Доклады Академии наук СССР
1973. Том 212, № 4

УДК 535.4

ФИЗИКА

А. Б. ШВАРЦБУРГ

НЕКОГЕРЕНТНОЕ ОТРАЖЕНИЕ СИЛЬНЫХ РАДИОВОЛН ОТ ИОНОСФЕРЫ

(Представлено академиком В. Л. Гинзбургом 10 I 1973)

В последнее время возможности параметрической генерации плазменных колебаний в ионосфере в поле сильных радиоволн привлекают большое внимание ([1], [2]). Если частота радиоволны ω_0 близка к одной из частот собственных колебаний в ионосферной плазме, а амплитуда радиоволны E превосходит некоторое «пороговое» значение $E_к$, то начинается параметрическая раскачка собственных колебаний. При этом особый интерес вызывает область отражения радиоволн от ионосферы, где вследствие «разбухания» поля легче достичь порога резонанса. В случае параметрического возбуждения собственных высокочастотных колебаний в ионосферной плазме возникают и низкочастотные колебания с частотой $\Omega \ll \omega_0$. Возмущения плотности зарядов, вызванные этими колебаниями, малы, однако они развиваются в области отражения радиоволны от ионосферы. Поэтому рассеяние радиоволны на таких возмущениях может быть существенно.

1. Пусть на плоскослоистую ионосферу вертикально падает плоская радиоволна с амплитудой E и волновым вектором $\mathbf{k}_0=\omega_0/c$, возбуждающая в области отражения плазменную высокочастотную волну с волновым вектором $\mathbf{k}$ и низкочастотную волну с волновым вектором* $\mathbf{q}$.

Рассмотрим рассеяние радиоволны, отражающейся достаточно далеко от максимума слоя, так что ход плотности N вблизи точки отражения можно считать линейным: $N=N_0 z/z_1$, где z_1 — высота точки отражения, N_0 — значение плотности при $z=z_1$. Допустим, что в области отражения происходит параметрическая генерация плазменных колебаний, длина волны которых λ достаточно мала:

$$\lambda \ll a, \tag{1}$$

где a — характерный размер области, в которой поле стоячей радиоволны можно считать однородным.

При условии (1) можно считать, что параметрическая генерация происходит в однородном переменном электрическом поле, а волновые векторы образующихся высокочастотных ($\mathbf{k}$) и низкочастотных ($\mathbf{q}$) колебаний связаны соотношением $\mathbf{k}+\mathbf{q}=0$. Если неравенства (1) и $|\mathbf{q}|\ll|\mathbf{k}_0|$ совместны, то можно найти сечение рассеяния для волны, рассеянной с волновым вектором $-\mathbf{k}_0+\mathbf{q}$, воспользовавшись теорией фраунгоферовой дифракции.

Рассмотрим отражение обыкновенной волны, считая для простоты магнитное поле Земли горизонтальным. При этом $\omega_0=\Omega_e(z)$, а вектор $\mathbf{E}$ можно считать направленным по магнитному полю $\mathbf{H}_0$. Примем ось z за вертикаль и обозначим через $\boldsymbol{\rho}$ радиус-вектор в плоскости $z=0$, перпендикулярной z. В этой плоскости ось x совпадает с направлением $\mathbf{H}_0$, ось y — перпендикулярна z. Эффективное сечение рассеяния $d\sigma$ в телесный угол do имеет вид $d\sigma=|f|^2 dO$, где f — амплитуда рассеяния. В первом борновском

* Волну частоты ω_0 можно считать плоской, если размер возмущенной области, где возбуждаются колебания, много меньше первой зоны Френеля $\sqrt{R\lambda}$, где R — расстояние до излучателя, $\lambda=2\pi c/\omega_0$.

приближении амплитуда f представляется формулой

$$f=A\int e^{i\mathbf{pr}}\Phi^2\left(-\frac{z'}{z_1}\right)\delta\varepsilon\, d\mathbf{r}; \tag{2}$$

Здесь $\delta\varepsilon$ — возмущение диэлектрической проницаемости, Φ — функция Эйри; $z'=z-z_1$. Постоянную A можно найти, переходя в (2) к пределу больших z'. В этом пределе амплитуда f, соответствующая приближению геометрической оптики, равна (3).

$$f=\frac{\omega_0^2}{2\pi c^2}\int e^{i\mathbf{pr}}\varepsilon^{-1/2}\,\delta\varepsilon\, d\mathbf{r}. \tag{3}$$

