

В. А. ЗЛОБИНСКИЙ, М. С. ОРЕНБАХ

РАСЧЕТ ВЫГОРАНИЯ ПОРИСТЫХ ТОПЛИВ

(Представлено академиком Г. К. Боресковым 14 XII 1972)

Известно, что скорость горения углеродистых топлив меняется в процессе выгорания ⁽¹⁾. При подсчете скорости в начальный период процесса ⁽²⁾ применима диффузионно-кинетическая теория горения углерода; Л. Н. Хитрин ⁽³⁾ составил основные уравнения, описывающие процесс выгорания углерода; частный случай горения углеродной частицы, когда реагирование протекает в тонком поверхностном слое частиц, рассмотрен в ⁽⁴⁾. В настоящей работе приводится решение задачи выгорания углерода при более общих режимных условиях процесса, когда глубина реагирования не ограничена.

Уравнения диффузии окислителя и выгорания углеродной пластины толщиной $2L$ задаются в безразмерном виде:

$$\mu \frac{\partial}{\partial \tau} (\theta \psi) = \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - S \psi, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = S \psi, \quad (2)$$

где $\theta = \theta_i / \theta_{i0}$ — пористость, $D = D_i / D_{i0}$ — эффективный коэффициент диффузии окислителя, $S = S_i / S_{i0}$ — внутренняя поверхность, $\psi = C / C_0$ — концентрация окислителя, $y = x / L_{эф}$ — координата, $\tau = t / \tau_R$ — время, $\mu = C_0 / \rho$ — параметр, характеризующий нестационарность диффузии. Величины с индексом $i0$ относятся к начальному моменту времени. $L_{эф}^2 = D_{i0} / (k S_{i0})$ — эффективная глубина проникновения, $\tau_R = \rho \theta_{i0} / (\beta k S_{i0} C_0)$ — эффективное время выгорания, ρ — плотность углерода. В (1) параметр $\mu \rightarrow 0$, так как $\rho \gg C_0$. Это означает, что при выгорании топлива концентрация всегда следует за изменением пористой структуры.

Краевые условия для уравнений (1), (2):

$$\begin{aligned} \text{при } \tau = 0 \quad \psi = 1, \quad S = 1, \quad \theta = 1; \\ \text{при } y = 0 \quad \psi = 1; \\ \text{при } y = L / L_{эф} = p \quad \partial \psi / \partial y = 0. \end{aligned} \quad (2')$$

Недостающие уравнения для решения задачи могут быть получены в предположении, что топливо характеризуется резким максимумом функции распределения пор по размерам при $r = \bar{r}$ и при вязкостной диффузии в порах, т. е.

$$D_i = D_r \theta, \quad (3)$$

$$\theta_i = S_i^2 / (4\pi N), \quad (4)$$

где N — число пор на единицу сечения, а D_r — коэффициент диффузии в порах.

При составлении уравнения (1) предполагается справедливость закона Фика для пористого углерода и не учитывается влияние стефановского потока. При горении углерода в среде кислорода погрешность за счет того, что не учитывается изменение мольного объема газов, не превышает 10—15% ⁽²⁾. Задача решается для изотермических условий, как это обыч-

но делается при исследованиях горения низкорекреационного углерода ⁽²⁾ даже в области высоких температур ⁽⁴⁾. Расчеты показывают, что при горении частицы углерода размером 20 мкм в воздухе при температурах до 900° влиянием неизоэтермичности можно пренебречь. Несмотря на сделанные допущения, решение уравнений (1), (2) позволяет оценить влияние изменения структуры топлива при выгорании на закономерности диффузионного процесса.

Уравнения (1), (2) не содержат никаких параметров (кроме p). Отсюда вытекает важный вывод о том, что полученные решения пригодны для

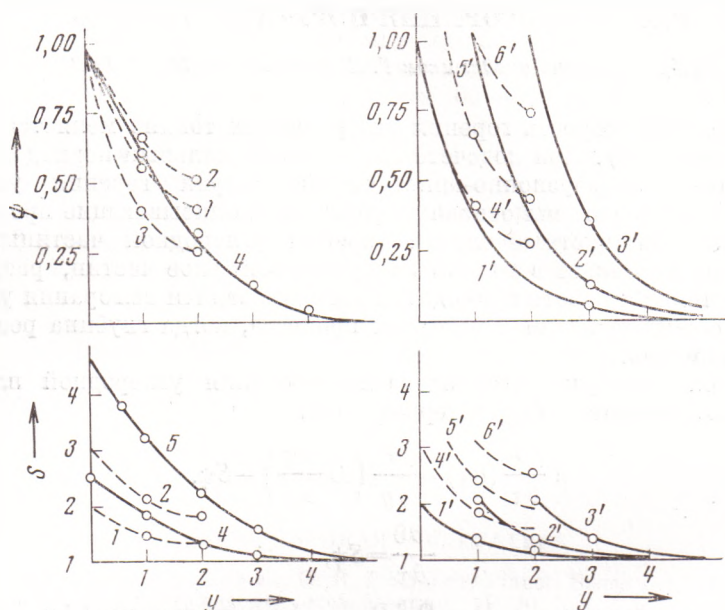


Рис. 1. Изменение концентрации ψ и внутренней поверхности S по глубине пластины y в процессе выгорания; 1'—6' — после слияния пор на внешней поверхности. Безразмерное время $\tau = 2$ (1, 1'), 4 (2, 2'), 6 (3, 3'), 8 (4, 4'), 10 (5, 5'), 12 (6, 6'). 1—3, 4'—6' — $p = 2$; 4, 5, 1'—3' — $p \rightarrow \infty$; $\tau_1 = 2$ (1'—3'), $\tau_1 = 4$ (4'—6'). Точками показаны решения на ЭЦВМ

любых значений θ_{i0} , S_{i0} , C_0 , L и т. д. Уравнения решались аналитически методом последовательных приближений. В качестве нулевого приближения принято $S = S_0 = 1$. Подставляя его в (1), находим нулевое приближение для $\psi = \psi_0$. Подставляя его в (2), определяем $S = S_1$ и, вводя S_1 в (1), находим ψ_1 и т. д. Начальные и граничные условия удовлетворяются на каждом шаге.

