

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА СЧИТЫВАНИЯ СМЕШАННЫХ ПРОПУСКАЮЩИХ ГОЛОГРАММ В ОПТИЧЕСКИ АКТИВНОМ ПЬЕЗОКРИСТАЛЛЕ $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ ПРОИЗВОЛЬНОГО СРЕЗА

А.В. Макаревич<sup>1</sup>, В.Н. Навныко<sup>1</sup>, С.М. Шандаров<sup>2</sup>,  
Д.С. Блоцкая<sup>1</sup>, Е.Ю. Цырулик<sup>1</sup>, П.И. Ропот<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина

<sup>2</sup>Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

<sup>3</sup>Институт физики имени Б.И. Степанова НАН Беларуси, Минск

## OPTIMIZATION OF THE READING PROCESS OF MIXED TRANSMISSION HOLOGRAMS IN AN OPTICALLY ACTIVE $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ PIEZOCRYSTAL OF ARBITRARY CUT

A.V. Makarevich<sup>1</sup>, V.N. Naunya<sup>1</sup>, S.M. Shandarov<sup>2</sup>,  
D.S. Blotskaya<sup>1</sup>, E.Yu. Tsyruлик<sup>1</sup>, P.I. Ropot<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mozyr State Pedagogical University named after I.P. Shamyakin

<sup>2</sup>Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics

<sup>3</sup>B.I. Stepanov Institute of Physics of NASB, Minsk

**Аннотация.** На основе ранее полученных экспериментальных данных выполнена теоретическая оптимизация процесса считывания смешанных пропускающих голограмм в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  произвольного среза. Показано, что в отличие от случая чисто фазовых голограмм, учет амплитудной составляющей смешанной голографической решетки приводит к существенному изменению значений ориентационного угла кристалла и азимутов линейной поляризации считываемого голограмму пучка, при которых для фиксированного кристаллического среза достигается максимум дифракционной эффективности.

**Ключевые слова:** фоторефрактивный кристалл, кристалл ВТО, дифракционная эффективность, фазовая голограмма, смешанная голограмма, азимут поляризации, ориентационный угол.

**Для цитирования:** Оптимизация процесса считывания смешанных пропускающих голограмм в оптически активном пьезокристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  произвольного среза / А.В. Макаревич, В.Н. Навныко, С.М. Шандаров, Д.С. Блоцкая, Е.Ю. Цырулик, П.И. Ропот // Проблемы физики, математики и техники. – 2026. – № 1 (66). – С. 12–20. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2026\\_1\\_66\\_12](https://doi.org/10.54341/20778708_2026_1_66_12). – EDN: ZEBYEO

**Abstract.** Based on previously obtained experimental data, a theoretical optimization of the process of reading mixed transmission holograms in a  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  crystal of arbitrary cut was performed. It was shown that, unlike the case of purely phase holograms, taking into account the amplitude component of the mixed holographic grating leads to a significant change in the values of the crystal orientation angle and the azimuths of the linear polarization of the beam reading the hologram, at which the maximum diffraction efficiency is achieved for a fixed crystal cut.

**Keywords:** photorefractive crystal, BTO crystal, diffraction efficiency, phase hologram, mixed hologram, polarization azimuth, orientation angle.

**For citation:** Optimization of the reading process of mixed transmission holograms in an optically active  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  piezocrystal of arbitrary cut / A.V. Makarevich, V.N. Naunya, S.M. Shandarov, D.S. Blotskaya, E.Yu. Tsyruлик, P.I. Ropot // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2026. – № 1 (66). – P. 12–20. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2026\\_1\\_66\\_12](https://doi.org/10.54341/20778708_2026_1_66_12) (in Russian). – EDN: ZEBYEO

### Введение

В настоящее время признанными фоторефрактивными материалами для формирования объемных голограмм выступают кубические оптически активные пьезокристаллы семейства силленита: силикосилленит висмута  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO), германосилленит висмута  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  (BGO) и титаносилленит висмута  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO), принадлежащие классу симметрии 23 и обладающие рядом полезных для голографии

оптических свойств и качеств, которые указаны, например, в [1]–[4]. В настоящее время такие нелинейные светочувствительные среды широко используются в голографической интерферометрии [5], томографии [6], голографической микроскопии [7], профилометрии [8], при формировании бездифракционных световых пучков [9] и в других областях. Это обуславливает интерес к изучению и оптимизации выходных энергетических характеристик голограмм, сформированных

в этих кристаллах, с целью наиболее эффективного их использования в различных практически важных приложениях.

Известно, что одной из важнейших энергетических характеристик голограмм выступает их дифракционная эффективность, которая ранее в силленитах традиционно определялась только для фазовой голографической решетки (см., например, [1], [2], [10]). Однако в работах [11], [12] было экспериментально и теоретически показано, что в кристалле ВТО помимо фазовых голограмм дополнительно формируются и амплитудные голографические решетки, что приводит к образованию результирующих фазово-амплитудных или смешанных голограмм [13]. Поэтому в данной работе с учетом экспериментально апробированной теоретической базы, полученной в [11], [12], уделено внимание теоретической оптимизации процесса считывания смешанных голограмм в кристалле ВТО произвольного среза за счет выбора оптимальных значений азимута линейной поляризации  $\Psi_0$  считывающего голограмму пучка и угла пространственной ориентации  $\theta$  кристалла, при которых для кристаллического образца с фиксированным срезом достигается наибольшая дифракционная эффективность  $\eta$  смешанных голографических решеток.

Отметим, что подобная теоретическая оптимизация с учетом модели чисто фазовых голограмм для кристаллов ВГО и ВСО выполнялась соответственно в [14] и [15]. Также исследование дифракционной эффективности смешанных голограмм в кристалле ВТО для семейства его различных симметрично эквивалентных кристаллических срезов  $\{110\}$ ,  $\{112\}$  и  $\{111\}$  с возможностью построения указательной поверхности дифракционной эффективности в этом кристалле произвольного среза без учета определения оптимальных значений  $\Psi_0$  и  $\theta$  рассматривалась в [16].

В рамках настоящей работы показано, что учет амплитудной составляющей смешанной голографической решетки в кристалле ВТО приводит к трансформации указательной поверхности максимальных значений дифракционной эффективности голограмм, а также к изменению значений  $\Psi_0$  и  $\theta$ , при которых она образуется, по сравнению со случаем чисто фазовых голограмм, традиционно рассматриваемых в силленитах. Найденные значения  $\Psi_0$  и  $\theta$  с учетом амплитудной составляющей голограммы могут позволить оптимизировать работу оптических голографических устройств, выполненных на основе этого кристалла.