Отсюда, замечая, что $\delta\varepsilon=\delta N/N$, где N — невозмущенное значение плотности электронов в точке отражения, получим для амплитуды рассеяния (3)

$$f=-\frac{i\Omega_e^2}{\pi c^2}\left(\frac{\Omega_e z_1}{c}\right)^{1/3}\int e^{i\mathbf{pr}}\Phi^2\left(-\frac{z'}{z_1}\right)\frac{\delta N}{N}\, d\mathbf{r}. \tag{4}$$

2. Вычислим теперь низкочастотное возмущение плотности $\delta N/N$. Из уравнения непрерывности получим

$$\frac{\delta N}{N}=\frac{(\mathbf{qj})}{eN\Omega},\qquad j=\sigma(\Omega)\mathbf{E}_\Omega=-\frac{i\Omega}{4\pi}[\varepsilon(\Omega)-1]\mathbf{E}_\Omega. \tag{5}$$

Чтобы найти $\varepsilon(\Omega)$, заметим, что неравенства (1) и $|\mathbf{k}_0|\gg|\mathbf{q}|$ совместны при $|\mathbf{q}|\simeq 10^{-4}$ см$^{-1}$, так что $qv_{Ti}\leqslant 10$ сек$^{-1}$, где $v_{Ti}=\sqrt{\varkappa T_i/M}$. Рассмотрим случай $\Omega\gg qv_{Ti}$, так как $\Omega\leqslant\Gamma_1$ при $\Omega\ll qv_{Ti}$, где Γ_1 — декремент затухания низкочастотной волны (см. (9)), и резонанс будет характеризоваться более высоким порогом. При $\Omega\gg qv_{Ti}$

$$\varepsilon(\Omega)=1+(qD_e)^{-2}-\Omega_i^2/\Omega^2, \tag{6}$$

где Ω_i — лэнгмюровская частота ионов, D_e — дебаевский радиус. При этом частота Ω и расстройка δ определяются следующими выражениями [4]:

$$\Omega^2=\frac{(\delta^2+\Gamma_2^2)\Gamma_1+\omega_s^2\Gamma_2}{\Gamma_1+\Gamma_2}, \tag{7}$$

$$\delta=\omega_0-\sqrt{\Omega_e^2+\Omega_i^2}-{}^3/_2(qD_e)^2\Omega_e, \tag{8}$$

где $\omega_s^2=\dfrac{\varkappa T_e}{m}q^2$, $\quad\Gamma_2=\dfrac{\nu_e}{2}$ — декремент затухания плазменной волны, ν_e — частота столкновений электрона с ионами и молекулами (при интересующих нас значениях $q\ll D_e^{-1}[\sqrt{2\ln(ND_e^3)}]^{-1}$ бесстолкновительное затухание мало).

Декремент затухания низкочастотной волны

$$\Gamma_1=\sqrt{\frac{\pi}{8}\frac{m}{M}}\,\omega_s+\frac{\nu_{im}}{2}+\frac{4}{5}\nu_{ii}\left(\frac{qv_{Ti}}{\Omega}\right)^2+\Omega\sqrt{\frac{\pi}{8}}\left(\frac{\Omega}{qv_{Ti}}\right)^3\exp\left(-\frac{\Omega^2}{2q^2v_{Ti}^2}\right); \tag{9}$$

здесь ν_{ii} и ν_{im} — частоты столкновений ионов с ионами и молекулами соответственно.

Чтобы вычислить возмущение плотности зарядов δN из (5), нужно найти амплитуду низкочастотной волны E_Ω. В области прозрачности ($\Omega\gg\Gamma_1$) с этой целью можно использовать уравнения баланса для плотности числа квантов взаимодействующих полей. Пусть n — плотность числа квантов поля в единице объема, связанная с амплитудой поля формулой: $n=2\pi^2\left|\dfrac{\partial}{\partial\omega}(\omega\varepsilon)\right|(\hbar\omega)^{-1}|E|^2$. Тогда, используя для $\varepsilon(\Omega)$ формулу (6), а для $\varepsilon(\omega_0)$ полагая $\varepsilon(\omega_0)=1-\Omega_e^2/\omega_0^2$, получим для плотности числа квантов высокочастотных (n^t) и низкочастотных колебаний (n^s)

$$n^t=\frac{4\pi^2|\mathbf{E}|^2}{\hbar\omega_0},\quad n^s=\frac{2\pi^2|\mathbf{E}_\Omega|^2}{\hbar\Omega}\left[(qD_e)^{-2}+\frac{\Omega_i^2}{\Omega^2}\right]. \tag{10}$$

Тогда в случае $n^s \ll n^t$ можно записать уравнение баланса для n^s в виде

$$\partial n^s/\partial t+\mathrm{div}\,(\mathbf{v}n^s)-2\gamma n^s=0; \tag{11}$$

