

Р. Х. ЗАРИПОВ

ОБ АЛГОРИТМИЗАЦИИ МУЗЫКАЛЬНЫХ ВАРИАЦИЙ

(Представлено академиком А. А. Дородницыным 19 IX 1972)

Описываются принципы построения алгоритма варьирования заданной мелодии — темы вариации. Варьирование сводится к трем этапам: переносу (сохранению) одних элементов — инвариантов преобразования, изменению других — трансформант и добавлению специфических для вариаций констант. Программа составлена на языке АЛГОЛ и реализована на машине БЭСМ-6. Полученная вариация печатается вместе с темой и набором значений параметров, характеризующих особенности результата. Изложение иллюстрируется нотными примерами машинных вариаций. Настоящая заметка примыкает к работе ⁽¹⁾, посвященной моделированию музыкальных сочинений на электронной вычислительной машине.

1. Под элементами мелодии понимаются элементы ее синтаксической стороны. Элементарное преобразование — это операция, которая осуществляет изменение (трансформацию) какого-либо одного элемента при сохранении всех остальных. Такой элемент назовем трансформантой.

Приведем примеры элементарных преобразований:

- 1) Простое повторение (тождественное преобразование).
- 2) Изменение тактового размера (метра).
- 3) Изменение ритма с сохранением ритмических акцентов.
- 4) Орнаментальные украшения при сохранении опорных нот.
- 5) Секвенция — перенос мелодической фигуры по вертикали с сохранением внутренних интервальных отношений.
- 6) Знаковая секвенция — перенос последовательности знаков интервалов мелодической фигуры при сохранении опорных высот, когда величины интервалов, вообще говоря, меняются.
- 7) Изменение лада (в пределах мажора — минора).
- 8) Изменение высоты звука в пределах гармонической функции.

Преобразованием мелодии K_0 в мелодию K_v будем называть такое изменение элементов K_0 посредством элементарных преобразований, при котором в K_v сохраняются отношения других элементов K_0 или, иначе говоря, осуществляется перенос (транспозиция) отношений элементов. Эти неизменные элементы или их отношения назовем инвариантами преобразования, а K_v — вариацией темы K_0 .

Вариация K_v на тему K_0 характеризуется тремя основными признаками: инвариантами I_0 , трансформантами T_v , а также преобладанием элемента, специфичного для K_v — константы C_v . Если при восприятии на слух I_0 сохраняют в K_v впечатление темы и связь с ней, то T_v и C_v вносят разнообразие, новизну и, маскируя наличие в K_v инвариантов I_0 , изменяют тему часто до неузнаваемости (см. рис. 1, где 11 и 12 — две вариации на тему 10, а 21 — вариация на тему 20). В соответствии с этим, преобразование темы K_0 в вариацию K_v сводится к трем основным операциям: переносу инвариантов I_0 из K_0 в K_v , изменению элементов T_v и формированию в K_v констант C_v .

2. Каждый такт мелодии кодируется в виде матрицы $\|W_{kj}\|$, состоящей из трех или четырех колонок — по числу t долей в такте: $t = 3$ при тактовом размере $3/4$ и $t = 4$ при $4/4$. Здесь $j, j = 1, 2, \dots, t$, — номер четверти в

такте; k , $k = 1, 2, 3, 4$, — номер шестнадцатой в четверти, поскольку шестнадцатая — наименьшая допустимая длительность; $W_{kj} \neq 0$ — высота W звука k -й четверти j -й доли такта; $W_{kj} = 0$ означает, что на $[k + 4(j - 1)]$ -ю шестнадцатую в такте продлено звучание предыдущей шестнадцатой. При кодировании длительностей и ритма без указания высот вместо значения W записывается признак начала длительности.

Добавим координату i — номер такта в мелодии, $i = 0, 1, \dots, 8$. В принятой системе кодирования тройка чисел i, k, j образует координатную метрическую сетку, на которую накладывается мелодия — ее ритм и высоты W , отнесенные к длительностям ритма. Шаг дискретности

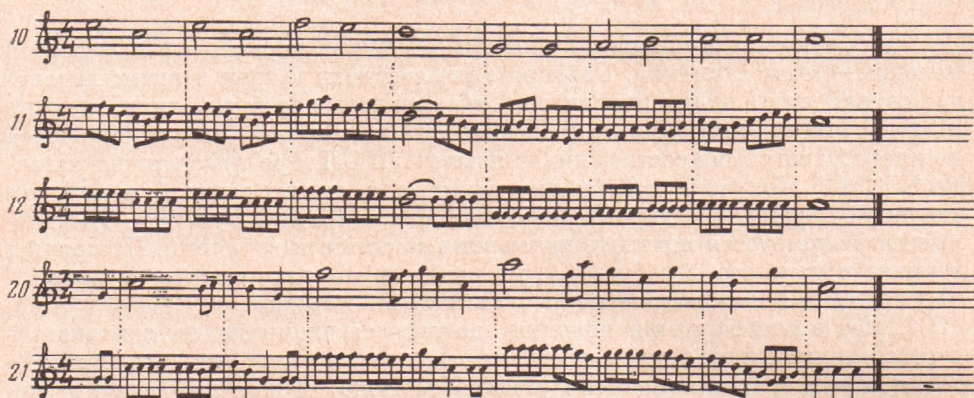


Рис. 1

сетки равен длительности шестнадцатой. В соответствии с нотной записью или графическим представлением мелодической линии ритм можно рассматривать как двумерный объект с координатами i, n , где n , $n = 1, 2, \dots, 4t$, — номер узла сетки в такте, координата начала длительности, $n = k + 4(j - 1)$.