### 1 Теоретическая модель

В [11], [12] показано, что для теоретического описания экспериментальных данных по дифракции света на смешанных фазово-амплитудных голограммах, сформированных в кристалле ВТО, может быть использована следующая

система дифференциальных уравнений связанных волн:

$$\begin{cases} \frac{dR_{\perp}}{dz} = -\alpha R_{\perp} + \rho R_{\parallel} + \left( ie^{-i\delta} \kappa_1 - \frac{\kappa}{\cos\varphi} \right) S_{\perp} + ie^{-i\delta} \kappa_2 S_{\parallel}, \\ \frac{dR_{\parallel}}{dz} = -\rho R_{\perp} - \alpha R_{\parallel} + ie^{-i\delta} \kappa_3 S_{\perp} + \left( ie^{-i\delta} \kappa_4 - \frac{\kappa \cos 2\varphi}{\cos\varphi} \right) S_{\parallel}, \\ \frac{dS_{\perp}}{dz} = \left( ie^{i\delta} \kappa_1 - \frac{\kappa}{\cos\varphi} \right) R_{\perp} + ie^{i\delta} \kappa_3 R_{\parallel} - \alpha S_{\perp} + \rho S_{\parallel}, \\ \frac{dS_{\parallel}}{dz} = ie^{i\delta} \kappa_2 R_{\perp} + \left( ie^{i\delta} \kappa_4 - \frac{\kappa \cos 2\varphi}{\cos\varphi} \right) R_{\parallel} - \rho S_{\perp} - \alpha S_{\parallel}. \end{cases}$$

Здесь  $R_{\perp}$  и  $R_{\parallel}$ ,  $S_{\perp}$  и  $S_{\parallel}$  – проекции векторных амплитуд опорной ( $R$ ) и предметной ( $S$ ) световых волн на направление, перпендикулярное к плоскости их распространения ( $\perp$ ) и направление, лежащее в этой плоскости ( $\parallel$ );  $\alpha = \alpha_0 / \cos\varphi$ , где  $\alpha_0$  – амплитудный коэффициент поглощения кристалла,  $\varphi$  – брэгговский угол для опорной и предметной волн внутри кристалла (связан с углом Брэгга вне кристалла  $\varphi_0$  законом Снеллиуса);  $\rho = \rho_0 / \cos\varphi$ , где  $\rho_0$  – удельное вращение плоскости поляризации световой волны, характеризующее оптическую активность кристалла;  $\kappa_m$  – постоянные связи, посредством которых учитывается влияние электрооптического, обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов, при этом  $m = 1, 2, 3, 4$ ;  $\kappa$  – параметр связи, характеризующий взаимодействие света с амплитудной голограммой, значение которого определено экспериментально в работе [11] и составило  $2,1 \text{ м}^{-1}$ ;  $\delta = \pi / 2$  – пространственный сдвиг фазовой составляющей голографической решетки относительно ее амплитудной составляющей, которая совпадает по фазе с записывающей голограмму интерференционной картиной;  $z \in [0, d]$ , где  $d$  – толщина кристаллического образца.

Определяя в соответствии с [11, 12] величину дифракционной эффективности голограммы как  $\eta = I_S^{rec} / I_R^0 \cdot 100\%$ , где  $I_S^{rec}$  – интенсивность восстановленной (reconstructed) предметной волны на выходе из кристалла,  $I_R^0$  – интенсивность считывающего голограмму опорного пучка на входе в кристалл, и используя известное в голографии приближение  $I \sim E^2$  (интенсивность  $I$  электромагнитной волны пропорциональна квадрату ее модуля вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$ ), выражение для теоретического расчета дифракционной эффективности голограммы может быть записано в виде

$$\eta(d) = \frac{(S_{\perp}^{rec})^2 + (S_{\parallel}^{rec})^2}{(R_{\perp}^0)^2 + (R_{\parallel}^0)^2} \cdot 100\%.$$

Здесь  $R_{\perp}^0$  и  $R_{\parallel}^0$  – проекции векторной амплитуды восстанавливающей волны  $R$  на направление,

перпендикулярное к плоскости падения и лежащее в этой плоскости на входе в кристалл, а  $S_{\perp}^{rec}$  и  $S_{\parallel}^{rec}$  – соответствующие проекции векторной амплитуды восстановленной волны  $S$  на выходе из кристалла.

Для определения постоянных связи  $\kappa_m$ , значения которых зависят как от среза кристалла, так и от его пространственной ориентации [10], [15], свяжем, как показано на рисунке 1.1, рабочую и кристаллографическую системы координат с использованием углов Эйлера аналогично [16]. Рабочую систему координат будем характеризовать единичными векторами  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ , а кристаллографическую – единичными векторами  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . При этом рабочая система координат определяет расположение кристаллического образца относительно плоскости распространения световых пучков и вектора голографической решетки  $\vec{K} = \vec{k}_S - \vec{k}_R$ , где  $\vec{k}_R$  и  $\vec{k}_S$  – волновые векторы опорной и предметной световых волн.

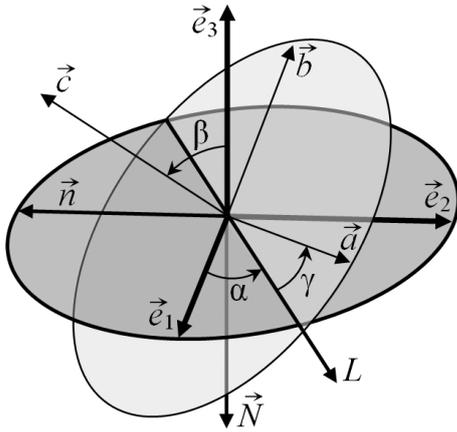


Рисунок 1.1 – Определение положения произвольного среза кристалла и его ориентации относительно плоскости распространения световых пучков с использованием углов Эйлера

Углом прецессии  $\alpha$  (рисунок 1.1) зададим положение единичного вектора  $\vec{e}_1$  относительно линии узлов  $L$  и характеризуем поворот кристаллографической системы координат относительно единичного вектора  $\vec{e}_3$ , являющегося вектором внутренней нормали к лицевой грани кристалла. Углом нутации  $\beta$  определим величину поворота кристаллографической системы координат относительно рабочей системы координат вокруг оси  $L$ , а углом собственного вращения  $\gamma$  будем характеризовать поворот самой кристаллографической системы координат относительно ее оси  $\vec{c}$ . При этом будем считать, что ориентация плоскости среза кристалла в пространстве характеризуется единичным вектором внешней нормали  $\vec{N}$  к его лицевой грани ( $\vec{N} = -\vec{e}_3$ ).

