

Р. И. НИГМАТУЛИН, Н. С. ХАБЕЕВ, В. Ш. ШАГАПОВ

ОБ УДАРНЫХ ВОЛНАХ В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА

(Представлено академиком Л. И. Седовым 7 VI 1973)

Исследуется структура стационарной ударной волны в жидкости с пузырьками газа в рамках двухскоростной, двухтемпературной с двумя давлениями модели ⁽¹⁾. Показано, что поведение волны (в частности, наличие и отсутствие пульсаций) существенно зависит от межфазного теплообмена.

1. Уравнения для одномерного стационарного движения монодисперсной смеси жидкости с пузырьками в случае отсутствия фазовых переходов, дробления и коагуляции пузырьков, когда температуру жидкости можно считать постоянной, имеют вид ⁽¹⁻³⁾

$$\begin{aligned} \frac{d(\rho_1 v_1)}{dx} = 0, \quad \frac{d(\rho_2 v_2)}{dx} = 0, \quad \frac{d(nv_2)}{dx} = 0, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \\ \rho_1 v_1 \frac{dv_1}{dx} = -\alpha_1 \frac{dp_1}{dx} - nf, \quad \rho_2 v_2 \frac{dv_2}{dx} = -\alpha_2 \frac{dp_1}{dx} + nf, \\ \rho_2 v_2 \frac{du_2}{dx} = \frac{\alpha_2 p_2 v_2}{\rho_2^0} \frac{d\rho_2^0}{dx} + nq, \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{6} n \delta^3, \quad \frac{\rho_2^0}{\rho_{20}^0} = \left(\frac{\delta_0}{\delta} \right)^3, \\ \delta v_2 \frac{dw}{dx} + 3w^2 + \frac{16v_1}{\delta} w = \frac{2(p_2 - p_1 - 4\sigma/\delta)}{\rho_1^0}, \quad v_2 \frac{d\delta}{dx} = 2w. \end{aligned} \quad (1,1)$$

Индекс $i=1,2$ относится к параметрам соответственно жидкости и газа, а индекс ноль внизу — к невозмущенному равновесному состоянию перед волной; $\rho_i, \rho_i^0, \alpha_i, v_i, p_i, u_i$ — соответственно средняя и истинная плотность, объемное содержание, скорость, давление и удельная внутренняя энергия i -й фазы; n — количество пузырей в единице объема смеси; $f=f_i+f_m$ — сила межфазного взаимодействия, приходящаяся на один пузырек за счет трения f_i и эффекта присоединенных масс f_m , q — интенсивность межфазного теплообмена; w — радиальная скорость стенок пузырька, δ — диаметр пузырька, ν_i и σ — коэффициенты вязкости и поверхностного натяжения.

Уравнения состояния фаз и выражения для f_i, f_m и q примем в виде

$$\begin{aligned} p_1 = p_0 + a_1^2 (\rho_1^0 - \rho_{10}^0), \quad u_2 = c_2 T_2, \quad p_2 = (\gamma - 1) c_2 \rho_2^0 T_2, \\ q = \pi \delta^2 \beta (T_1 - T_2) = \pi \delta \lambda_2 N (T_1 - T_2), \quad N = \beta \delta / \lambda_2, \\ f_i = \chi_i \rho_1^0 \nu_1 \delta (v_1 - v_2), \quad \chi_i = \chi_i(R), \quad R = (v_1 - v_2) \delta \nu_1^{-1}, \end{aligned} \quad (1,2)$$

$$f_m = \frac{\pi}{12} \rho_1^0 v_2 \frac{d}{dx} (\delta^3 (v_1 - v_2)),$$

где a_1 — скорость звука в чистой жидкости, c_2, γ и λ_2 — удельная теплоемкость, показатель адиабаты и коэффициент теплопроводности газа соответственно; β и N — коэффициент межфазного теплообмена и соответствующее число Нуссельта. При не очень высоких давлениях ($p \leq 30$ бар) $\rho_2/\rho_1 \ll 1$. Исследование системы (1,1), (1,2) аналогичное ⁽⁴⁾, показало, что если скорость волны v_0 относительно среды перед фронтом и α_{20} удовлетворяют условиям $v_0^2 \ll a_1^2$ и $a_*^2/a_1^2 \ll \alpha_{20}$, $a_*^2 = p_0/\rho_{10}^0$, то можно пренебречь сжимае-