Аналитически удастся получить первое приближение для ψ и второе для S :

$$\psi_1 = \frac{(1 + \frac{1}{2}\tau)\psi_0}{\frac{1}{2}\tau\psi_0 + 1}, \quad (5)$$

$$S_2 = 1 + \frac{\tau}{2} + \frac{\psi_0 - 1}{\psi_0} \ln S_1, \quad (6)$$

где

$$\psi_0 = \frac{e^{-\nu} + e^{\nu-2p}}{1 + e^{-2p}} \quad S_1 = \psi_0 \frac{\tau}{2} + 1. \quad (7)$$

Полученные результаты сравнивались с решением на ЭЦВМ БЭСМ-4. Из рис. 1 видно удовлетворительное совпадение аналитического решения с решением на ЭЦВМ как для случая $p \rightarrow \infty$, так и для конечных p . При выгорании реакционная поверхность и средняя концентрация постепенно

возрастают для всех режимов горения. Наиболее резкое изменение поверхности и пористости наблюдается вблизи внешней поверхности. В момент времени τ_1 поры на поверхности сливаются и $\theta_i \rightarrow 1$. Время τ_1 можно определить из (2) при условии, что $\psi = 1$ при $y = 0$, т. е. $S^2 = 1/\theta_{i0} = (1/2\tau_1 + 1)^2$.

Если $\theta_{i0} = 0,1$, пористость на поверхности $\theta_i = 1$ при $\tau = \tau_1 = 4,5$. Следовательно, при $\tau_1 = 4,5$ краевые условия (2') недействительны. Заменим их следующими:

$$\text{при } \theta = S^2 = 1/\theta_{i0} \quad \psi = 0, \quad \text{при } y = p \quad \partial\psi/\partial y = 0. \quad (8)$$

Начальные условия: при $\xi = \tau - \tau_1$ $S = S_1$ из (7).

Для начальных условий выбрано первое, а не второе приближение по S , так как при этом упрощается расчет, а качественная картина не меняется. Решения уравнений ищутся в виде

$$\psi = A_1(\xi)e^{-\psi} + A_2(\xi)e^{\psi}, \quad (9)$$

$$S = e^{-\psi} \int A_1(\xi) d\xi + e^{\psi} \int A_2(\xi) d\xi. \quad (10)$$

Подставляя (9) и (10) в граничные условия (8) и определяя функции $A_1(\xi)$ и $A_2(\xi)$, находим при $S \leq 1/\sqrt{\theta_{i0}}$

$$\psi = \psi_0 \exp \frac{\tau - \tau_1}{\tau_1}, \quad (11)$$

$$S = 1/2\tau_1\psi + 1. \quad (12)$$

Из (11) видно, что переменные разделяются, т. е. можно представить $\psi = T(\tau) \cdot Y(y)$. В случае $p = L/L_{\phi} \gg 1$, разлагая в (11) и (12) экспоненту в ряд и оставляя линейные члены, получим при $S \leq 1/\sqrt{\theta_{i0}}$.

$$\psi = \exp \left(\frac{\tau - \tau_1}{\tau_1} - y \right), \quad (13)$$

$$S = \frac{\tau_1}{2} \exp \left(\frac{\tau - \tau_1}{\tau_1} - y \right) + 1. \quad (14)$$

Приравнявая в (13) $\psi = 1$, найдем уравнение движения внешней поверхности, обусловленное только внутривещным реагированием $y = (\tau - \tau_1)/\tau_1$, а скорость движения

$$v = \frac{dy}{d\tau} = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{2(1/\sqrt{\theta_{i0}} - 1)}.$$

Следовательно, при горении после слияния пор на внешней поверхности пластины устанавливается стационарный режим, при котором кривые S и ψ , не меняя своего профиля, смещаются относительно оси y с постоянной скоростью v (рис. 1). Эта скорость значительно выше скорости движения поверхности, обусловленной только внешним реагированием. Отношение скоростей, как показывает анализ, близко по порядку величин к отношению $L_{\phi}/\bar{r}$, где $\bar{r}$ — начальный средний радиус пор. Следовательно, скачок скорости будет тем значительнее, чем ниже температура горения. Это внезапное изменение скорости должно наблюдаться при любом значении параметра pu , оно не обязательно сопровождается стационарным характером движения внешней поверхности. Численные расчеты, проведенные по формулам (11) и (12), показывают, что стационарный режим наступает при $p \geq 10$.

Институт физико-химических основ
переработки минерального сырья
Сибирского отделения Академии наук СССР
Иркутск

Поступило
19 VII 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. С. Оренбах, Горение твердого топлива, «Наука», Новосибирск, 1969.
² Горение углерода, под ред. А. С. Предводителя, Изд. АН СССР, 1949. ³ Л. Н. Хитрин, Химия твердого топлива, № 6 (1967). ⁴ Л. Н. Хитрин, Е. С. Головина, Теплофизика высоких температур, 6, № 1 (1968).