Направим единичный вектор  $\vec{n}$ , указывающий направление вектора  $\vec{K}$ , вдоль вектора  $-\vec{e}_2$ . Тогда его координаты в кристаллографической системе в общем виде будут определяться выражениями

$$\begin{aligned} n_1 &= \sin \theta \cos \gamma - \cos \theta \cos \beta \sin \gamma, \\ n_2 &= -\sin \theta \sin \gamma - \cos \theta \cos \beta \cos \gamma, \\ n_3 &= \cos \theta \sin \beta. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь учтено, что угол  $\alpha$  равен ориентационному углу кристалла  $\theta$ , взятому с противоположным знаком ( $\alpha = -\theta$ ).

Связь ортонормированных векторов рабочей и кристаллографической систем координат определяется выражениями

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &= l_1 \vec{a} + l_2 \vec{b} + l_3 \vec{c}, \\ \vec{e}_2 &= m_1 \vec{a} + m_2 \vec{b} + m_3 \vec{c}, \\ \vec{e}_3 &= k_1 \vec{a} + k_2 \vec{b} + k_3 \vec{c}, \end{aligned}$$

при этом величины  $k_j, l_j, m_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) имеют вид:

$$\begin{aligned} l_1 &= \cos \theta \cos \gamma + \sin \gamma \sin \theta \cos \beta, \\ l_2 &= -\cos \theta \sin \gamma + \cos \gamma \sin \theta \cos \beta, \\ l_3 &= -\sin \theta \sin \beta, \\ m_1 &= -\sin \theta \cos \gamma + \sin \gamma \cos \theta \cos \beta, \\ m_2 &= \sin \theta \sin \gamma + \cos \gamma \cos \theta \cos \beta, \\ m_3 &= -\cos \theta \sin \beta, \\ k_1 &= \sin \gamma \sin \beta, \\ k_2 &= \cos \gamma \sin \beta, \\ k_3 &= \cos \beta. \end{aligned}$$

Здесь, как и в (1.1), проведена замена  $\alpha = -\theta$ .

Выражения для определения постоянных связи применительно к ненаклонным пропускающим голограммам могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= -\kappa_0 \{b_{11}l_1^2 + b_{22}l_2^2 + b_{33}l_3^2 + \\ &+ 2(b_{12}l_1l_2 + b_{13}l_1l_3 + b_{23}l_2l_3)\} \sec \varphi, \\ \kappa_2 &= -\kappa_0 \{P + Q \operatorname{tg} \varphi\}, \\ \kappa_3 &= -\kappa_0 \{P - Q \operatorname{tg} \varphi\}, \\ \kappa_4 &= -\kappa_0 \{b_{11}(m_1^2 \cos^2 \varphi - k_1^2 \sin^2 \varphi) + \\ &+ b_{22}(m_2^2 \cos^2 \varphi - k_2^2 \sin^2 \varphi) + \\ &+ b_{33}(m_3^2 \cos^2 \varphi - k_3^2 \sin^2 \varphi) + \\ &+ 2[b_{12}(m_1m_2 \cos^2 \varphi - k_1k_2 \sin^2 \varphi) + \\ &+ b_{13}(m_1m_3 \cos^2 \varphi - k_1k_3 \sin^2 \varphi) + \\ &+ b_{23}(m_2m_3 \cos^2 \varphi - k_2k_3 \sin^2 \varphi)]\} \sec \varphi. \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} P &= b_{11}l_1m_1 + b_{22}l_2m_2 + b_{33}l_3m_3 + b_{12}(l_1m_2 + l_2m_1) + \\ &+ b_{13}(l_1m_3 + l_3m_1) + b_{23}(l_2m_3 + l_3m_2), \\ Q &= b_{11}l_1k_1 + b_{22}l_2k_2 + b_{33}l_3k_3 + b_{12}(l_1k_2 + l_2k_1) + \end{aligned}$$

$$+ b_{13}(l_1 k_3 + l_3 k_1) + b_{23}(l_2 k_3 + l_3 k_2),$$

$$\kappa_0 = \pi n^3 |\vec{E}_{sc}| / (2\lambda),$$

где  $n$  – показатель преломления невозмущенного кристалла;  $\lambda$  – длина волны лазерного излучения;  $\vec{E}_{sc} = \vec{n}E_{sc}$  – векторная амплитуда напряженности электрического поля пространственного заряда (space charge). Изменение компонент  $B_{mn}$  обратного тензора диэлектрической проницаемости кубического фоторефрактивного кристалла под действием этого поля при учёте обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов имеет вид [10], [15], [17]:

$$\Delta B_{mn} = b_{mn} E_{sc}.$$

Значения компонент  $b_{mn}$  определяются в соответствии с выражениями

$$\begin{aligned} b_{11} &= p_1 n_1 R_1 + p_2 n_2 R_2 + p_3 n_3 R_3, \\ b_{22} &= p_1 n_2 R_2 + p_2 n_3 R_3 + p_3 n_1 R_1, \\ b_{33} &= p_1 n_3 R_3 + p_2 n_1 R_1 + p_3 n_2 R_2, \\ b_{12} &= p_4 (n_1 R_2 + n_2 R_1) + r n_3, \\ b_{13} &= p_4 (n_1 R_3 + n_3 R_1) + r n_2, \\ b_{23} &= p_4 (n_2 R_3 + n_3 R_2) + r n_1, \\ b_{21} &= b_{12}, \quad b_{31} = b_{13}, \quad b_{32} = b_{23}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где

$$\begin{aligned} R_1 &= \gamma_{11} Q_1 + \gamma_{12} Q_2 + \gamma_{13} Q_3, \\ R_2 &= \gamma_{21} Q_1 + \gamma_{22} Q_2 + \gamma_{23} Q_3, \\ R_3 &= \gamma_{31} Q_1 + \gamma_{32} Q_2 + \gamma_{33} Q_3, \\ \gamma_{11} &= (\Gamma_{22} \Gamma_{33} - \Gamma_{23}^2) / D, \\ \gamma_{22} &= (\Gamma_{11} \Gamma_{33} - \Gamma_{13}^2) / D, \quad \gamma_{33} = (\Gamma_{11} \Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2) / D, \\ \gamma_{12} &= \gamma_{21} = (\Gamma_{13} \Gamma_{23} - \Gamma_{12} \Gamma_{33}) / D, \\ \gamma_{13} &= \gamma_{31} = (\Gamma_{12} \Gamma_{23} - \Gamma_{13} \Gamma_{22}) / D, \\ \gamma_{23} &= \gamma_{32} = (\Gamma_{12} \Gamma_{13} - \Gamma_{11} \Gamma_{23}) / D, \\ D &= \Gamma_{11} (\Gamma_{22} \Gamma_{33} - \Gamma_{23}^2) - \Gamma_{22} \Gamma_{13}^2 - \Gamma_{33} \Gamma_{12}^2 + 2 \Gamma_{12} \Gamma_{13} \Gamma_{23}, \\ \Gamma_{11} &= c_1 n_1^2 + c_3 (n_2^2 + n_3^2), \quad \Gamma_{22} = c_1 n_2^2 + c_3 (n_1^2 + n_3^2), \\ \Gamma_{33} &= c_1 n_3^2 + c_3 (n_1^2 + n_2^2), \quad \Gamma_{12} = \Gamma_{21} = n_1 n_2 (c_2 + c_3), \\ \Gamma_{13} &= \Gamma_{31} = n_1 n_3 (c_2 + c_3), \quad \Gamma_{23} = \Gamma_{32} = n_2 n_3 (c_2 + c_3), \\ Q_1 &= 2e_0 n_2 n_3, \quad Q_2 = 2e_0 n_1 n_3, \quad Q_3 = 2e_0 n_1 n_2. \end{aligned} \quad (1.3)$$