мостью жидкости, а давление за фронтом и условие существования волны уплотнения определяются формулами

$$p_e = \alpha_{10} \alpha_{20} \rho_{10}^0 v_0^2, \quad v_0 > a_e = a_*/(\alpha_{10} \alpha_{20})^{1/2}. \quad (1,3)$$

Если $v_0 > a_f = a_1/\alpha_{10}^2$, то волна имеет скачок, за которым идет осциллирующая зона релаксации; этот режим реализуется в чрезвычайно сильных ударных волнах, которые далее рассматриваться не будут. В противном случае ($a_e < v_0 < a_f$) волна без скачка, т. е. полностью размытая с осциллирующей или монотонной структурой.

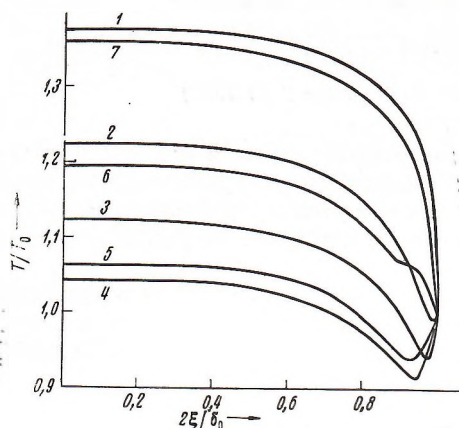


Рис. 1. Распределение температуры внутри пульсирующего пузырька в различные моменты времени: 1 — $\omega t = 0$, 2 — $2\pi/5$, 3 — $3\pi/5$, 4 — π , 5 — $6\pi/5$, 6 — $8\pi/5$, 7 — 2π

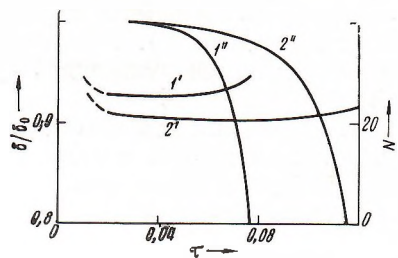


Рис. 2. Зависимости N ($1', 2'$ и $1'', 2''$) от времени: 1 — $\omega = 1150$ сек.⁻¹, 2 — $\omega = 700$ сек.⁻¹

рой. Скорости a_e и a_f соответствуют равновесной и замороженной скоростям звука в рассмотренной среде.

В опытах ⁽⁵⁾ получены более высокие скорости волн v_0 при $p_e/p_0 > 3$, чем это следует из (1,3). Это объясняется, по-видимому, тем, что на экспериментальном участке не успевал установиться стационарный режим и замерялась скорость переднего нестационарного возмущения, которое еще должно было замедляться и затухать (см. ниже).

Равновесным состояниям перед ($x = -\infty$) и за ($x = +\infty$) волной соответствуют особые точки системы дифференциальных уравнений. Исследование этих точек показало, что перед волной параметры изменяются монотонно по экспоненте, а за волной описываются суперпозицией четырех фундаментальных решений, два из которых соответствуют монотонному экспоненциальному приближению к конечному состоянию, а два (сопряженных) — затухающим гармоническим колебаниям. Параметры, определяющие эти решения, зависят от интенсивности волны, параметров среды, вязкости и, что очень важно, от интенсивности межфазного теплообмена.

