

Ю. И. ЯЛАМОВ, О. А. БАРСЕГЯН, В. С. ГАЛОЯН,
член-корреспондент АН СССР Б. В. ДЕРЯГИН

К ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ УМЕРЕННО КРУПНЫХ НЕЛЕТУЧИХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ В НЕОДНОРОДНОЙ ПО ТЕМПЕРАТУРЕ И КОНЦЕНТРАЦИИ БИНАРНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

Гидродинамическая теория движения нелетучих аэрозольных частиц или в неоднородной по температуре ⁽¹⁾ или в неоднородной по концентрации ⁽²⁾ бинарной газовой смеси была построена в предположении малости относительной численной концентрации одного из компонентов смеси. Если компоненты смеси присутствуют в сравнимых концентрациях, то необходимо принимать во внимание термодиффузионные эффекты.

Рассмотрим взвешенную в бинарной газовой смеси нелетучую умеренно крупную частицу, представляющую из себя сферу радиуса R . Пусть относительные численные концентрации компонентов смеси C_1 и C_2 сравнимы между собой. Под C_1 и C_2 понимаем следующие отношения: $C_1 = n_1/n$, $C_2 = n_2/n$, где n_1 и n_2 — число молекул компонентов смеси в единице объема, $n = n_1 + n_2$. Для умеренно крупных частиц в граничных условиях учитываются эффекты, пропорциональные отношению длины пробега газовых молекул λ к радиусу частицы ⁽³⁻⁵⁾.

Зададим на большом расстоянии от частицы постоянные градиенты температуры $(\nabla T)_\infty$ и концентрации $(\nabla C_1)_\infty$ и $(\nabla C_2)_\infty$. Тогда для температуры вне частиц T_e и концентрации C_1 можно записать

$$T_e = T_{0e} + (\nabla T)_\infty r \cos \theta, \quad (1)$$

$$C_1 = C_{01} + (\nabla C_1)_\infty r \cos \theta \quad (2)$$

при $r \rightarrow \infty$.

В (1) и (2) T_{0e} и C_{01} — соответственно температура и концентрация в объеме смеси в отсутствие градиентов температуры и концентрации, θ — азимутальный угол между полярной осью и радиусом сферической системы координат, выбранной в центре частицы.

Выберем направление полярной оси вдоль градиентов температуры и концентрации, вызывающих движение частицы относительно центра инерции смеси. Однако, если рассматривать движение относительно системы координат с началом в центре частицы, то газ можно считать движущимся и на большом расстоянии от частицы будут справедливы следующие граничные условия:

$$v_r = |\mathbf{u}| \cos \theta, \quad (3)$$

$$v_\theta = -|\mathbf{u}| \sin \theta, \quad (4)$$

где \mathbf{u} — скорость движения на бесконечности центра инерции газовой смеси относительно частицы.

В реальных условиях изменения температуры и концентрации на размере частицы бывают значительно меньше средних значений T и C_1 в объеме газовой смеси. Поэтому можно ввести малые параметры

$$\varepsilon_1 = (R \nabla T / T) \ll 1, \quad \varepsilon_2 = (R \nabla C_1) \ll 1, \quad (5)$$

отражающие отмеченный выше физический факт. В рассматриваемом случае движение газа относительно частицы вызвано градиентом температуры

и градиентами концентраций. При условиях (5) малыми являются числа Рейнольдса и Пекле, поэтому распределения скоростей, давления, концентраций и температуры в бинарной смеси вокруг частицы описываются системой линеаризованных уравнений

$$\eta \Delta \mathbf{v} = \nabla p, \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (7)$$

$$\Delta C_1 = 0, \quad (8)$$

$$\Delta T_e = 0. \quad (9)$$

Соотношения (6) и (7) — суть линеаризованные уравнения Навье — Стокса и непрерывности, а (8), (9) — стационарной диффузии и теплопроводности. В (6)–(9) введены обозначения: \mathbf{v} — импульс единицы массы смеси, ρ — плотность смеси, η — вязкость смеси, p — давление, D_{12} — коэффициент взаимной диффузии, T_e — температура вне частицы.