здесь γ — нелинейный инкремент нарастания колебаний в околопороговой области

$$\gamma=\frac{\nu_e}{2}\left(\frac{E^2}{E_\text{к}^2}-1\right);\quad E_\text{к}^2=\frac{64\pi NT_i\Gamma_1(\Gamma_2^2+2\Gamma_1\Gamma_2+\omega_s^2)}{\Omega_e(qv_{Ti})^2}; \tag{12}$$

$E_\text{к}$ — минимальное пороговое значение амплитуды, достигаемое при $\delta=\Gamma_2=\nu_e/2$; $\Gamma_1 \ll \Gamma_2$.

Величина v, входящая в (11),

$$v=(q\Omega)^{-1}\left\{\Gamma_2\left[\sqrt{\frac{\pi}{8}\frac{m}{M}}\,\omega_s+\nu_{ii}\cdot\frac{8}{5}\left(\frac{qv_{Ti}}{\Omega}\right)^2+\Omega\sqrt{\frac{\pi}{8}}\left(\frac{\Omega}{qv_{Ti}}\right)^2\left(1-\frac{3\Omega}{qv_{Ti}}\right)\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\exp\left(-\frac{\Omega^2}{2q^2v_{Ti}^2}\right)\right]+\omega_s^2-3\Gamma_1\Omega_e(qD_e)^3\right\}.$$

Если рассматривать эволюцию колебаний, описываемую уравнением (11) за достаточно малый интервал времени t (оценку t см. ниже, п. 3), то можно пренебречь выносом колебаний и записать решение в виде

$$n^s=n_0^s e^{2\gamma t},$$

где $n_0^s=n^s|_{t=0}$. Будем считать, что значение n_0^s определяется интенсивностью термодинамически равновесных шумов. Принимая для последних распределение Рэлея — Джинса и полагая для спектральной плотности шумов $(n_0^s)_\text{к}=n_0^s\delta(\mathbf{k}-\mathbf{q})/k^2$, получим для плотности числа квантов с волновым вектором $\mathbf{k}=\mathbf{q}$ в единице объема

$$n_0^s=4\pi\varkappa Tq^3/(3\hbar\Omega). \tag{13}$$

Подставляя (13) в (10), найдем $|E_\Omega|^2$, а затем, используя (6) и (5), найдем для возмущения плотности δN

$$\frac{\delta N}{N}=-\frac{ie^2}{m}\frac{q^2}{\Omega_e^2}\sqrt{\frac{8N}{3q}}\,e^{i(qx-\Omega t)+\gamma t}. \tag{14}$$

3. Теперь можно вычислить амплитуду рассеяния f. Подставляя (14) в (4), получим

$$f=-\frac{e^2}{mc^2}\frac{q^2}{\pi}\left(\frac{\Omega_e z_1}{c}\right)^{1/3}\sqrt{\frac{8N}{3q}}\,e^{\gamma t-i\Omega t}\int e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}}\Phi^2\left(-\frac{z'}{z_0}\right)e^{-iqx}\,d\mathbf{r}.$$

Типичные значения величин, входящих в уравнения, составляют для F-слоя ионосферы в ночных условиях (когда порог резонанса обычно ниже, чем днем): $qv_{Ti}\simeq 5$ сек$^{-1}$, $\Omega\simeq 20$ сек$^{-1}$, $\Gamma_1\simeq 4$ сек$^{-1}$, $\omega_s\simeq 3$ сек$^{-1}$, $\Gamma_2\simeq 60$ сек$^{-1}$, $\nu_{im}\simeq 0{,}2$ сек$^{-1}$, $\nu_{ii}\simeq 0{,}1$ сек$^{-1}$, $\Omega_i\simeq 10^4$ сек$^{-1}$, $v\simeq(5-8)\cdot 10^4$ см$\cdot$сек$^{-1}$ $E_\text{к}\simeq 20-60$ мв/м.

Пусть a — характерный размер области в плоскости (x, y) с центром в точке $(0, 0)$, где $E^2 \geqslant E_\text{к}^2$. Тогда для значений $(\rho \ll a)$, где $\rho=x_0, y_0$, удовлетворяющих неравенству $\rho|\partial E^2/\partial\rho| \ll E^2$, при описании эволюции колебаний за время $\tau\approx 2\rho/a$ можно считать задачу однородной и пренебречь выносом колебаний. Считая, что функция E^2 при $\rho \ll a$ может быть представлена в виде $E^2=E_0^2(1-\rho^2a^{-2})$, где E_0^2 — значение квадрата модуля амплитуды радиоволны в точке $(0, 0-z_M)$ *, и полагая $a\approx 10$ км, получим:

* z_M — координата первого максимума функции Эйри.

