

Член-корреспондент АН СССР В. В. РЖЕВСКИЙ, Л. В. ЕРШОВ,
Л. К. ЛИБЕРМАН, Г. П. ЧЕРЕПАНОВ

К ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРНЫХ ОТКОСОВ И ОТКРЫТЫХ ВЫРАБОТОК

Для проектирования открытых выработок весьма важной является проблема выбора оптимального угла откоса, удовлетворяющего технологическим условиям и требованиям безопасности. До сих пор проблема устойчивости откосов решается на основе теории предельного состояния (^{1, 2}), согласно которой в момент потери устойчивости некоторые сплошные области горного массива переходят в предельное состояние, определяемое законом Кулона со сцеплением. Однако на практике в большинстве случаев потеря устойчивости возникает не вследствие перехода в предельное состояние сплошных массивов, а вследствие скольжения по поверхности раздела различных областей, не находящихся в предельном состоянии. Таким образом, в более точной теории следует изучать развитие поверхностей скольжения (или трещин сдвига), причем противоположные берега трещин должны взаимодействовать согласно закону Кулона со сцеплением (³).

В продолжение работ (^{4, 5}) в настоящей заметке на одном важном частном случае дается точная постановка задачи о развитии поверхностей сдвига в горном массиве и приводятся некоторые приближенные оценки этого решения, позволяющие найти простые критерии устойчивости в зависимости от высоты и угла откоса, а также от физических и геометрических характеристик горного массива.

1. Постановка точной задачи. Рассмотрим край открытой выработки глубины H с углом откоса, равным α (рис. 1). Ограничимся плоской деформацией, считая, что все характеристики задачи неизменны вдоль оси z и можно ограничиться рассмотрением одного сечения массива в плоскости xy (x, y — декартовы прямолинейные координаты, ось x совпадает с дневной поверхностью, сила тяжести действует в направлении, противоположном оси y). Это ограничение не принципиально, однако оно позволяет сделать изложение более наглядным. Обычно горный массив бывает неоднородным и анизотропным; наиболее опасным и часто встречающимся случаем является тот, когда неравномерные слои с различными прочностными свойствами наклонены под некоторым углом β , меньшим, чем α (рис. 1).

Потеря устойчивости откоса происходит обычно вследствие развития поверхности сдвига, которая проходит по участкам, наиболее неблагоприятным с точки зрения интенсивности горного давления и прочности прослоек (например, в тектонических трещинах или между слоями массива). Задача о развитии поверхности сдвига решается в следующей последовательности: вначале производится анализ напряжений и деформаций в массиве в отсутствие поверхности сдвига, который с учетом тектонических напряжений позволяет определить место возникновения первичного сдвига, т. е. наиболее слабое место; затем уже методами механики разрушения (³) рассматривается задача о развитии поверхности сдвига из найденного первичного разрыва.

На обоих этапах решения задачи с помощью ЭВМ (например, с помощью метода конечных элементов или некоторых его модификаций)

можно учесть все основные факторы: прочностные свойства, неоднородность, анизотропию и неупругие свойства массива, нагрузки, водонасыщенность и т. п., если, разумеется, будет известно распределение этих характеристик в горном массиве. В результате численного решения определяется критическая глубина или угол откоса выработки в зависимости от физических и геометрических параметров задачи.

Однако обычно свойства и строение массива известны заранее лишь весьма приблизительно. Поэтому приобретают большое значение достаточно простые и надежные оценки устойчивости, основанные на некоторых идеализированных предположениях о горном массиве.

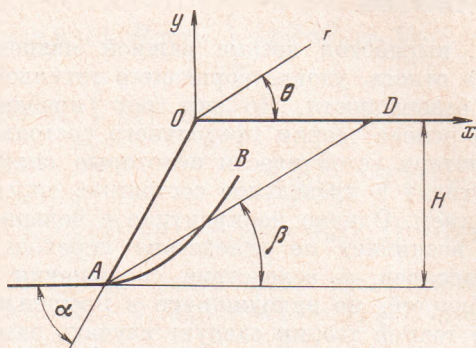


Рис. 1

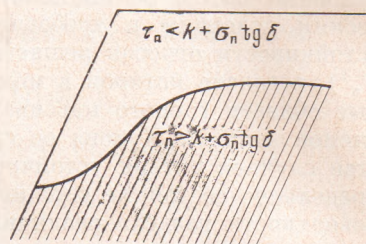


Рис. 2

Выделим четыре основных способа установления таких оценок.