В формулах (1.2), (1.3) введены следующие обозначения отличных от нуля и равных между собой компонент электрооптического тензора ( $r^S$ ) механически зажатого кристалла, пьезоэлектрического тензора ( $e$ ), тензора фотоупругости ( $p^E$ ) и тензора упругих постоянных ( $c^E$ ):

$$\begin{aligned} r_{123}^S &= r_{132}^S = r_{213}^S = r_{231}^S = r_{312}^S = r_{321}^S \equiv r, \\ e_{123} &= e_{132} = e_{213} = e_{231} = e_{312} = e_{321} \equiv e_0, \\ p_{11}^E &= p_{22}^E = p_{33}^E \equiv p_1, \quad p_{12}^E = p_{23}^E = p_{31}^E \equiv p_2, \\ p_{13}^E &= p_{21}^E = p_{32}^E \equiv p_3, \quad p_{44}^E = p_{55}^E = p_{66}^E \equiv p_4, \\ c_{11}^E &= c_{22}^E = c_{33}^E \equiv c_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{12}^E &= c_{13}^E = c_{21}^E = c_{23}^E = c_{31}^E = c_{32}^E \equiv c_2, \\ c_{44}^E &= c_{55}^E = c_{66}^E \equiv c_3. \end{aligned}$$

В данном случае для компонент тензоров четвертого ранга  $p^E$  и  $c^E$  использованы двухиндексные обозначения [18], [19].

Для отображения условий взаимодействия световых волн в кристалле ВТО, принятых в теоретических расчетах, на рисунке 1.2 в качестве примера показано положение кристаллической пластинки среза  $(\bar{1}\bar{1}0)$  толщиной  $d_0$  относительно плоскости распространения опорного  $R$  и предметного  $S$  световых пучков, связанной с рабочей системой координат, характеризуемой единичными векторами  $\vec{e}_1$ ,  $\vec{e}_2$  и  $\vec{e}_3$ . Здесь  $\varphi_0$  – угол Брэгга вне кристалла, а  $\Psi_0$  – азимуты линейной поляризации, задающие направления колебаний векторов напряженности электрического поля  $\vec{R}_0$  и  $\vec{S}_0$  опорного и предметного пучков.

В этом случае в соответствии с рисунком 1.1 для задания указанного кристаллического среза углы нутации  $\beta$  и собственного вращения  $\gamma$  составляют соответственно  $90^\circ$  и  $45^\circ$ . Угол  $\theta = -\alpha$  и его отсчет производится от кристаллографического направления  $[001]$  к вектору голографической решетки  $\vec{K}$  при вращении кристалла вокруг оси  $OO'$ , направленной вдоль векторов  $\vec{e}_3$  и  $\vec{N}$ , указанных на рисунке 1.1.

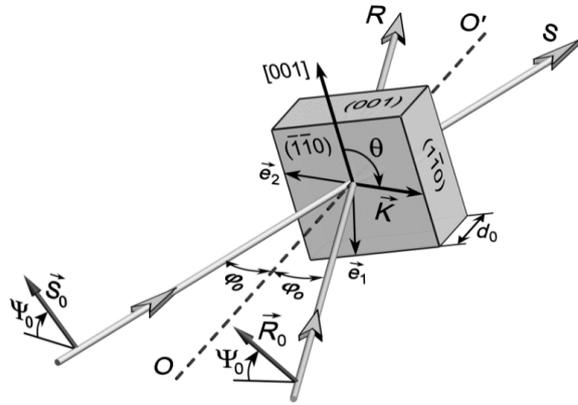


Рисунок 1.2 – Ориентация кристалла ВТО среза  $(\bar{1}\bar{1}0)$  относительно плоскости распространения световых пучков

## 2 Результаты и обсуждение

Для теоретического изучения зависимости максимальных значений дифракционной эффективности голограмм от среза кристалла ВТО использовались его материальные параметры для длины волны лазерного излучения  $\lambda = 632,8$  нм, приведенные в таблице 2.1. Кроме того, значения  $\varphi_0$  и  $d$  выбирались равными  $12^\circ$  и  $7,7$  мм, в соответствии с [11], при  $E_{SC} = 9 \cdot 10^4$  В/м.

Таблица 2.1 – Физические параметры кристалла ВТО для  $\lambda = 632,8$  нм

Физическая величина	Возможное обозначение	Числовое значение	Единицы измерения	Источники литературы
Показатель преломления	$n$	2,58	–	[20]–[22]
Электрооптический коэффициент	$r, r_{41}$ или $r_{231}$	$-4,75 \cdot 10^{-12}$	м/В	
Модули упругости	$c_1, C_{11}$ или $C_{1111}$	$13,7 \cdot 10^{10}$	Н/м <sup>2</sup>	
	$c_2, C_{12}$ или $C_{1122}$	$2,8 \cdot 10^{10}$	Н/м <sup>2</sup>	
	$c_3, C_{44}$ или $C_{2323}$	$2,6 \cdot 10^{10}$	Н/м <sup>2</sup>	
Пьезоэлектрический коэффициент	$e_0, e_{14}$ или $e_{123}$	1,1	Кл/м <sup>2</sup>	[20]
Фотоупругие постоянные	$p_1, p_{11}$ или $p_{1111}$	-0,136	–	
	$p_2, p_{12}$ или $p_{1122}$	-0,103	–	
	$p_3, p_{13}$ или $p_{1133}$	-0,091	–	
	$p_4, p_{44}$ или $p_{2323}$	-0,0134	–	
Амплитудный коэффициент поглощения	$\alpha_0$	38,2	м <sup>-1</sup>	измерено на образце ВТО
Удельное вращение плоскости поляризации	$\rho_0$	112	рад/м	

Поверхность, иллюстрирующая зависимость максимальных значений дифракционной эффективности  $\eta$  **фазовых** голограмм ( $\kappa = 0$ ) от задаваемого углами Эйлера  $\gamma$  и  $\beta$  среза кристалла, представлена на рисунке 2.1.

