Использование веб-приложения способствует цифровизации лесного хозяйства, повышая точность и доступность данных, что важно для планирования и мониторинга состояния лесных ресурсов. Пользователи могут работать с каталогом деревьев в любое время, используя современный и интуитивно понятный интерфейс, что будет способствовать повышению эффективности работы и снижению ошибок при вводе данных.

Н. Ю. Фещенко
Науч. рук. ***А. Р. Миротин****,*
д-р физ.-мат. наук, профессор

КВАНТОВЫЙ ИНТЕГРАЛ СТИЛТЬЕСА

В данной работе продолжается рассмотрение квантового интеграла Стилтьеса, как q-аналога интеграла Римана-Стилтьеса [1, с. 89]. Напомним следующее определение.

Определение 1. Квантовый интеграл Стилтьеса функции $f(x)$ по функции $g(x)$ на промежутке $[a, b]$ определяется следующим образом:

$$\int_a^b f(x)\,d_q g(x) = \int_0^b f(x)\,d_q g(x) - \int_0^a f(x)\,d_q g(x),$$

где

$$\int_0^a f(x)\,d_q g(x) = \sum_{k=0}^{\infty} f\left(aq^k\right)\left(g\left(aq^k\right) - g\left(aq^{k+1}\right)\right), 0 < |q| < 1.$$

Первую часть полученных результатов (свойства квантового интеграла Стилтьеса и теорему об интегрировании по частям) можно посмотреть в работе [2, с. 11].

Теорема 1. Пусть в промежутке $[0,a]$ функция $f(x)$ непрерывна, а функция $g(x)$ монотонно возрастает. Если существует квантовый интеграл Стилтьеса функции $f(x)$ по функции $g(x)$, то имеет место формула

$$\int_a^b f(x)\,d_q g(x) = f(\xi)\left(g(a) - g(0)\right),$$

где $q > 0, \xi \in [0,a]$.

Для удобства формулирования некоторых теорем введём новые определения.

Определение 2. Пусть функция $g(x)$ определена в точках $0, \left\{aq^k\right\}_{k=0}^{\infty}$. Q-вариацией функции $g(x)$ будем называть ряд $\sum_{k=0}^{\infty}\left|g\left(aq^k\right) - g\left(aq^{k+1}\right)\right|$, а обозначать её будем символом $QV^a g(x)$.

Определение 3.

$QV(a) := \left\{ g(x) \middle| \ g(x) \text{ определена в точках } 0, \left\{aq^k\right\}_{k=0}^{\infty} \text{ и } QV^a g(x) < \infty \ \right\}$. Нетрудно заметить, что множество $QV(a)$ содержит все функции $g(x)$, которые определены в точках $0, \left\{aq^k\right\}_{k=0}^{\infty}$ и для которых последовательность $\left\{g\left(aq^k\right)\right\}_{k=0}^{\infty}$ монотонна, начиная с некоторого номера.

Теорема 2. Пусть q>0, функция *f(x)* определена в точках $0, \left\{aq^k\right\}_{k=0}^{\infty}$ и ограничена на [*0,a*], а $g(x) \in QV(a)$. Тогда справедлива следующая оценка:

$$\left|\int_0^a f(x) d_q g(x)\right| \leq \mathrm{MV},$$

где $\mathrm{M} = \max\limits_{x\in[0,a]}\left|f(x)\right|, \quad \mathrm{V} = QV^a g(x).$

Теорема 3. Пусть q > 0, функции *f*(*x*) и $f_n(x)$ определены в точках $0, \left\{aq^k\right\}_{k=0}^{\infty}$ $\forall n$, $f_n(x)$ $\rightrightarrows f(x)(n \to \infty)$, а $g(x) \in QV(a)$. Тогда

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^a f_n(x) d_q g(x) = \int_0^a f(x) d_q g(x),$$

если $QV^a g(x) \neq 0$ и интегралы существуют $\forall n$.

Теорема 4. Пусть q>0, функции *f(x)*, *g(x)* и $g_n(x)$ определены в точках $0, \left\{aq^k\right\}_{k=0}^{\infty}$ $\forall n$, $g_n(x)$ $\rightrightarrows$ *g(x)* $(n \to \infty)$, а *f(x)* такова, что ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\left|f\left(aq^k\right)\right|$ сходится и его сумма не равна нулю. Тогда

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^a f(x) d_q g_n(x) = \int_0^a f(x) d_q g(x),$$

если интегралы существуют $\forall n$.

Литература

1 Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц ; под. ред. А. А. Флоринского. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – Т. 3. – 728 с.

2 Фещенко, Н. Ю. Квантовый интеграл Стилтьеса / Н. Ю. Фещенко, // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях : материалы XXVIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов, Гомель, 17–19 марта 2025г. : сб. тез. : в 2 ч. / ГГУ им. Ф. Скорины ; редкол.: С. П. Жогаль (гл. ред.) [и др.]. – Гомель, 2025. – Ч. 1 – С. 11–12.

А. И. Филон
Науч. рук. ***Е. И. Сукач****,*
канд. техн. наук, доцент

РАЗРАБОТКА ИГРЫ «MOVE_ON_4» С ОДИНОЧНЫМ И СЕТЕВЫМ РЕЖИМАМИ

В докладе рассказывается о реализации компьютерной игры «Move_on_4» с использованием современных информационных технологий. В проекте реализованы два основных режима: одиночная игра против компьютера и многопользовательская игра по сети. Игра