

УДК 532.517.4:532.529.5

ГИДРОМЕХАНИКА

Г. Н. АБРАМОВИЧ, Т. А. ГИРШОВИЧ

## О ДИФфуЗИИ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ГАЗОВЫХ ПОТОКАХ \*

(Представлено академиком Л. И. Седовым 25 XII 1972)

Известно, что число Шмидта для турбулентных струй газа переменного состава меньше единицы <sup>(1)</sup>. Вследствие этого толщина струи, определенная по профилю концентрации газовой примеси, обычно всегда больше соответствующей толщины, определенной по профилю скорости.

При распространении турбулентных струй газа, содержащих твердые частицы, имеет место обратное явление <sup>(2)</sup>, а именно, толщина струи, определенная по профилю концентрации, оказывается меньше соответствующей толщины, определенной по профилю скорости смеси.

Настоящая статья посвящена выяснению вопроса о том, как зависит число Шмидта для струй газа с твердыми или капельно-жидкими примесями от концентрации частиц или капель.

Известно, что турбулентное число Шмидта представляет собой отношение коэффициента турбулентной вязкости к коэффициенту турбулентной диффузии, т. е. в рамках теории Прандтля

$$Sc = \frac{\varepsilon}{D} = \frac{\rho l_u v'}{\rho l_x v_p'} = \frac{l_u v'}{l_x v_p'}; \quad (1)$$

здесь  $l_u$  — путь смешения по скорости смеси,  $l_x$  — путь смешения по концентрации,  $u$  — продольная составляющая скорости смеси,  $\rho$  — плотность смеси,  $v'$  — поперечная составляющая пульсационной скорости смеси,  $v_p'$  — поперечная пульсационная составляющая скорости примеси. В случае смеси газов  $v_p' = v'$ .

Известно также, что путь смешения по скорости не равен пути смешения по концентрации. При этом путь смешения можно полагать равным произведению пульсационной скорости на продолжительность «жизни» моля, а пульсационные скорости компонентов смеси можно считать одинаковыми.

Тогда

$$l_u = v' \Delta \tau_u, \quad l_x = v' \Delta \tau_x; \quad (2)$$

здесь  $\Delta \tau_u$ ,  $\Delta \tau_x$  — продолжительность «жизни» моля при смешении по скорости и по концентрации соответственно;  $\Delta \tau_x$  больше  $\Delta \tau_u$  на некоторую фиктивную величину, отражающую тот факт, что перенос массы осуществляется не только переносом центра тяжести моля из слоя, но и поворотом моля. Таким образом, в случае смешения газов

$$Sc_g = \Delta \tau_u / \Delta \tau_x. \quad (3)$$

Если примесь представляет собой твердые частицы, то газовый моль тормозится этими частицами <sup>(3, 6)</sup>, а скорости моля и частиц не одинаковы. Пути смешения по скорости и концентрации в этом случае можно оп-

\* Докладывалось на XIII Международном конгрессе по теоретической и прикладной механике.

ределить по формулам

$$l_u = v_a' \Delta \tau_u, \quad l_{\kappa} = v'_{pa} \Delta \tau_{\kappa}; \quad (4)$$

здесь  $v_a$  — средняя за «время жизни» моля пульсационная составляющая скорости смеси,

$$v_a' = 1/2 (v_0' + v'), \quad (5)$$

$v_{pa}'$  — средняя за «время жизни» моля пульсационная составляющая скорости частицы,  $v_0'$  и  $v'$  — соответственно начальное и конечное значения пульсационной скорости смеси.

Полагая, что для каждой тяжелой частицы, попадающей в газовый моль в момент его образования, всегда можно подыскать другую частицу с такой же по величине, но противоположной по знаку скоростью, можно считать, что в среднем начальная скорость частиц равна нулю. При таком предположении

$$v_{pa}' = 1/2 v_p'. \quad (6)$$

Тогда согласно формуле (1)

$$Sc = \frac{l_u v'}{l_{\kappa} v_p'} = \frac{v_0' + v'}{v_p'} \frac{\Delta \tau_u}{\Delta \tau_{\kappa}} \frac{v'}{v_p'}. \quad (7)$$

Формулы для пульсационных скоростей газового моля и частиц в конце «жизни» моля  $v_g'$  и  $v_p'$  можно найти в работе (3), откуда

$$v_g' = v_0' \frac{1 + \kappa v_{\sim} / v_0'}{1 + \kappa}, \quad v_p' = \frac{v_0' - v_{\sim}}{1 + \kappa}; \quad (8)$$

здесь  $v_{\sim} = v_g' - v_p'$  — относительная скорость моля, для которой в (4) дается формула

$$\frac{v_{\sim}}{v_0'} = \frac{\exp a - 0,807}{1,792} - \left[ \left( \frac{\exp a - 0,807}{1,792} \right)^2 - 1,133 \right]^{1/2},$$

$$a = 1 + \frac{18 \mu_g}{v_0' \rho_p D^2} (1 + \kappa)^2 l_u,$$

где  $\mu_g$  — коэффициент вязкости воздуха,  $\rho_p$  и  $D$  — соответственно плотность и диаметр частиц,  $\kappa$  — весовая концентрация примеси.