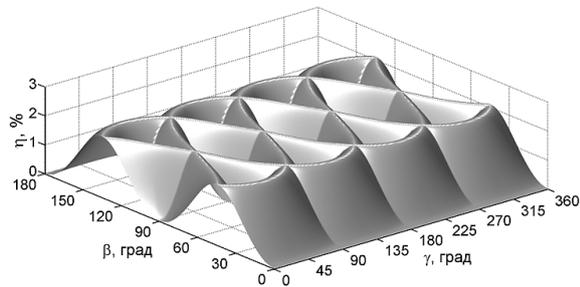


Рисунок 2.1 – Зависимость максимальных значений дифракционной эффективности  $\eta$  **фазовых** голограмм от среза кристалла ВТО, определяемого углами Эйлера  $\gamma$  и  $\beta$

Из численного анализа представленной поверхности следует, что при выбранных условиях теоретических расчетов наиболее высокие значения дифракционной эффективности фазовых голографических решеток в рассматриваемом случае могут быть достигнуты в эквивалентно симметричных кристаллических срезах семейств  $\{110\}$  и  $\{112\}$  и составляют 2,1%.

Если представить зависимость  $\eta(\gamma, \beta)$  в сферической системе координат (рисунок 2.2), откладывая вдоль радиус-вектора отрезок, равный по величине  $\eta$ , можно наблюдать, что образующаяся указательная поверхность в соответствии с принципом Неймана включает полное сочетание эле-

ментов симметрии кристаллического многогранника класса симметрии 23. При этом поверхности на рисунках 2.1 и 2.2 соответствуют аналогичным поверхностям, приведенным в [14] и [15] для фазовых голограмм в кристаллах ВГО и BSO.

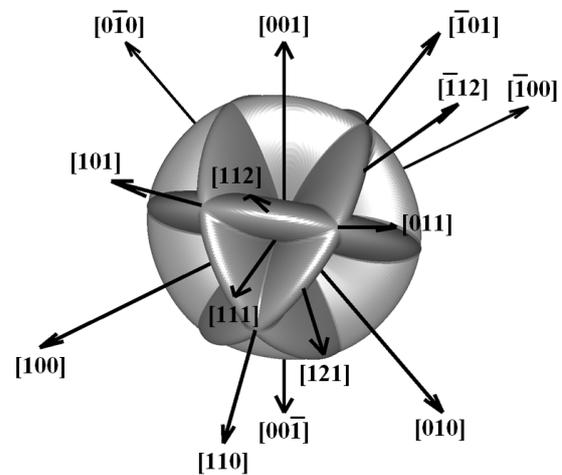


Рисунок 2.2 – Указательная поверхность зависимости максимальных значений дифракционной эффективности  $\eta$  **фазовых** голограмм от выбора среза кристалла ВТО

Вычисленные зависимости азимута линейной поляризации  $\Psi_0$  считывающего голограмму пучка и ориентационного угла  $\theta$  кристалла от углов  $\gamma$  и  $\beta$ , при которых образуются поверхности, представленные на рисунках 2.1 и 2.2, приведены на рисунке 2.3, из которого можно видеть некоторый периодический характер изменения указанных величин. При этом важным представляется

отметить, что для получения поверхностей на рисунках 2.1 и 2.2 достаточно изменения угла  $\theta$  в пределах лишь от 0 до  $180^\circ$  (рисунок 2.3, б), поскольку при дальнейшем изменении  $\theta$  от  $180^\circ$  до  $360^\circ$  наблюдаются аналогичные графики.

Иначе обстоит дело при учете амплитудной составляющей голографической решетки ( $\kappa = 2,1 \text{ м}^{-1}$ ). В этом случае установлено, что максимум дифракционной эффективности также достигается в кристаллах среза  $\{110\}$  и  $\{112\}$  и составляет 2,6%. Однако для некоторых срезов из указанных семейств максимальное значение дифракционной эффективности имеет место уже только при  $\theta \in (180^\circ; 360^\circ)$ . Результаты теоретического анализа для зависимостей  $\eta(\gamma, \beta)$ , полученных при  $\theta \in [0; 180^\circ]$  и  $\theta \in (180^\circ; 360^\circ)$  представлены соответственно на фрагментах а и б рисунка 2.4. При этом на фрагменте 2.4, в приведена поверхность  $\eta(\gamma, \beta)$ , образуемая в результате наложения указанных графиков.

Из этого рисунка можно видеть, что в случае учета амплитудной составляющей смешанной голографической решетки при проведении оптимизации дифракционной эффективности следует рассматривать все возможные значения ориентационного угла кристалла, а не только в пределах от 0 до  $180^\circ$ , как это было достаточно при использовании модели чисто фазовых голограмм.

Если представить полученные результаты в сферической системе координат с привязкой к кристаллографическим направлениям (рисунок 2.5), то на фрагментах 2.5, а ( $\theta \in [0; 180^\circ]$ ) и 2.5, б ( $\theta \in (180^\circ; 360^\circ)$ ) можно по отдельности видеть указательные поверхности, внешняя симметрия которых ниже точечной группы симметрии кристаллического многогранника ВТО. Однако при их совмещении (рисунок 2.5, в) внешняя симметрия образуемой указательной поверхности повышается и, в соответствии с принципом Неймана, включает все элементы симметрии, присущие точечной группе 23.

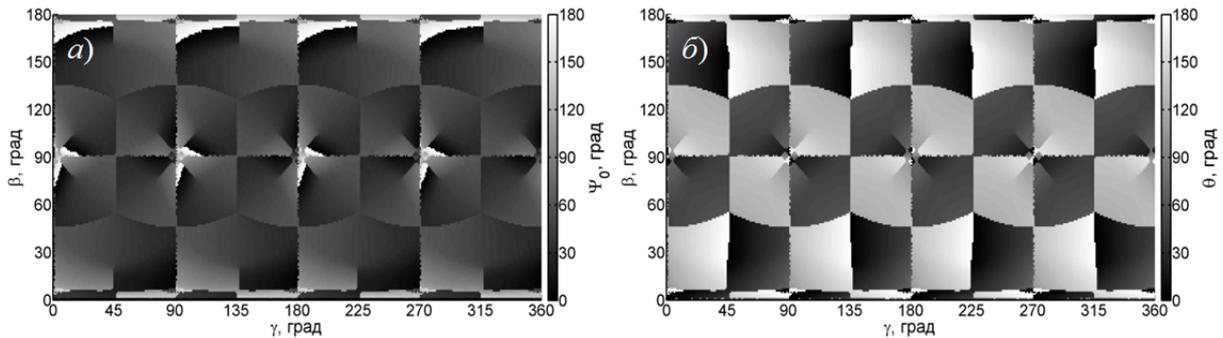


Рисунок 2.3 – Зависимости значений  $\Psi_0(\gamma, \beta)$  (фрагмент а) и  $\theta(\gamma, \beta)$  (фрагмент б), использованные для нахождения максимальных значений дифракционной эффективности  $\eta$  фазовых голограмм в кристалле ВТО

