Доклады Академии наук СССР
1974. Том 214, № 3

УДК 530.145+539.1:539.2 *ФИЗИКА*

М. Е. ПЕРЕЛЬМАН

ТЕОРИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПРОЦЕССАХ РАССЕЯНИЯ И ПОРОГИ МНОГОЧАСТИЧНЫХ ПРОЦЕССОВ

(Представлено академиком А. Д. Сахаровым 9 IV 1973)

В работе установлена в рамках нерелятивистской теории рассеяния связь оператора длительности взаимодействия Q ([1]) в процессе упругого рассеяния

$$A+B\to A+B \tag{1}$$

с пропагаторами частиц; время задержки в процессе (1) $\tau_{AB}=\mathrm{Re}\,Q_{AB}(E)$, т. е. время жизни «квазичастицы» (AB), выражено через полное сечение реакции A+B. Показано, что величина τ определяет при увеличении плотности потока j частиц A пороги открытия новых каналов и типов реакций:

$$A+(AB)\to A+(AB),\quad A+(AB)\to(AA)+B,\dots, \tag{2}$$

так как с ростом j возрастает количество метастабильных квазичастиц в мишени ([2–6]) (их роль могут играть возбужденные атомы, квазимолекулы, купровские пары в сверхпроводниках, резононы и т. п.). При определенной плотности потока $j\geqslant j_0(\tau_{AB},\sigma_{AB})$ в мишени уже полностью отсутствуют частицы B и имеются лишь состояния $(A\cdot B)$, $(2A\cdot B)$ и т. п., т. е. наступает насыщение (1). Таким образом, величина j_0 определяет границы применимости двухчастичного описания реакций (1). Знание этих границ необходимо, в частности, в нелинейной оптике ([2]), теории дисперсии ([4]), в теории каталитических химических реакций, при исследовании условий возникновений коллективных эффектов в конденсированных средах ([5]) и фазовых переходов ([6]).

1. Стандартное определение $\tau=\mathrm{Re}(d/i\,dE)\ln S$ (например, ([7])) удобнее записать в форме «уравнений движения» для оператора рассеяния T:

$$dT/i\,dE=[T,Q],\quad \tau=\mathrm{Re}\,Q, \tag{3}$$

которое может быть, в частности, получено преобразованием Лежандра квантовых скобок Пауссона. Оператор T определяется уравнениями Липпмана — Швингера

$$T(E)=V+VG^{(\pm)}(E)V, \tag{4}$$

где $G^{(\pm)}(E)=(E-H\pm i\Gamma)^{-1}$ и $g^{(\pm)}=(E-H_0\pm i\Gamma)^{-1}$ — гриновские функции взаимодействующих и свободных частиц от комплексной энергии $E\pm i\Gamma$; $\Gamma\geqslant0$; $H=H_0+V$ — полный гамильтониан.

Дифференцируя (4) по E, получаем с помощью очевидного соотношения $Tg=GV$ выражение (3), в котором оператор Q можно представить следующими эквивалентными формами:

$$Q^{(\pm)}=ig^{(\pm)}VG^{(\pm)},\quad Q^{(\pm)}=i(G^{(\pm)}-g^{(\pm)}),\quad Q^{(\pm)}=ig^{(\pm)}Tg^{(\pm)}. \tag{5}$$

Матричный элемент второй формулы (5) равен (второй член в ней соответствует вычитанию времени пролета невзаимодействующих частиц, ср. ([1]))

$$\tau_{AB}^{(\pm)}=\pm\sum\{\Gamma_n/[(E-E_n)^2+\Gamma_n^2]-\Gamma_n^{(0)}/[(E-E_n^{(0)})^2+\Gamma_n^{(0)2}]\},\tag{6}$$

где Γ_n и $\Gamma_n{}^0$ — естественные и полные ширины дискретных уровней. В случае непрерывного спектра в (6) остается лишь $1/\Gamma_0$, соответствующее принципу неопределенности: $\Gamma_0\sim|m_B\pm m_A|$.

Отметим, что переход во второй формуле (5) к x-представлению:

$$G_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(\mathbf{r},\mathbf{r}')-g_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(\mathbf{r},\mathbf{r}')=-(2\pi)^{-3}\int d\mathbf{k}'\,P_{\mathbf{k}'}(\mathbf{r})Q(\mathbf{k},\mathbf{k}')\exp[i\mathbf{k}'(\mathbf{r}-\mathbf{r}')],\tag{7}$$

где P_k — проектор на состоянии с импульсом k, позволяет интерпретировать $G^{(\pm)}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ как сумму длительностей всех взаимодействий А и В на пути от $\mathbf{r}$ до $\mathbf{r}'$, а $g^{(\pm)}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ — как полную сумму времен свободных пролетов частиц всевозможных энергий от одной точки до другой. При этом весьма наглядными становятся разложения S-матрицы на произведения величин типа GV или gV.