Пульсационную составляющую скорости смеси  $v'$  можно определить, исходя из следующих соображений.

Вследствие отставания частиц от газа при пульсационном движении моля скорость смеси будет отличаться от скорости газа. Касательные напряжения в смеси газа с твердыми частицами можно найти по формуле

$$\tau = \rho_g \langle u_g' v_g' \rangle + \rho_g \kappa \langle u_p' v_p' \rangle. \quad (9)$$

Если считать, что пульсационные составляющие в продольном и поперечном направлениях равны между собой по абсолютной величине (что можно считать верным с точностью до постоянной (5)), то формула (9) приобретает вид

$$\tau = \rho_g \langle v_g^{1 \cdot 2} \rangle + \rho_g \kappa \langle v_p^{1 \cdot 2} \rangle. \quad (10)$$

С другой стороны,

$$\tau = \rho_g (1 + \kappa) \langle v^{1 \cdot 2} \rangle; \quad (11)$$

здесь  $\rho = \rho_g (1 + \kappa)$  — плотность смеси.

Приравняв правые части выражений (10) и (11) и решая полученное уравнение относительно  $v'$ , находим

$$|v'| = \sqrt{\frac{\langle v_g^{1 \cdot 2} \rangle + \kappa \langle v_p^{1 \cdot 2} \rangle}{1 + \kappa}}. \quad (12)$$

После подстановки (8) в (12) и несложных преобразований получаем формулу для пульсационной составляющей скорости смеси

$$v' = \frac{v_0^*}{1+\kappa} \sqrt{1+\kappa v_{\sim}^2/v_0^{1\cdot2}}. \quad (13)$$

Будем считать, что отношение  $\Delta\tau_u/\Delta\tau_{\kappa}$  в случае твердой примеси такое же, как и для газовой. Тогда, подставляя (3) и (13) в (7), найдем

$$Sc = \frac{1+\kappa v_{\sim}^2/v_0^{1\cdot2} + (1+\kappa) \sqrt{1+\kappa v_{\sim}^2/v_0^{1\cdot2}}}{(1-v_{\sim}/v_0)^2} Sc_g. \quad (14)$$

В случае мелкой примеси, которая полностью увлекается газом,  $v_{\sim}=0$  и формула (14) принимает вид

$$Sc = (2+\kappa) Sc_g. \quad (15)$$

Из (14) и (15) следует, что если относительный вес примеси стремится к нулю, то число Шмидта в случае твердой примеси стремится к удвоенному числу Шмидта для газа, так как средняя скорость моля более чем

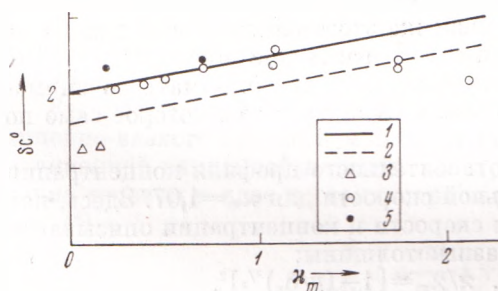


Рис. 1

Рис. 1. Сравнение среднего числа Шмидта, рассчитанного по формуле (17) (1, 2) с экспериментальными данными (3—5): 1 —  $Sc_g=1$ ; 2 —  $Sc_g=0,8$ . Размер частиц порошков: 3 — 20, 4 — 40, 5 — 80  $\mu$

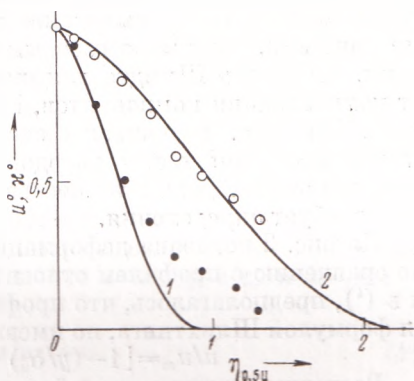


Рис. 2

Рис. 2. Сравнение относительного профиля концентрации (1) и относительной скорости (2)

в два раза выше средней пульсационной скорости частицы (см. формулы (5) и (6)). В другом предельном случае очень крупной примеси, когда частицы не увлекаются при пульсационном движении моля, относительная скорость газа стремится к скорости турбулентного моля без примеси  $v_0'$ . Это происходит потому, что при том же значении концентрации укрупнение частиц приводит к уменьшению их числа в моле и к снижению суммарной силы лобового сопротивления. В результате с увеличением крупности примеси число Шмидта стремится к бесконечности.