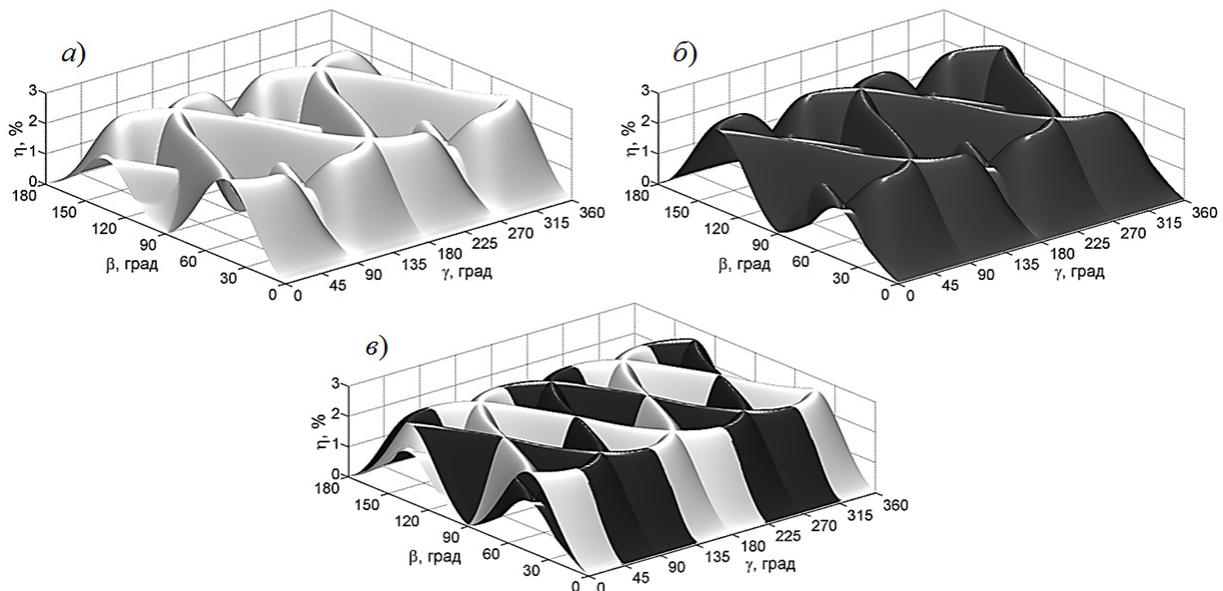


Рисунок 2.4 – Зависимость максимальных значений дифракционной эффективности  $\eta$  смешанных голограмм от среза кристалла ВТО, определяемого углами Эйлера  $\gamma$  и  $\beta$ : а – при  $\theta \in [0; 180^\circ]$ ; б – при  $\theta \in (180; 360^\circ]$ ; в – в случае наложения зависимостей, представленных на фрагментах а и б, для получения оптимизированной по кристаллическому срезу зависимости  $\eta(\gamma, \beta)$

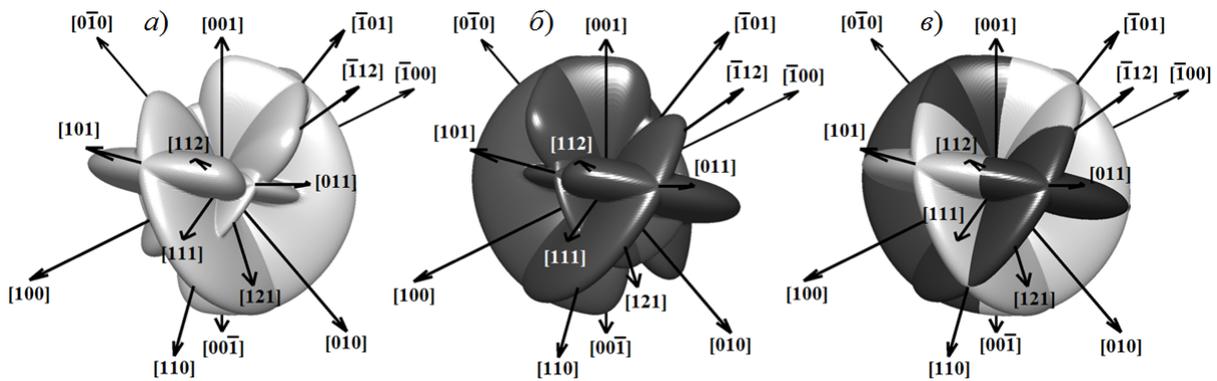


Рисунок 2.5 – Указательные поверхности оптимизированных значений дифракционной эффективности  $\eta$  смешанных голограмм от выбора среза кристалла ВТО: *a* – при  $\theta \in [0; 180^\circ]$ ; *b* – при  $\theta \in (180; 360^\circ)$ ; *v* – при наложении указательных поверхностей представленных на фрагментах *a* и *b*

Таблица 2.2 – Соответствие кристаллических срезов и углов  $\theta$  для достижения наибольших значений дифракционной эффективности смешанных голограмм в кристалле ВТО

$\theta \in [0; 180^\circ]$	$\theta \in (180^\circ; 360^\circ)$	$\theta \in [0; 180^\circ]$ и $\theta \in (180^\circ; 360^\circ)$
(101), ( $\bar{1}01$ ), ( $01\bar{1}$ ), ( $0\bar{1}\bar{1}$ ), (211), ( $\bar{2}11$ ), ( $2\bar{1}\bar{1}$ ), ( $\bar{2}\bar{1}\bar{1}$ ), (12 $\bar{1}$ ), ( $\bar{1}2\bar{1}$ ), ( $1\bar{2}\bar{1}$ ), ( $\bar{1}\bar{2}\bar{1}$ )	(011), ( $0\bar{1}\bar{1}$ ), ( $10\bar{1}$ ), ( $\bar{1}0\bar{1}$ ), (121), ( $\bar{1}21$ ), ( $1\bar{2}\bar{1}$ ), ( $\bar{1}\bar{2}\bar{1}$ ), (21 $\bar{1}$ ), ( $\bar{2}1\bar{1}$ ), ( $2\bar{1}\bar{1}$ ), ( $\bar{2}\bar{1}\bar{1}$ )	(110), ( $\bar{1}10$ ), ( $1\bar{1}0$ ), ( $\bar{1}\bar{1}0$ )
(112), ( $\bar{1}12$ ), ( $1\bar{1}\bar{2}$ ), ( $11\bar{2}$ ), ( $\bar{1}\bar{1}\bar{2}$ ), ( $\bar{1}\bar{1}\bar{2}$ ), ( $1\bar{1}\bar{2}$ ), ( $\bar{1}\bar{1}\bar{2}$ )		

Таким образом, при оптимизации дифракционной эффективности смешанных голограмм по срезу кристалла ВТО для получения достоверных результатов, параметр  $\theta$  следует рассматривать как изменяющийся в пределах  $[0; 360^\circ)$ .