$\rho \simeq 2$ км. Поле радиоволн за такой интервал времени можно считать заданным, так как $2\gamma t \ll \ln (n^t/n_0^s)$, где n^t и n_0^s определены в (10) и (13). В околопороговой области, полагая $E_0^2/E_к^2 \approx 1{,}1$, можно удовлетворить этому неравенству при $t \simeq 4-5$ сек.

При интегрировании по z учтем, что функция $\Phi^2(-z'/z_1)$ меняется значительно медленнее, чем $\exp(ipz)$, и положим под интегралом $\Phi(z) = \Phi(-z_M)$. Тогда

$$f = -\frac{e^2}{mc^2}\frac{q^2}{\pi}\left(\frac{\Omega_e z_1}{c}\right)^{1/3}(2\pi)^3\sqrt{\frac{8N}{3q}}\,\Phi^2\left(-\frac{z_M}{z_1}\right)\delta(p_z)\,\delta(p_y)\,\delta(p_x-q)\,e^{\gamma t}; \tag{15}$$

здесь γ определено согласно (12), где $E^2 = E_0^2(0, 0, -z_M)$.

Найдем теперь $|f|^2$. Выполняя после этого интегрирование по углам в формуле $d\sigma = |f|^2 do$, найдем эффективное сечение рассеяния:

$$\sigma = \frac{2^6\pi}{3}\Phi^4\left(-\frac{z_M}{z_1}\right)\left(\frac{\Omega_e z_1}{c}\right)^{2/3}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 N x_0 y_0 z_0 e^{2\gamma t}. \tag{16}$$

Подсчет по формуле (16) показывает, что в F-слое для приведенных выше характерных параметров задачи $\sigma \simeq 10^7-10^8$ см^2. При этом волновой вектор рассеянной волны составляет при выходе из ионосферы $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}_0 + \mathbf{q}$. Поэтому рассеянная волна будет приниматься на Земле в точке, смещенной от излучателя на некоторое расстояние $\Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2$. Чтобы найти Δy_1, можно, используя геометрическую оптику, считать, что горизонтальная компонента волнового вектора $\mathbf{q}$ сохраняется. Поэтому, распространяясь в ионосфере, рассеянный луч отклонится от вертикали на расстояние $\Delta y_1 = v_1 t$, где v_1 — горизонтальная проекция групповой скорости волны, составляющая $v_1 = c^2 q \omega_0^{-1}$. Для линейного слоя $\varepsilon = 1 - z/z_1$ время распространения рассеянного луча составляет $t = 2z_1 c^{-1}$ [5]. После выхода из ионосферы под углом $\alpha = \operatorname{arctg} q k_0^{-1}$ луч отклонится еще на расстояние $\Delta y_2 = H\alpha$, где H — высота точки выхода луча из ионосферы. Тогда отклонение отраженного луча равно $\Delta y = (2z_1 + H)\alpha$. Изменение волнового вектора приводит к сдвигу частоты $\Delta\omega/\omega_0 = q^2/(2k_0^2)$. Видно, что в результате некогерентного рассеяния отраженный луч отклоняется от вертикали на $\Delta y \simeq 60-70$ км и испытывает сдвиг частоты $\Delta\omega/\omega_0 \simeq 0{,}01-0{,}02$.

Таким образом, в случае вертикального зондирования сильной радиоволной найдена амплитуда рассеяния на низкочастотных возмущениях плотности, развивающихся при параметрической генерации плазменных волн в области отражения $\varepsilon \to 0$. Здесь рассмотрен случай мелкомасштабных возмущений, когда поле радиоволны может считаться однородным, а приближение геометрической оптики неприменимо. Рассеянный луч испытывает отклонение от вертикали и сдвиг частоты, причем сечение рассеяния в области $\varepsilon \to 0$ может быть значительным.

Автор благодарит акад. В. Л. Гинзбурга за внимание к работе и стимулирующую критику.

Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн
Академии наук СССР
Академгородок Московской обл.

Поступило
3 I 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] W. F. Utlaut, J. Geophys. Res., 75, 6402 (1970). [2] A. T. Wong, R. I. Taylor, Phys. Rev. Let., 27, 644 (1971). [3] В. В. Васьков, А. В. Гуревич, Изв. высш. учебн. завед., Радиофизика, 16, 2, 211 (1973). [4] А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, Геомагнетизм и аэрономия, 6, 842 (1966). [5] В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, «Наука», 1960.