3. Способ кодирования мелодии предусматривает лишь фиксирование начала каждой ноты в узле сетки, указывая продолжение звучания нулями в следующих узлах вплоть до начала следующей ноты. Чтобы знать высоту ноты в каждый момент времени (в каждом узле), введем способ кодирования мелодии в виде «непрерывной» линии высот, подобно графическому представлению мелодической линии. Для этого во всех узлах, на которые продлевается высота W_0 , вместо нулей записывается значение W_0 . Таким образом, вся мелодия записывается одними шестнадцатыми, а в соответствующих узлах помещаются признаки начала ноты. Такое представление мелодии будем называть рабочим видом.

4. Один из этапов варьирования мелодии — метропреобразование. Это преобразование тактового размера, точнее метроритма. Преобразование метра заключается в том, что каждый такт метрической сетки размера t_0 преобразуется в такт сетки размера t_b ($t_b \neq t_0$). При этом изменяется длина тех или других долей такта.

Вводится структура $S_{mp} = s_0 s_1 \dots s_i \dots s_s$, которая предусматривает разные варианты преобразования метра в разных тактах мелодии. Номер s , $s = 1, 2, 3$, показывает, что s -я четверть такта метра $\frac{3}{4}$ ($t_0 = 3$) растягивается на s и $s + 1$ четверти такта метра $\frac{4}{4}$ ($t_b = 4$), а при $t_0 = 4s$ и $s + 1$ четверти метра $\frac{4}{4}$ свертываются в s четверть метра $\frac{3}{4}$. В вариации 21 $S_{mp} = 113133331$.

Поскольку фиксированный ритм наложен на сетку определенного метра, то при преобразовании метра деформируется и ритм: одни длительности остаются неизменными, а другие делаются короче или длиннее. Для преобразования метра мелодия записывается в рабочем виде.

Предусмотрена деформация ритма и в случае $t_b = t_0$.

5. Ритм R_b искомой вариации K_b формируется одним из трех способов: 1) R_b совпадает с ритмом R_0 темы K_0 ; 2) получается из ритма R_0 , например, посредством метропреобразования; 3) вводится извне.

6. Основным этапом процесса варьирования мелодии является вертикальный перенос инвариантов мелодической линии темы K_0 в вариацию K_b . К этому этапу K_b представлена ритмом R_b , а K_0 приведена к рабочему виду и при $t_b \neq t_0$ метропреобразована. Кроме того, по определенному закону в K_0 или R_b выбраны стержневые ноты (с.н.). Ими могут быть все ноты или отмеченные некоторым образом, например, сильные доли такта, ноты первых p четвертей такта ($p < t$), ноты, образующие последовательность «затакт — сильная доля» и т. п.

Пусть K_0' — мелодическая линия темы, непрерывная в смысле п. 3; n_0 — координата начала некоторой длительности ритма R_b . На K_0' вследствие ее непрерывности любой точке n_0 отвечает определенная высота W_0 . Вертикальный перенос заключается в том, что некоторой длительности ритма R_b с координатой начала n_0 присваивается высота W_0 из K_0' , имеющая ту же координату.

В результате вертикального переноса длительности ритма R_b , определенные признаком с.н., приобретают значения $W_{с.н.}$ из K_0 , отвечающие стержневым нотам. При этом в R_b между двумя ближайшими нотами с высотами W_1 и W_2 (если это не соседние ноты ритма R_b) оказываются ноты без присвоенных значений высоты. Назовем их межвысотными.

7. Операцию присвоения высот межвысотным нотам назовем заполнением интервала между инвариантными высотами.

Пусть m — количество нот R_b между ближайшими высотами W_1 и W_2 ; интервал $\varphi = W_2 \ominus W_1$, где $\ominus$ — знак операции вычитания ⁽¹⁾; $q = |\varphi|$;

$$W_1 = W_{10}, W_{11}, \dots, W_{1b-1}, W_{1b}, \dots, W_{1m}, W_{1m+1} = W_2 \quad (1)$$

— искомая последовательность высот; $\varphi_b = W_{1b} \ominus W_{1b-1}$, $b = 1, 2, \dots, m+1$.

Заполнение сводится к отысканию последовательности интервалов

$$\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_b, \dots, \varphi_{m+1}. \quad (2)$$

Рассмотрим два способа заполнения в соответствии с условиями 1⁰ и 2⁰.