На основании использованной теоретической модели и выполненного анализа поверхностей на рисунках 2.4 и 2.5, в первом столбце таблицы 2.2 приведены обозначения кристаллических срезов, в которых дифракционная эффективность смешанных голограмм достигает максимальных значений при  $\theta \in [0; 180^\circ]$ . Во втором столбце этой таблицы перечислены срезы, в которых максимумы эффективности дифракции смешанных голографических решеток могут быть достигнуты только исключительно при  $\theta \in (180^\circ; 360^\circ)$ . Третий столбец таблицы содержит информацию о срезах кристалла, в которых аналогичные результаты имеют место уже при двух ориентационных углах, то есть при  $\theta \in [0; 180^\circ]$  и  $\theta \in (180^\circ; 360^\circ)$ .

Что касается, например, срезов (112) и ( $\bar{1}\bar{1}\bar{2}$ ), которые указаны соответствующими кристаллографическими направлениями [112] и [ $\bar{1}\bar{1}\bar{2}$ ] на рисунке 2.5, а также приведены в первом столбце таблицы 2.2 после горизонтальной черты, то из фрагмента 2.5, *v* можно видеть, что по ним происходит условная склейка «белой» и

«черной» составляющих результирующей указательной поверхности. Это обусловлено тем, что максимальная дифракционная эффективность в этих срезах имеет место при углах  $\theta$ , равных 0 или  $180^\circ$ . Данная ситуация также справедлива и для всех других срезов, которые приведены ниже горизонтальной черты в первом столбце таблицы 2.2, но не указаны на рисунке 2.5 кристаллографическими направлениями во избежание появления на нем дополнительных нагромождающих построений. Подтверждением сказанному, например, могут служить результаты работы [16], в которых показано, что в кристалле ВТО среза ( $\bar{1}\bar{1}\bar{2}$ ) максимальная дифракционная эффективность достигается при  $\theta = 180^\circ$ .

Также ранее, например, в работе [23] было показано, что наибольшие значения дифракционной эффективности голограмм в кристалле ВТО среза ( $\bar{1}\bar{1}\bar{0}$ ) при изменении его толщины от 0 до 20 мм достигаются при двух ориентационных углах, один из которых лежит в пределах от 0 до  $180^\circ$ , а второй – от  $180^\circ$  до  $360^\circ$ . При этом значения самих ориентационных углов для каждой толщины кристалла могут несколько изменяться, но из указанных пределов не «выходят». Данный факт также соответствует рисунку 2.5 и таблице 2.2.

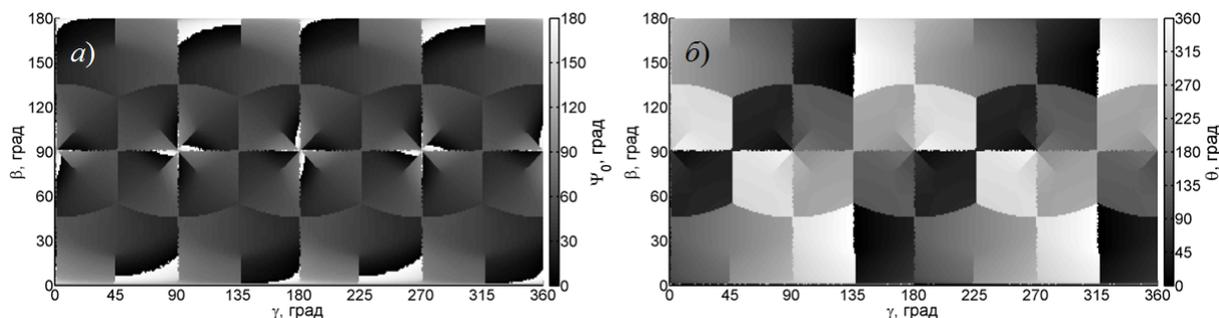


Рисунок 2.6 – Зависимости значений  $\Psi_0(\gamma, \beta)$  (фрагмент *a*) и  $\theta(\gamma, \beta)$  (фрагмент *б*) для формирования оптимизированных зависимостей дифракционной эффективности  $\eta$  смешанных голограмм в кристалле ВТО

В свою очередь, зависимости  $\Psi_0(\gamma, \beta)$  и  $\theta(\gamma, \beta)$ , при которых могут быть реализованы поверхности, представленные на рисунках 2.4, *в* и 2.5, *в*, приведены на рисунке 2.6.

При сравнении результатов, представленных на рисунках 2.3 и 2.6, оказывается хорошо заметно, что зависимости  $\Psi_0(\gamma, \beta)$  для случая чисто фазовых (рисунок 2.3, *a*) и смешанных (рисунок 2.6, *a*) голограмм имеют существенные различия. При этом, для зависимостей  $\theta(\gamma, \beta)$ , как уже было указано ранее, в случае смешанных голограмм поляризационная оптимизация дифракционной эффективности в кристалле ВТО произвольного среза может быть достигнута только при изменении значений угла  $\theta$  в пределах от 0 до  $360^\circ$  (рисунок 2.6, *б*), в отличие от случая фазовых голограмм, когда для этой оптимизации достаточно изменения ориентационного угла кристалла в пределах от 0 до  $180^\circ$ .

Следовательно, учет амплитудной составляющей смешанной голографической решетки в кристалле ВТО является обязательным условием в широком диапазоне срезов кристалла при проведении оптимизации с целью повышения эффективности дифракции световых волн в голографических устройствах, функционирующих на основе этого представителя силленитов.

### Заключение

Таким образом, при использовании теоретической модели смешанных голограмм, формируемых в оптически активном пьезокристалле ВТО, установлены кристаллические срезы семейства  $\{110\}$  и  $\{112\}$ , в которых максимум дифракционной эффективности голографических решеток может быть достигнут только при значениях ориентационного угла кристалла  $\theta \in (180^\circ; 360^\circ)$ . При этом в пренебрежении амплитудной составляющей голограммы для достижения максимальной дифракционной эффективности оказывается достаточно изменения угла  $\theta$  в пределах только от 0 до  $180^\circ$ .