Распределение относительных концентраций для второго компонента смеси искать нет необходимости, так как все результаты можно выразить через C_1 , ибо по определению

$$C_1 + C_2 = 1. \quad (10)$$

Для распределения температуры внутри частицы справедливо уравнение стационарной теплопроводности

$$\Delta T_i = 0. \quad (11)$$

На поверхности частицы будут справедливы граничные условия

$$v_r|_{r=R} = 0, \quad (12)$$

$$n_0^2 D_{12} \frac{m_1}{\rho_0} \frac{\partial C_1}{\partial r} \Big|_{r=R} + \frac{n_{01} n_{02} m_1 (m_2 - m_1)}{\rho_0^2 p_0} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} D_{12} = 0, \quad (13)$$

$$v_0 = C_m \lambda \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_0}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \Big|_{r=R} + \frac{K_{TSl} \eta}{T_0 R \rho_0} \left(\frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right) \Big|_{r=R} + \frac{K_{TD}^{(Sl)}}{R} \left(\frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right) \Big|_{r=R} + \frac{K_{Sl} D_{12}}{R} \left[\frac{1}{n_0} \frac{\partial n_1}{\partial \theta} + \frac{n_{01} n_{02} (m_2 - m_1)}{n_0 p_0 \rho_0} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \right] \Big|_{r=R}, \quad (14)$$

$$(T_e - T_i)|_{r=R} = C_T \lambda \left(\frac{\partial T_e}{\partial r} \right) \Big|_{r=R}, \quad (15)$$

$$-\kappa_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} = -\kappa_i \left(\frac{\partial T_i}{\partial r} \right) \Big|_{r=R}. \quad (16)$$

В граничных условиях (12)–(16) введены следующие обозначения: n_{01} и n_{02} — числа молекул первого и второго компонента газовой смеси в единице объема на большом расстоянии от частицы, $n_0 = n_{01} + n_{02}$, p_0 и ρ_0 — давление и плотность смеси на большом расстоянии от частицы, v_0 и v_r — азимутальная и радиальная составляющие скорости газовой смеси, λ — средняя длина свободного пробега газовых молекул, C_m , K_{TSl} и K_{Sl} — коэффициенты изотермического, теплового и диффузионного скольжений газовой смеси соответственно, C_T — коэффициент при скачке температуры, κ_e и κ_i — теплопроводности газовой смеси и вещества капли соответственно.

Граничное условие (12) выражает неподвижность газовой смеси на поверхности покоящейся нелетучей частицы, а условие (13) показывает непроницаемость поверхности частицы для суммарного диффузионного и бародиффузионного потока первого компонента газовой смеси. Условие (14) дает суммарную скорость скольжения газовой смеси вдоль поверхно-

сти частицы. Эта скорость состоит из изотермического, диффузионного, теплового и термодиффузионного скольжений. Значения коэффициентов C_m , K_{Tsi} и $K_{TD}^{(sl)}$ для бинарной газовой смеси пока еще не получены достаточно строго. Например, в работах (7, 8) были вычислены K_{Tsi} и $K_{TD}^{(sl)}$ для бинарной газовой смеси над твердой стенкой. Неточность вычисления заключается в том, что авторы работ (7, 8) использовали неискаженные стенкой объемные функции распределения падающих на стенку газовых молекул. Коэффициент диффузионного скольжения был строго вычислен в работе (9).

Граничное условие (15) дает выражение для скачка температуры в слое Кнудсена у поверхности частицы. Коэффициент скачка C_T для бинарной газовой смеси получен в работе Ю. И. Яламова и Е. В. Метелкина (12). Условие (16) выражает непрерывность радиального потока тепла через поверхность частицы.

На основании уравнений (6)–(9) и граничных условий (1)–(4), (12)–(16) находятся распределения скоростей, давлений, концентраций и температур, общий вид которых есть суперпозиция распределений, аналогичных приведенным в (1-4) и (10), но с другими постоянными.

Полная сила, действующая на частицу, вычисляется методом, изложенным в работе (3), и оказывается равной (см. также (10, 11))

$$\begin{aligned}
 F = 4\pi\eta\gamma_2 = \frac{4\pi\eta}{\psi} \left\{ \left(1 + 2C_m \frac{\lambda}{R} \right) \left[\kappa_i \left(1 + 2C_T \frac{\lambda}{R} \right) + 2\kappa_e \right] \mathbf{u} + \right. \\
 \left. + 2 \left(\frac{2K_{Tsi}\eta}{T_0\rho_0} + K_{TD}^{(sl)} \right) \left(\kappa_e + \kappa_i \frac{C_T\lambda}{R} \right) (\nabla T)_\infty + \right. \\
 \left. + K_{sl}D_{12} \left[\kappa_i \left(1 + 2C_T \frac{\lambda}{R} \right) + 2\kappa_e \right] (\nabla C_1)_\infty \right\}, \quad (17)
 \end{aligned}$$

где константа ψ — величина, зависящая от свойств газа и нелетучей частицы.