2. Матричный элемент третьей формулы (5) между собственными функциями H_0 принимает для случая упругого рассеяния вид

$$Q_{\alpha\alpha}^{(+)}(E)=iT_{\alpha\alpha}[(E-E_\alpha^{(0)})^2+\Gamma_\alpha^2]^{-1}\to(i/\pi\Gamma_\alpha)\delta(E-E_\alpha^{(0)})T_{\alpha\alpha}.\tag{8}$$

При учете соотношений $k=(2mE)^{1/2}$, $\delta(E-E_\alpha)=4\pi mk\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}_\alpha)$ и определения $S=1-2\pi i\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}_\alpha)\mathrm{T}$ формулу (8) можно переписать как

$$Q_{\alpha\alpha}=(2mk_\alpha/\pi\Gamma_\alpha)(1-S_{\alpha\alpha}).\tag{9}$$

Если теперь в оптическую теорему для полного сечения реакции А+В

$$\sigma(\mathbf{k})=(4\pi/k)\operatorname{Im}f(\mathbf{k},0)=(m/\pi k)\operatorname{Re}(1-S_{\alpha\alpha})\tag{10}$$

подставить действительную часть (9), то получаем важное соотношение, определяющее время задержки в (1) через полное сечение реакции А+В и структуру промежуточного состояния (или принцип неопределенности):

$$\tau_\alpha(\mathbf{k})=(2k^2/\Gamma_\alpha)\sigma(\mathbf{k}).\tag{11}$$

Формула (11) может быть переписана в форме уравнения баланса $\tau(k)/\sigma(k)=\tau_m/\sigma_m$, где $\sigma_m=1/k^2$ и $\tau_m=2/\Gamma$ — максимальные (резонансные) при данном k величины. Эта формула может быть получена непосредственно с учетом первой формулы (5) как матричный элемент (3), при этом подстановка в (3) вместо T других операторов приводит к обобщениям соотношений Герджоя ([8]). Если же τ можно определить иным путем (например, по дисперсии или дисторсии волнового пакета), то (11) дает возможность проверки самосогласованности теории существования определенной длительности взаимодействия.

Отметим также, что из (9) следует возможность установления дисперсионных соотношений для $Q_{\alpha\alpha}$: поскольку при наличии связанных состояний $|S|^2=1-\Lambda$, где Λ — проектор на связанные соостояния, то, очевидно, $\operatorname{Im}Q_{\alpha\alpha}=-(d/2\,dE)\ln(1-\Lambda)$ и дисперсионные соотношения, выражающие $\operatorname{Im}Q_{\alpha\alpha}$ через τ_α, приводят с помощью (6) к теореме Левинсона для числа связанных состояний.

3. Если $j\ll j'=1/\sigma_{AB}\cdot(\tau_{AB}+\tau')$, где $\tau'=\max\{\hbar/m_Ac^2,\ \hbar/m_Bc^2\}$, то последовательные акты рассеяния частиц А на мишени В можно считать независимыми. Если же $j\geqslant j'$, то рассеяния частиц А на В идут столь часто одно

за другим, что оператор T нельзя более представлять в форме (4), так как в промежутке между актами рассеяния частицы В являются виртуальными — последовательная цепочка рассеяний. Вместо (4) определим T по аналогии с методом Шмидта—Вейнберга ([7]) уравнением (n — число налетающих частиц)

$$T=\sum T_n=VGV+VGVg'VGV+\ldots=VGV/(1-g'VGV), \qquad (12)$$

что соответствует замене $V\to VGV$ в (4). Все члены (12) содержат различное число начальных и конечных частиц и поэтому не интерферируют между собой, так что полная скорость реакции ([2]) имеет вид $R=\sum|T_n|^2j^n$, где $j(k)$ — плотность функции распределения частиц А. Асимптотически, когда состояния рассеяния отдельных каналов реакции ортогональны, имеем, например, что

$$|T_2|^2\approx\left|\sum_\alpha\langle f|VGV|\alpha\rangle\frac{1}{E-E_\alpha}\langle\alpha|VGV|i\rangle\right|^2\to\sum_\alpha\sigma_{i\alpha}\tau_{i\alpha}\sigma_{\alpha f} \qquad (13)$$

и поэтому

$$R_0(j)\approx\frac{1}{\tau}\sum_{n=0}^{\infty}j^n/j_0^{(n)},\quad j_0^{(n)}=\tau_n\sum_n\prod_1^{n-1}\sigma_{i,\alpha_i}\tau_{i,\alpha_i}. \qquad (14)$$