Определены сочетания эквивалентно симметричных кристаллических срезов  $\{110\}$ ,  $\{112\}$

и углов  $\theta$ , при которых достигаются максимальные значения поляризационно оптимизированной дифракционной эффективности смешанных голографических решеток в указанном кристалле.

Показано, что, при учете амплитудной составляющей смешанной голограммы, значения азимутов линейной поляризации считывающего пучка, при которых имеет место максимальная эффективность дифракции, могут существенно отличаться от аналогичных значений при рассмотрении модели чисто фазовых голограмм.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Петров, М.П. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике / М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. – СПб.: Наука. С.-Петербургское отд-ние, 1992. – 320 с.
2. Solyman, L. The physics and applications of photorefractive materials / L. Solyman, D.J. Webb, A. Grunnet-Jepsen. – Oxford: Clarendon Press, 1996. – 494 p.
3. Panchenko, T.V. Doped sillenite crystals / T.V. Panchenko, N.A. Truseeva, K.Yu. Strelets // *Funct. Mater.* – 2005. – Vol. 12, № 4. – P. 707–713.
4. Polarization effects at two-beam interaction on reflection holographic gratings in sillenite crystals / S.M. Shandarov [et al.] // *Laser Physics.* – 2007. – Vol. 17, № 4. – P. 482–490.
5. Holographic interferometric vibration measurement based on photorefractive crystal in diffusion mode / J. Gao [et al.] // *Optics Express.* – 2024. – Vol. 32, № 17. – P. 30100–30113.
6. Tao, L. Study of material properties important for an optical property modulation-based radiation detection method for positron emission tomography / L. Tao, H.M. Daghighian, C.S. Levin // *Journal of Medical Imaging.* – 2017. – Vol. 4, № 1. – P. 011010-1–011010-7.
7. Photorefractive digital holographic microscopy applied in microstructures analysis / I.V. Brito [et al.] // *Optics Communications.* – 2013. – Vol. 286, № 1. – P. 103–110.
8. Gloria, I.B. Generation and practical controlling of adaptative structured photorefractive moiré

- patterns for optical metrology applications / I.B. Glória, G.N. de Oliveira, P.A.M. dos Santos // *Applied Optics*. – 2024. – Vol. 63, № 33. – P. 8717–8722.
9. *Optical reconstruction of non-diffracting beams via photorefractive holography* / T.A. Vieira [et al.] // *Applied Physics B*. – 2017. – Vol. 123, № 4. – P. 134–143.
10. *Шепелевич, В.В.* Запись и считывание голограмм в кубических гиротропных фоторефрактивных кристаллах (Обзор) / В.В. Шепелевич // *ЖПС*. – 2011. – Т. 78, № 4. – С. 493–515.
11. *Шепелевич, В.В.* Смешанные пропускающие голограммы в фоторефрактивном пьезокристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  / В.В. Шепелевич, А.В. Макаревич, С.М. Шандаров // *Письма в ЖТФ*. – 2014. – Т. 40, № 22. – С. 83–89.
12. *Макаревич, А.В.* Выходные характеристики смешанных голограмм в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  среза  $(\bar{1}\bar{1}0)$ . Теория и эксперимент / А.В. Макаревич, В.В. Шепелевич, С.М. Шандаров // *Журнал технической физики*. – 2017. – Т. 87, № 5. – С. 766–771.
13. *Montemezzani, G.* Light diffraction at mixed phase and absorption gratings in anisotropic media for arbitrary geometries / G. Montemezzani, M. Zgonik // *Phys. Rev. E*. – 1997. – Vol. 55, №1. – P. 1035–1047.
14. *Diffractive properties of volume phase gratings in photorefractive sillenite crystals of arbitrary cut under the influence of an external electric field* / N.C. Deliolanis [et al.] // *Phys. Rev. E*. – 2003. – Vol. 68, № 5. – P. 056602-1–17.
15. *Шепелевич, В.В.* Голография в фоторефрактивных оптически активных кристаллах / В.В. Шепелевич. – Минск: Изд. центр БГУ, 2012. – 254 с.
16. *Дифракционная эффективность смешанных пропускающих голограмм в фоторефрактивном оптически активном пьезокристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  произвольного среза* / А.В. Макаревич [и др.] // *Кристаллография*. – 2019. – Т. 64, № 5. – С. 769–775.
17. *Шандаров, С.М.* Изменение тензора диэлектрической проницаемости в кубических фоторефрактивных пьезоэлектрических кристаллах под действием электрического поля голографической решетки / С. М. Шандаров, В. В. Шепелевич, Н. Д. Хатьков // *Опт. и спектр.* – 1991. – Т. 70, № 5. – С. 1068–1073.
18. *Сиротин, Ю.И.* Основы кристаллофизики / Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская. – Москва: Наука, 1975. – 680 с.
19. *Най, Дж.* Физические свойства кристаллов / Дж. Най. – Москва: Мир, 1975. – 386 с.
20. *Energy exchange optimization in (110)-cut BTO crystal by choice of interacting waves polarization* / A.E. Zagorskiy [et al.] // *Opt. mat.* – 2001. – Vol. 18, № 1. – P. 131–133.
21. *Photorefractive properties of  $(\bar{1}\bar{1}0)$  and  $(111)$ -cut sillenite crystals when external electric field is applied along the direction of the optimum diffraction efficiency* / N.C. Deliolanis [et al.] // *Appl. Phys. B*. – 2002. – Vol. 75, № 1. – P. 67–73.
22. *Diffusion recording in photorefractive sillenite crystals: an analytical approach for engineering purposes* / E. Shamonina [et al.] // *Opt. Comm.* – 2000. – Vol. 180, № 1–3. – P. 183–190.
23. *Шепелевич, В.В.* Оптимизация выходных характеристик смешанных голограмм в фоторефрактивном пьезокристалле ВТО среза  $(\bar{1}\bar{1}0)$  / В.В. Шепелевич, А.В. Макаревич, С.М. Шандаров // *Проблемы физики, математики и техники*. – 2014. – № 3 (20). – С. 42–46.
- Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (договор от 22.03.2021 №1410/2021) в рамках Государственной программы научных исследований № 6 «Фотоника и электроника для инноваций» на 2021–2025 гг. (задание 6.1.14).*

Поступила в редакцию 17.10.2025.

#### Информация об авторах

Макаревич Александр Викторович – к.ф.-м.н., доцент  
Навныко Валерий Николаевич – к.ф.-м.н., доцент  
Шандаров Станислав Михайлович – д.ф.-м.н., профессор  
Блоцкая Дарья Степановна – преподаватель  
Цырулик Екатерина Юрьевна – студентка  
Ропот Петр Иосифович – к.ф.-м.н., доцент