1) Ограничиваются первым этапом решения задачи (без поверхности разрыва) и считают, что, как только в какой-либо точке массива будет достигнуто условие Кулона

$$\max (\tau_n - \sigma_n \operatorname{tg} \delta) = k, \quad (1,1)$$

откос потеряет устойчивость. Здесь τ_n и σ_n — касательное и нормальное напряжения в этой точке на площадке с вектором нормали $\mathbf{n}$, δ и k — соответственно угол внутреннего трения и коэффициент сцепления материала в данной точке.

2) Материал массива считается жестко-пластическим, при этом в момент потери устойчивости сплошная зона вблизи поверхности откоса и всего бокового выступа переходит в предельное состояние (с локальным условием (1,1)). Поверхность скольжения определяется при этом как огибающая поверхностей слабого разрыва в области предельного состояния ^(1, 2).

3) Материал массива считается жестко-пластическим, при этом в момент потери устойчивости в предельное состояние переходят только узкие слои массива (толщиной их пренебрегается), соединяющие дневную поверхность с боковой поверхностью откоса. Выбор этих поверхностей скольжения основывается на анализе геологического строения массива.

4) Материал массива считается упруго-пластическим, при этом с увеличением глубины выработки сплошная зона предельного состояния развивается из окрестности точки A, где пересекаются дно и боковая поверхность. Потере устойчивости откоса отвечает выход зоны предельного состояния на дневную поверхность.

Из всех указанных подходов наиболее предпочтительным является третий подход, так как он наиболее прост, гибок и ближе стоит к точной постановке. С точки зрения запаса прочности первый подход наиболее приемлем, однако лишь в условиях наличия достаточно полной информации о массиве.

2. Упругое решение для тяжелого клина. Пусть тяжелое однородное и изотропное упругое тело занимает сектор $0 < r < \infty$,

$\pi + \alpha < \theta < 2\pi$ (см. рис. 1), где r, θ — полярные координаты. По прочностным свойствам тело может быть произвольно неоднородным и анизотропным. Границы клина при $\theta = 0$ и $\theta = \pi + \alpha$ свободны от нагрузок, т. е. $\sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0$. Напряжения в этом теле будут следующими (дневная поверхность при $\theta = 0$):

$$\begin{aligned}\sigma_r + \sigma_\theta &= \frac{3 \sin \theta + \sin(\theta - 2\alpha)}{2 \sin^2 \alpha} \cdot \rho g r, \\ \sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} &= \rho g r e^{i\theta} \left\{ \frac{-\cos \alpha}{2 \sin \alpha} [1 - e^{2i(\theta-\alpha)} (2 + e^{-2i\alpha})] + \right. \\ &\quad \left. + i \left[1 - e^{2i(\theta-\alpha)} - \frac{1 + \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha} (1 - e^{2i(\theta-\alpha)} (2 - e^{-2i\alpha})) \right] \right\};\end{aligned}\quad (2,1)$$

здесь $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ — компоненты напряжения, ρ — плотность, g — ускорение силы тяжести, i — мнимая единица.

Это решение используем для оценки критерия устойчивости согласно первому методу, считая, что поле напряжений (2,1) имеет место вблизи края выработки с конфигурацией, изображенной на рис. 1. Это допущение неточно, так как при этом не учитывается сдерживающее влияние материала, находящегося на дне выработки в области $\pi < \theta < \pi + \alpha$; однако ясно, что оно идет в запас прочности. Решение (2,1) легко обобщить на случай произвольной упругой анизотропии и на некоторые случаи упругой неоднородности; для наших целей в данном случае это не имеет значения.

Условие (1,1) для плоской деформации изотропного в прочностном отношении тела можно привести к виду (1)

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + \tau_{r\theta}^2 &= \\ = \frac{1}{4} \sin^2 \delta (\sigma_r + \sigma_\theta + 2h)^2, \quad h &= k \operatorname{ctg} \delta.\end{aligned}\quad (2,2)$$

Подставляя (2,1) в (2,2) и проверяя все наиболее опасные точки (с учетом прочностной неоднородности, т. е. зависимости δ и k от координат r и θ), находим то место, в котором впервые возникает локальное разрушение.