2. Для определения N , характеризующего межфазный теплообмен, была рассмотрена задача теплопроводности пульсирующего пузырька в жидкости. Соответствующая линейная задача для гармонических пульсаций рассмотрена в ⁽⁶⁾. Принимались сферическая симметрия и однородность давления p (но не плотности и температуры газа) внутри пузырька. Последнее обеспечивается, когда скорость поверхности пузырька w много меньше скорости звука в газе a_2 .

Уравнения притока тепла, неразрывности и состояния для газа, граничные и начальные условия в сферических лагранжевых координатах (ξ, t) имеют вид

$$\rho \gamma c_2 \frac{\partial T(\xi, t)}{\partial t} = \frac{\rho}{\rho_0 \xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\lambda \frac{\rho r^4}{\rho_0 \xi^2} \frac{\partial T(\xi, t)}{\partial \xi} \right) + \frac{dp(t)}{dt},$$

$$\frac{\partial r(\xi, t)}{\partial \xi} = \frac{\rho_0 \xi^2}{\rho r^2}, \quad p(t) = (\gamma - 1) c_2 \rho(\xi, t) T(\xi, t), \quad 0 \leq \xi < \delta/2, \quad (2,1)$$

$$T_\xi(0, t)=0, \quad r(0, t)=0, \quad T(\delta_0/2, t)=T_0, \\ \rho(\xi, 0)=\rho_0, \quad r(\xi, 0)=\xi, \quad T(\xi, 0)=T_0,$$

где $r(\xi, t)$ — эйлера координата. Как правило, граничное условие на поверхности пузырька можно ставить в виде $T(1/2\delta_0, t)=T_0$.

Задача (2,1) решалась для случая воздушного пузырька в воде при различных его размерах и режимах радиального движения $\delta(t)$. На рис. 1 представлено характерное распределение температуры внутри пульсирующего пузырька, когда $\delta(t)$ определялась из уравнения Рэлея (последние два уравнения (1,1)). Начальные данные: $\delta_0=2,0$ мм, $T_0=300^\circ$ К, $p_0=1$ бар;

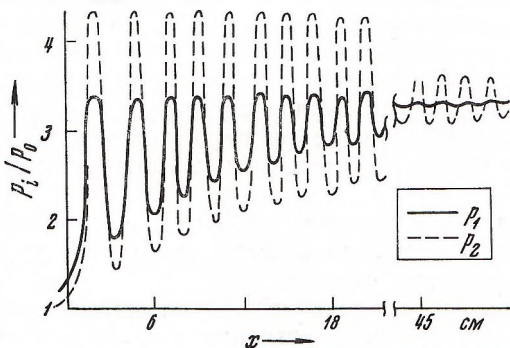


Рис. 3. Распределение давления в волне (пульсационная структура)

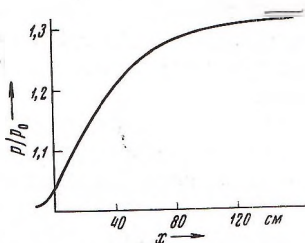


Рис. 4. Распределение давления в волне (монотонная структура)

давление жидкости вдали от пузырька принималось постоянным и равным $p_1=2$ бар; $\omega t=0$ и $\omega t=2\pi$ соответствуют двум последовательным моментам максимального сжатия пузырька. Следует отметить немонотонность кривых $T(\xi)$, что вызвано сдвигом фаз между колебаниями δ и q_w . Интересно, что в некоторые моменты времени тепловой поток направлен внутрь пузырька, хотя его средняя температура $T_2=\langle T \rangle$ при этом выше температуры жидкости. Рассмотренный режим соответствует поведению пузырьков в ударной волне в зоне осцилляций.

В случае ударной волны без скачка параметры в начале волны меняются монотонно по экспоненте. На рис. 2 для случая $\delta=\delta_0(1-a \exp \omega t)$ при $\delta_0=2,8$ мм, $a=10^{-4}$ приведена полученная зависимость $N(\tau)$ вместе с $\delta(\tau)$, где $N=q_w \delta / (\lambda_2 (T_0 - T_2))$, $\tau=4t\lambda_2 / (c_2 \rho_0 \delta_0^2 \gamma)$.