Обычно считают, что среднее по сечению число Шмидта равно отношению ординат границ струи по скорости и по концентрации. Это предположение эквивалентно тому, что отношение среднего по сечению пути смешения по скорости к толщине струи по скорости считается равным соответствующему отношению по концентрации, что вообще говоря, требует проверки. Тем не менее сравнение среднего расчетного числа Шмидта для мелкой примеси с найденным из эксперимента отношением ординат границ струи по скорости и по концентрации может служить качественной и до некоторой степени количественной проверкой полученных выше результатов.

Среднее по поперечному сечению число Шмидта можно определить по формуле



$$Sc^0 = \frac{1}{\delta_{\kappa}} \int_0^{\delta_{\kappa}} Sc dy. \quad (16)$$

Для мелких частиц

$$Sc^0 = \int_0^1 (2+\kappa) Sc_g d\eta_{\kappa} = (2+0,45\kappa_m) Sc_g. \quad (17)$$

На рис. 1 приведено сравнение среднего числа Шмидта, определенного по формуле (17), с экспериментальными данными <sup>(2)</sup>, причем среднее экспериментальное число Шмидта определялось как отношение ординат точек в поперечном сечении струи, где скорость и концентрация соответственно равны половине скорости и концентрации на оси:

$$Sc^0 \approx \delta_{0,5u} / \delta_{0,5\kappa}.$$

Из графика видно, что качественно результаты расчета согласуются с экспериментальными данными и в смысле влияния концентрации, и в смысле влияния крупности частиц на число Шмидта.

Следует отметить, что нет основания ожидать хорошего количественного совпадения расчетных кривых для среднего числа Шмидта с опытными данными. Опыты по газовым струям переменного состава <sup>(1)</sup> показывают, что число Шмидта для смешивающихся газов существенно зависит от концентрации компонентов. Механизм же этого влияния еще далеко не ясен. Поэтому, сравнивая с экспериментом расчетное число Шмидта в случае смешения газа с твердой примесью, следует принимать во внимание, что оно найдено с точностью до числа Шмидта газов, которое само по себе требует определения.

На рис. 2 показана деформация относительного профиля концентрации по сравнению с профилем относительной скорости для  $\kappa_m = 1,07$ . Здесь, как и в <sup>(4)</sup>, предполагалось, что профили скорости и концентрации описываются формулой Шлихтинга, но имеют разные толщины:

$$u/u_m = [1 - (y/\delta_u)^{3/2}]^2, \quad \kappa/\kappa_m = [1 - (y/\delta_{\kappa})^{3/2}]^2.$$

Расчетный относительный профиль концентрации, таким образом, определяется по формуле

$$\kappa/\kappa_m = [1 - \eta_u^{3/2} (Sc^0)^{3/2}]^2, \quad \eta_u = y/\delta_u.$$

Для сравнения на этой же фигуре приведены экспериментальные точки <sup>(2)</sup>.

Из графика видно, что расчетные кривые удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Следует отметить, что если эксперимент четко показывает различие профилей скорости и концентрации (см. рис. 2), то расслоение самих профилей концентрации в зависимости от величины концентрации на оси обнаружить в эксперименте <sup>(2)</sup> фактически не удастся. Это происходит, по-видимому, как из-за незначительного расслоения расчетных профилей при не слишком большом изменении концентрации, так и из-за разброса экспериментальных точек.

С другой стороны, факт незначительного расслоения экспериментальных кривых концентрации примеси можно понять и так, что число Шмидта с ростом концентрации изменяется не так интенсивно, как это получается из формул (14) и (15). Этот вопрос требует дальнейшей экспериментальной проверки.

Московский авиационный институт  
им. С. Орджоникидзе

Поступило  
23 XII 1972

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> G. N. Abramovich, O. V. Yakovlevsky et al., *Astronautica acta*, 14 (1969).
- <sup>2</sup> М. К. Лаатс, Ф. А. Фришман, *Изв. АН СССР, Мех. жидкости и газа*, № 2 (1970).
- <sup>3</sup> Г. Н. Абрамович, *ДАН*, 190, № 5 (1970). <sup>4</sup> Г. Н. Абрамович, В. И. Бажанов, Т. А. Гиршович, *Изв. АН СССР, Мех. жидкости и газа*, № 6 (1972).
- <sup>5</sup> Г. Н. Абрамович, *Теория турбулентных струй*, 1960. <sup>6</sup> G. N. Abramovich, *J. Heat Mass Transfer*, 14 (1971).