Если тело однородно по прочности, то сдвигка впервые произойдет в точке А с координатами $\theta = \pi + \alpha, r = H / \sin \alpha$. Отсюда при помощи (2,1) и (2,2) можно найти критерий устойчивости откоса; в данном случае он будет следующим:

$$\rho g H \leq \frac{2k \sin^2 \alpha \cos \delta}{\sin \delta + 1}.\quad (2,3)$$

Анализ решения (2,1) показывает, что область, в которой нарушается условие предельного равновесия (1,1), начинается на некоторой глубине, а вблизи вершины клина предельное состояние никогда не достигается (см. рис. 2). Примерно такую же форму, очевидно, будет иметь область предельного состояния для однородного изотропного упруго-пластического тела при всюду непрерывном решении (четвертый подход).

3. Слоистый трещиноватый массив. Приведем образец применения третьего подхода на одном частном, но практически важном, примере. Пусть горный массив перерезан тектоническими трещинами, расположенными под углом β к дневной поверхности (см. рис. 1). В этом случае при проведении открытой выработки возникает опасность обрушения бортов карьера, если $\alpha > \beta$, так как прочность заполнителя трещин обычно гораздо меньше прочности основных пород. Скольжение, очевидно, будет

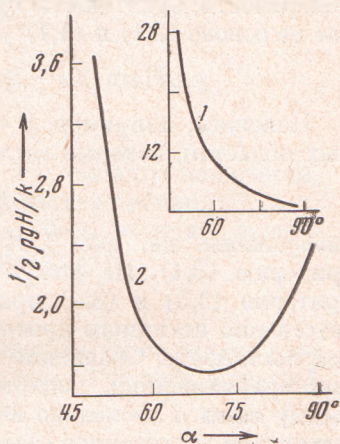


Рис. 3

происходить по плоскости трещины, исходящей из точки A . Пренебрегая упругими смещениями самого массива, можно считать, что в момент потери устойчивости весь заполнитель в узкой полоске между берегами рассматриваемой тектонической трещины переходит в предельное состояние, а весь остальной материал остается абсолютно жестким. В данном случае, очевидно, второй (общепринятый) подход неприменим.

Условие равновесия треугольной области AOD , очевидно, будет следующим:

$$\rho g S (\sin \beta - \cos \beta \operatorname{tg} \delta) \leq kL; \quad (3,1)$$

здесь S — площадь треугольника AOD , L — длина AD , коэффициенты k и δ описывают взаимодействие берегов трещины. Из решения треугольника имеем

$$S = \frac{1}{2} H^2 (\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha), \quad L = H / \sin \beta. \quad (3,2)$$

На основании (3,1) и (3,2) условие устойчивости откоса примет вид

$$\rho g H \sin 2\beta (\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha) (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \delta) \leq 4k. \quad (3,3)$$

Интересно сравнить критерий (3,3) с критерием, получающимся по первому подходу, согласно которому потеря устойчивости произойдет в тот момент, когда в т. A на площадке, наклоненной под углом β к дневной поверхности, будет достигнуто предельное условие (1,1). В последнем случае на основе (2,1) и (1,1) условие устойчивости будет

$$\rho g H [\sin (2\alpha - 2\beta + \delta) - \sin \delta] \leq 2k \cos \delta \sin^2 \alpha. \quad (3,4)$$

Положим, например, $\beta = 45^\circ$, $\delta = 30^\circ$. В этом случае границы безопасных областей, которые согласно критериям (3,3) и (3,4) имеют вид

$$\frac{1}{2} \rho g H / k \leq f(\alpha, \beta, \delta), \quad (3,5)$$

изображены на рис. 3. Кривая 1 отвечает критерию (3,3), кривая 2 — критерию (3,4). Из физических соображений ясно, что в данном случае критерии (3,3) и (3,4) представляют собой оценки сверху и снизу соответственно истинного критерия, получающегося из решения задачи в точной постановке. Сравнение этих критериев, полученных на основе различных приближенных подходов, показывает, сколь велико расхождение между ними и насколько велика потребность в точном исследовании, учитывающем постепенное развитие поверхностей сдвига.

Московский горный
институт

Поступило
16 IV 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. В. Соколовский, Статика сыпучей среды, М., 1960. ² Г. Л. Фисенко, Устойчивость бортов карьеров и отвалов, М., 1965. ³ Г. П. Черепанов, Механика хрупкого разрушения, «Наука», 1973. ⁴ В. В. Ржевский, Горн. журн., № 9, 19 (1971). ⁵ Г. П. Черепанов, Л. К. Либерман, Горн. журн., № 9, 22 (1971).