При установившемся движении частицы с постоянной скоростью сила $F=0$ и из этого условия можно получить скорость течения газа \mathbf{u} относительно частицы. Тогда скорость \mathbf{u}_{TD} частиц относительно газа

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}_{TD} = -\mathbf{u} = -K_{sl} \frac{D_{12}(\nabla C_1)_\infty}{(1+2C_m\lambda/R)} - \\
 - \frac{2(\eta K_{Tsi} + T_0\rho_0 K_{TD}^{(sl)}) (\kappa_e + \kappa_i C_T\lambda/R)}{T_0\rho_0 (1+2C_m\lambda/R) [2\kappa_e + \kappa_i (1+2C_T\lambda/R)]} (\nabla T)_\infty. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Формула (18) состоит из двух основных членов, пропорциональных внешним возмущениям, вызванным градиентами $(\nabla C_1)_\infty$ и $(\nabla T)_\infty$. Первый член (пропорциональный $(\nabla C_1)_\infty$) дает полученную ранее Ю. И. Яламовым и Б. А. Обуховым (2) скорость диффузофореза умеренно крупных нелетучих аэрозольных частиц. Второй член (пропорциональный $(\nabla T)_\infty$) дает вклад в полную скорость, обусловленный термофоретическим эффектом, причем этот член состоит из чисто тепловой (связанной с K_{Tsi}) и термодиффузионной (связанной с $K_{TD}^{(sl)}$) части. Вклад термодиффузионных эффектов должен расти с приближением одна к другой численных концентраций n_1 и n_2 компонентов газовой смеси.

Для весьма крупных частиц, когда $\lambda/R \rightarrow 0$, формула (18) примет вид

$$\lim_{\lambda/R \rightarrow 0} \mathbf{u}_{TD} = -K_{sl}D_{12}(\nabla C_1)_\infty - 2 \left(\frac{\eta}{\rho_0 T_0} K_{Tsi} + K_{TD}^{(sl)} \right) \left(\frac{\kappa_e}{2\kappa_e + \kappa_i} \right) (\nabla T)_\infty. \quad (19)$$

Формула (19) есть суперпозиция результатов, полученных в (1) отдельно для термофореза в однокомпонентных газах и диффузиофореза в бинарных газовых смесях, с той особенностью, что в (19) содержится член с термодиффузионным скользянием, который, как уже отмечалось выше, учитывает бинарность смеси в термофоретической части.

Институт физической химии
Академии наук СССР
Москва

Поступило
13 VIII 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Ю. И. Яламов, И. Н. Ивченко, ЖФХ, т. 45, 577 (1971). ² Ю. И. Яламов, Б. А. Обухов, ЖТФ, т. 42, 1064 (1972). ³ Б. В. Дерягин, Ю. И. Яламов, В. С. Галоян и др., ДАН, т. 201, 383 (1971). ⁴ Ю. И. Яламов, В. М. Аладжян и др. ДАН, т. 206, 316 (1972). ⁵ Ю. И. Яламов, В. М. Аладжян, В. С. Галоян, Матер. II Всесоюзн. конф. по аэрозолям. Одесса, 1972, стр. 2. ⁶ Б. В. Дерягин, С. С. Дукин, ДАН, т. 106, 851 (1956). ⁷ В. М. Жданов, Ю. М. Каган, А. Сазыкин, ЖЭТФ, т. 42, 857 (1962). ⁸ М. Я. Алиевский, В. Е. Жданов, ЖЭТФ, т. 55, 221 (1968). ⁹ И. Н. Ивченко, Ю. И. Яламов, Изв. АН СССР, Мех. жидкости и газа, № 6, 59 (1969). ¹⁰ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, М., 1953, стр. 86. ¹¹ Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе, Теоретическая гидромеханика, М., 1948, стр. 392. ¹² Ю. И. Яламов, Е. В. Метелкин, Изв. АН СССР, Мех. жидкости и газа, № 5, 142 (1973).