по способу, описанному в п.2.

Можно доказать такое утверждение: графики $\tau(p)$, соответствующие всем годографам, проведенным через наблюдаемые точки $T_i(X_i)$ будут заключены на плоскости (τ, p) внутри полосы $\tau_*(p) \leq \tau(p) \leq \tau^*(p)$. Эта полоса может оказаться чересчур широкой. Она сузится, если можно заранее разделить $T_i(X_i)$ на крупные участки прямого и обратного хода, хотя бы и осложненные возможными петлями.

2. Восстановление выпуклой кривой по дискретному набору ее касательных. Пусть задан многоугольник с числом сторон, не меньшим 5, описанный вокруг некоей выпуклой кривой. Очевидно, что эта кривая заключена между исходным многоугольником и внутренним, полученным при пересечении прямых, соединяющих вершины исходного через одну. Отсюда ясно, как можно найти пределы для выпуклого участка кривой $\tau(p)$. Исходный многоугольник будет образован прямыми $l_i = T_i - pX_i$, $0 \leq p \leq 1$.

Если кривая — маловыпуклая функция, то описанная процедура неустойчива, так как она связана с нахождением точки пересечения прямых с близкими наклонами. Для маловыпуклых функций предлагается другая процедура. Расположим X_i по возрастанию. Рассмотрим $l_i(p_0)$, где p_0 — некоторое фиксированное значение p ; для $l_i(p_0)$ возможно три случая поведения. С увеличением i $l_i(p_0)$ может монотонно убывать, монотонно возрастать или иметь экстремум при некотором $i = i^*$ (максимум для выпуклой вниз $\tau(p)$ и минимум для выпуклой вверх). Пусть рассматриваемый участок годографа соответствует прямому ходу. Тогда можно утверждать следующее: в первом случае p_0 слишком велико, во втором слишком мало и, следовательно, не встречается на данном участке годографа. В третьем случае можно утверждать, что $\tau(p_0) \geq l_{i^*}(p_0)$. Для обратного хода годографа третий случай означает, что $\tau(p_0) \leq l_{i^*}(p_0)$.

Вторую границу для $\tau(p_0)$ можно найти, разлагая $\tau(p)$ в ряд Тейлора вблизи p^* , для которого l_{i^*} — касательная к τ в точке p^* . Так, для выпуклой вниз $\tau(p)$ имеем

$\tau(p_0) \leq l_{i^*}(p_0) + \frac{1}{2} \max X'(p) \cdot \max \{(p_0 - \underline{p}_0)^2, (p_0 - \bar{p}_0)^2\}$, $p \in (\bar{p}_0 - p_0)$; $\underline{p}_0$ — нижняя, а $\bar{p}_0$ — верхняя грань тех значений p , при которых $l_{i^*}(p)$ максимально для всех $l_i(p)$.

Оценки на $\tau(p)$ между двумя соседними полосами, которые соответствуют разным ветвям годографа, а также оценки на некоторые параметры волноводов могут быть получены с помощью «метода параллелограммов» (см. (3, 4)).

3. Переход от $\tau(p)$ к $Y(p)$. $Y(p)$ — это самая глубокая точка на луче с параметром p , причем функция $Y(p)$ вне волноводов совпадает со скоростным разрезом (см. (1, 2)). Чтобы построить оценки на $Y(p)$, исходя из оценок на $\tau(p)$, мы переходим к $\bar{Y}(a, b)$ — среднему значению $Y(p)$ на интервале (a, b) , строим оценки на это среднее значение по оценкам на $\tau(p)$, а затем, учитывая монотонность функции $Y(p)$, от оценок на $\bar{Y}(a, b)$ переходим к оценкам на $Y(p)$.

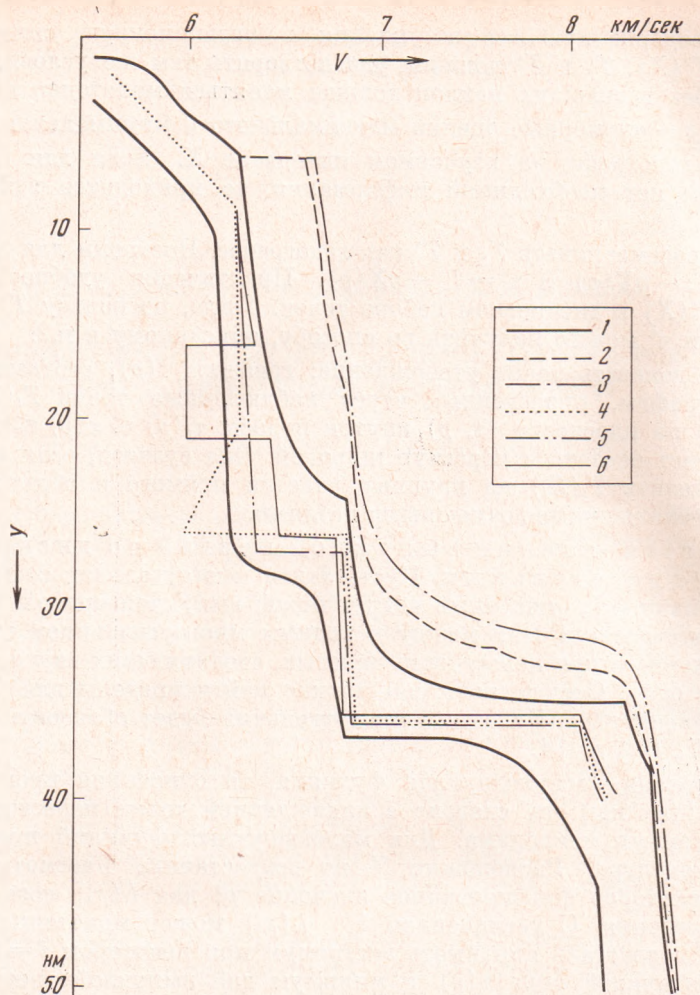


Рис. 1. Область, содержащая все допустимые скоростные разрезы: 1 — верхняя граница области; 2 — нижняя граница области при отсутствии волноводов; 3, 4 — нижняя граница области вне волноводов, минимальная скорость в волноводах 6 (3), 5,5 км/сек (4); 5, 6 — разрезы, годографы которых совпадают с наблюдаемым с точностью до 0,1 сек