1⁰) $\varphi_b = 0$ и, следовательно, $W_{1b} = W_1$ для $b = 1, 2, \dots, r$; $r \leq m$. При $r < m$ высоты приобретают не все m , а первые r межвысотных нот; r определяется из дополнительных условий (например, r — количество нот, содержащихся в h долях такта, где $h = t_b$ или $t_b - 1$ в зависимости от константы C_b). В вариации 12 и в 1, 3 и 8 тактах вариации 21 $r = m$ (рис. 1).

2⁰) $\varphi_b \neq 0$, откуда $W_{1b} \neq W_{1b-1}$ для $b = 1, 2, \dots, m+1$. Очевидно, что при этом условии заполнение можно осуществить различными приемами*. Способ 2⁰) запрограммирован при дополнительных условиях выбора наименьших интервалов φ_b с минимальным числом перемен направления движения искомых высот W_{1b} . Возможны два случая:

а) $m < q$. Из представления $q = (m+1)f + d$, $0 \leq d < m+1$ по известным q и m находим f и d . Поскольку $d < m+1$, то d интервалов полагаем равными $f+1$, а оставшиеся — f . Присваивая найденным значениям знак $\text{sign } \varphi$, располагаем их в (2). При $d \neq 0$ это делается разными спосо-

* Удивительно, что даже интересные мелодические обороты в известных мелодиях подчиняются весьма простым математическим формулам. Это подтвердилось и при машинном синтезировании вариации 21 на мелодию 20 русской народной песни «По Дону гуляет». Вариация 21 совпадает с мелодией песни Дунаевского «Молодежная» во всех нотах, кроме одной — первой ноты последнего такта. У Дунаевского на этом месте нота ре служит задержанием — элементом, опирающимся на гармонию. Полного совпадения не получилось потому, что гармоническая структура не была введена в программу.

бами: случайным образом, а также размещая указанные d интервалов в начале или в конце последовательности (2). При $d = 0$ получен 4 такт вариации 11 (рис. 1).

б) $m \geq q$. Обозначим $a = [m + 2 - q/2]$; $[y]$ — целая часть числа y . Первые a нот (1) с интервалами 1 переносятся в противоположную сторону от W_2 : $W_{1v} = W_{1v-1} \oplus \varphi_v$, где $\varphi_v = -1 \cdot \text{sign } \varphi$; $v = 1, 2, \dots, a$; $\oplus$ — знак операции сложения (1). Оставшиеся $m_1 = m - a$ нот (1) заполняют уже интервал $q_1 = q + a$ в соответствии с процедурой случая а), поскольку $m_1 < q_1$ (см. рис. 1, вариация 11, кроме 4 такта).

Мелодическое разнообразие достигается тем, что указанные a интервалов можно расположить и в конце последовательности (2). При этом $v = m + 2 - j$, $j = 1, 2, \dots, a$; $\varphi_v = -1 \cdot \text{sign } \varphi$. Этот прием использован в вариации 21: в 5 и 6 тактах (после частичного заполнения в соответствии с п. 1^о) при $h = t_v - 1$), а также в 7 такте.

В приведенных (рис. 1) вариациях 11, 12 и 21 заполнение осуществлялось следующим образом. В вариации 12 — способом 1^о), в вариации 11 — способом 2^оа) в 4 такте и 2^об) в остальных тактах. В вариации 21 оба эти способа совмещены: в 1, 2, 3, 4, 8 тактах — способ 1^о), в 7 такте — 2^об), а в 5 и 6 тактах — способы 1^о) и 2^об) сразу.

8. Процесс варьирования темы состоит из трех основных этапов:

I. Подготовка к вертикальному переносу, направленная на деформацию ритма (приведение к рабочему виду, метропреобразование и т. п.) и изменение мелодической линии (знаковая секвенция и др.) темы K_0 .

II. Вертикальный перенос инвариантов мелодической линии K_0 на ритм R_v вариации — выбор стержневых нот и засылка высот $W_{c.v}$ в R_v .

III. Присвоение высот межвысотным длительностям ритма R_v — заполнение интервала между инвариантными высотами $W_{c.v}$.

В соответствии с п. 1, на каждом из этих этапов формируются характерные для искомой вариации элементы, преимущественно одного типа на каждом этапе: на II — инварианты I_0 , на I — трансформанты T_v и на III — константы C_v . Возможность случайного выбора и комбинирования различных вариантов и способов преобразования на всех этапах обеспечивает большое разнообразие искомых вариаций.

9. Задается набор значений параметров $\mathcal{M}$ (1), благодаря чему из множества всех запрограммированных выделяются те средства и закономерности композиции, которые используются в данной вариации. Например, тип опорных нот в знаковой секвенции, структура метропреобразования $S_{m.p.}$, способ выбора стержневых нот $W_{c.v}$ или заполнения интервала между ними и т. д. Набором $\mathcal{M}$ определяются элементы I_0 , T_v и C_v . Полученный результат печатается в виде чисел в таком порядке: заданная тема, вариация в мажоре и миноре, записанные способом п. 2, а также наборы значений параметров $\mathcal{M}$ — начальный и рабочий.

Научно-исследовательский институт
общей и педагогической психологии
Академии педагогических наук СССР
Москва

Поступило
18 IX 1972

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Р. Х. З а р и п о в, Кибернетика и музыка, «Наука», 1971.