3. Рассчитывались различные варианты структуры ударных волн в растворе 1:1 глицерина с водой, содержащем пузырьки воздуха, применительно к экспериментам (5, 7). На рис. 3 и 4 приведены рассчитанные зависимости $p_1(x)$ и $p_2(x)$. На рис. 3 (пульсационная структура) для волны с параметрами

$$\delta_0=3,1 \text{ мм}; \quad \alpha_{20}=0,042; \quad p_0=0,36 \text{ бар}; \quad v_0=50 \text{ м/сек}; \quad p_e/p_0=3,3, \quad (3,1)$$

а на рис. 4 (монотонная структура, $p_1(x) \approx p_2(x)$) для волны с параметрами

$$\delta_0=2,8 \text{ мм}; \quad \alpha_{20}=0,025; \quad p_0=0,9 \text{ бар}; \quad v_0=65 \text{ м/сек}; \quad p_e/p_0=1,32. \quad (3,2)$$

При этом теплообмен определялся значением $N=30$, что качественно согласуется с результатами п.2. Увеличение p_e/p_0 , δ_0 , α_{20} при фиксированной v_0 , уменьшение v_1 , увеличение N на начальном участке волны — все это усиливает тенденцию к осцилляторной структуре.

Расчеты показали существенное влияние межфазного теплообмена и соответствующего параметра N на структуру волны. Для более слабых волн типа (3,2) осциллирующая структура реализуется, если увеличить N до 10^4 и более на начальном участке волны, где δ уменьшается всего на

3—5%. Такие завышенные значения N не согласуются с результатами п.2, даже если учесть интенсификацию теплообмена за счет циркуляционных токов внутри пузырька из-за его движения относительно жидкости, поэтому для волны (3,2) в стационарном режиме не должно быть пульсаций. В опытах (⁵, ⁷), для волны типа (3,2) получался осцилляционный режим, что связано с их нестационарностью из-за недостаточной длины экспериментального участка, которая составляла $\sim 1,5$ м. В то же время толщины зон релаксации рассматриваемых волн также около 1 м. Поэтому нет ничего удивительного, что на этих расстояниях волны не успевают выходить на стационарный режим.

Условие осцилляционной структуры стационарной волны, полученное в (⁷), и которому, в частности, удовлетворяет волна (3,2), справедливо только для изотермического поведения пузырьков ($N=\infty$). Учет же тепловой неравновесности и связанной с ней диссипации энергии существенно расширяет область стационарных волн с монотонной структурой. Заметим, что в случае политропического поведения газа с фиксированным коэффициентом политропы k диссипация происходит только из-за вязкости жидкости.

При учете реальной тепловой неравновесности ($10 < N < 10^3$) роль двухскоростных эффектов (относительного движения фаз) становится незаметной на фоне более сильной тепловой диссипации.

Расчет акустического излучения из-за сжимаемости жидкости показали заметное влияние этого эффекта на затухание пульсаций в более сильной волне (3,1).

Научно-исследовательский институт механики
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступило
19 IV 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Р. И. Нигматулин, ПММ, 35, № 3 (1971). ² Б. С. Когарко, ДАН, 137, № 6 (1961). ³ L. van Wijngaarden, Ann. Rev. Fluid Mech., 14 (1972). ⁴ Р. И. Нигматулин, Вестн. Московск. унив., Математ., механ., № 3 (1969). ⁵ L. Noordzij, Shock Waves in Bubble - liquid Mixtures. Physical Communications. Twente univ. of Technology, 3, № 1, 1971. ⁶ R. B. Chapman, M. S. Plesset, J. Basic Eng. Trans. ASME, 93, № 4 (1971). ⁷ С. С. Кутателадзе, А. П. Бурдуков и др., ДАН, 207, № 2 (1972).