Для практически наиболее важного случая изолированного резонанса, когда в (13) и т. п. можно оставить лишь по одному слагаемому и $\sigma_{i\alpha}=\sigma_{\alpha f}=\sigma$, $\tau_{i\alpha}=\tau$, получаем, что

$$R_0(j)=(j/\tau j_0)[1-j/j_0]^{-1}. \qquad (15)$$

Полюс, возникающий при этом в (14) и (15), должен интерпретироваться в духе метода Шмидта—Вейнберга как прекращение наблюдаемости процесса (1) и переход к (2) с появлением голдсоуновских квазичастиц (АВ), нарушающих симметрию взаимодействия, т. е. как «фазовый переход» от системы В к системе (АВ). Если при $j<j_0$ вероятность (1) много больше вероятности (2), то «фазовый переход» будет резким, если же вероятности (1) и (2) не столь резко отличаются, например, при отсутствии промежуточных резонансных состояний, то переход к новым типам взаимодействия будет постепенным, т. е. в некотором диапазоне значений необходимо учитывать и (1) и (2).

При $j\geqslant j_0$ в нашей системе пойдут процессы (2) со скоростью

$$R_1=[(j-j_0)/j_1\tau_1][1-(j-j_0)/j_1]^{-1},\quad j_1\approx1/\sigma(\mathrm{A+AB})\tau(\mathrm{A+AB}). \qquad (16)$$

При бо́льших j, как легко показать, (12) необходимо заменить на разложения (выписываем лишь основные члены):

$$T=V_0G_1V_1+V_0G_1V_1G_2V_2+\ldots+V_0G_1V_1\cdot\ldots\cdot G_nV_n, \qquad (17)$$

где V_k — потенциал взаимодействия А с «частицей» $\{(k\mathrm{A})\mathrm{B}\}$, а G_k — гриновская функция этой «частицы». Число слагаемых в (17) определяется из неравенств (порогов образования «частиц»):

$$0<j-(j_1+\ldots+j_{n-1})<j_n;$$

$$j_k\approx1/\sigma(\mathrm{A}+(k\mathrm{A})\mathrm{B})\tau_k,\quad \tau_k=\min\{\tau(\mathrm{A}+(q\mathrm{A})\mathrm{B}\};\ g=1,\ldots,k\}. \qquad (18)$$

4. Приведенный анализ остается в силе и для исследования прохождения частицы В со скоростью v через среду, состоящую из частиц А с

плотностью ρ_A, где ρ_A определяется распределением Гиббса и т. д., а $j(k)=v\rho_A$ [5]. Тогда формулы (12)—(18) определяют ту плотность сред, при которой рассеяние В становится коллективным и в среде появляются квазичастицы типа фонона и т. п.

Излагаемая теория применима также к исследованию фазовых переходов в веществе, если принять, что взаимодействие между атомами (молекулами) происходит путем обмена фотонами. При этом под частицами В могут подразумеваться, например, связанные состояния атомов в среде, а под (АВ) — свободные атомы. Это означает, что при конденсации вещества (BA→B) возможно излучение потока фотонов А, осуществляющее выделение из вещества скрытой теплоты перехода. Такое явление, предсказанное в [6], по-видимому было наблюдено ранее при конденсации водяных паров в атмосфере [9]. Предсказываемый в [5] эффект стимулирования фазовых переходов внешним резонансным излучением также, по-видимому, ранее наблюдался как индуцирование с.в.ч.-излучением перехода пленок металла в сверхпроводящее состояние при $T>T_c$ [10].

Институт кибернетики
Академии наук ГрузССР
Тбилиси

Поступило
24 III 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] J. M. Jauch, K. B. Sinha, B. N. Misra, Helv. phys. acta, **45**, 398 (1972). [2] М. Е. Перельман, ЖЭТФ, **58**, 2139 (1970). [3] G. Delano, Phys. Rev., A, **1**, 1175 (1970). [4] М. Е. Перельман, Г. М. Рубинштейн, ДАН, **203**, 798 (1972). [5] М. Е. Перельман, Г. И. Тархнишвили, VI Всесоюзн. конфер. по нелинейной оптике, Минск, 1972 (тезисы докл.), стр. 186. [6] M. E. Perel'man, Phys. Lett., **37A**, 410 (1971); ДАН, **203**, 1030 (1972). [7] Р. Ньютон, Теория рассеяния волн и частиц, М., 1969. [8] E. Gerjuoy, J. Math. Phys., 6, 993, 1396 (1965). [9] L. W. Nichols, J. Lamar, Appl. Opt., **7**, 1757 (1968). [10] A. H. Dayem, J. J. Wiegand, Phys. rev., **155**, 419 (1967); A. F. G. Wyatt, D. H. Evans, Physica, **55**, 288 (1971).