Можно показать, что при отсутствии волноводов

$$\underline{\Phi}_1(a, b) \leq \bar{Y}(a, b) \leq \bar{\Phi}_1(a, b),$$

где

$$\bar{\Phi}_1(a, b) = \frac{2}{\pi(b-a)} \int_a^1 \eta^*(q, a, b) \beta(q, a, b) dq,$$

$$\underline{\Phi}_1(a, b) = \frac{2}{\pi(b-a)} \int_a^1 \eta_*(q, a, b) \beta(q, a, b) dq;$$

$$\eta^*(q, a, b) = \begin{cases} \tau^*(q) & \text{для } a \leq q \leq b, \\ \tau_*(q) & \text{для } b < q \leq 1, \end{cases}$$

$$\eta_*(q, a, b) = \begin{cases} \tau_*(q) & \text{для } a \leq q \leq b, \\ \tau^*(q) & \text{для } b < q \leq 1; \end{cases}$$

τ^* и τ_* — верхняя и нижняя оценки на $\tau(p)$ соответственно,

$$\beta(q, a, b) = \begin{cases} \frac{a}{q \sqrt{q^2 - a^2}} & \text{для } a \leq q \leq b, \\ \frac{a}{q \sqrt{q^2 - a^2}} - \frac{b}{q \sqrt{q^2 - b^2}} & \text{для } b < q \leq 1. \end{cases}$$

При наличии волноводов

$$\underline{\Phi}_1(a, b) - \bar{\Psi}(a, b) \leq \bar{Y}(a, b) \leq \bar{\Phi}_1(a, b) - \underline{\Psi}(a, b),$$

где

$$\bar{\Psi}(a, b) = \sum_{\substack{i \\ q_i > a}} \frac{\sigma_i^{\max}}{\sqrt{(q_i^{\min})^2 - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2}} \left(1 - \frac{\arctg \theta_i^{\max}}{\theta_i^{\max}}\right),$$

$$\underline{\Psi}(a, b) = \sum_{\substack{i \\ q_i > a}} \frac{\sigma_i^{\min}}{\sqrt{(q_i^{\max})^2 - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2}} \left(1 - \frac{\arctg \theta_i^{\min}}{\theta_i^{\min}}\right);$$

$(q_i^{\min}, q_i^{\max})$ — интервал p , на котором предполагается i -й волновод;
 $(\sigma_i^{\min}, \sigma_i^{\max})$ — оценки на скачок функции τ , связанный с i -м волноводом;

$$\theta_i^{\max} = \sqrt{\frac{(u_i^{\max})^2 - (q_i^{\min})^2}{(q_i^{\min})^2 - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2}}, \quad u_i^{\max} = \frac{1}{V_i};$$

V_i — ограничение снизу на скорость в i -м волноводе,

$$\theta_i^{\min} = \frac{\sigma_i^{\min}}{h_i^{\max} \sqrt{(q_i^{\max})^2 - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2}};$$

$h_i^{\max}$ — ширина самого широкого прямоугольного волновода, соответствующего данному скачку σ_i (см. (1, 2)).

Приведенная теория была опробована на годографе наблюдений ГСЗ в Туркмении (см. (5, 6)). С помощью ЭВМ оценки на $\tau(p)$ были переведены в область возможных разрезов, представленную на рис. 1. Полученная область дает хорошее представление об изменении скорости с глубиной внутри земной коры и позволяет довольно точно определить ее параметры (например, мощность коры). Результаты хорошо согласуются с имеющимися представлениями о строении земной коры в рассматриваемом районе, во многом дополняя и уточняя их.

Вместе с тем рисунок показывает, что имевшиеся в нашем распоряжении данные позволяют определять скоростной разрез лишь с существенной неоднозначностью. В частности, вопрос о существовании волноводов остается открытым.

Основное достоинство изложенного метода решения обратной задачи — надежность и независимость от большого числа субъективных предположений, особенно от интерполяции годографов, постулирования петель, зон тени и т. д.

Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта
 Академии наук СССР
 Москва

Поступило
 26 IX 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. Л. Гервер, В. М. Маркушевич, Сборн. Вычислительная сейсмология, в. 3, «Наука», 1967.
- ² М. Л. Гервер, В. М. Маркушевич, Сборн. Вычислительная сейсмология, в. 4, «Наука», 1968.
- ³ V. I. Keilis-Borok, Proc. of the Intern. School of Physics «Enrico Fermi», Course L; Mantle and Core in Planetary Physics, 1971.
- ⁴ Э. Н. Бессонова, Г. А. Ситникова, В. М. Фишман, Сборн. Теоретическая и вычислительная геофизика, «Наука», 1972.
- ⁵ В. З. Рябой Сов. геол., № 5 (1966).
- ⁶ В. З. Рябой, Физика Земли, № 3 (1966).