

Член-корреспондент АН СССР С. С. КУТАТЕЛАДЗЕ, А. Г. КИРДЯШКИН,
В. П. ИВАКИН

**ТУРБУЛЕНТНАЯ ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ
У ВЕРТИКАЛЬНОЙ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ**

Работа посвящена экспериментальной проверке гипотезы ⁽¹⁾, согласно которой в турбулентном свободно-конвективном пограничном слое вблизи поверхности существует вязкий подслой. Гипотеза ⁽²⁾ не подтверждается экспериментами ^(3, 4).

Схема экспериментальной установки и методы измерения скорости и температуры изложены в ^(4, 5). Рабочей жидкостью служил этиловый спирт 96% с числом Прандтля $P=14-17$. Установка состоит из контейнера

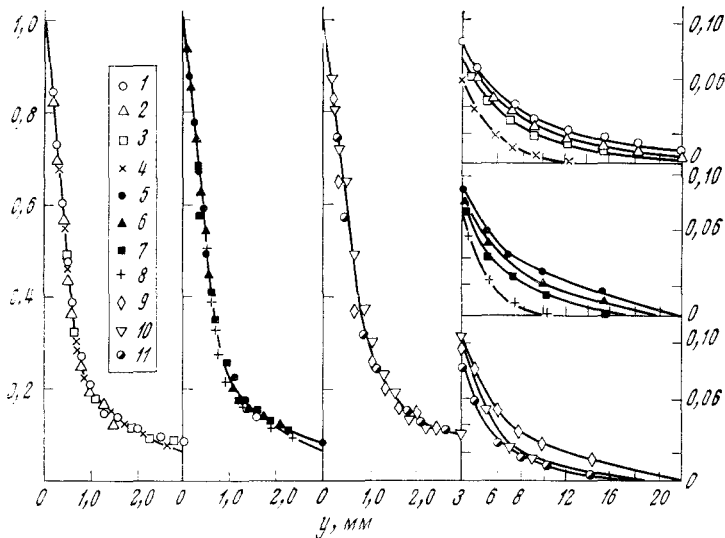


Рис. 1. Профили температуры $(t-t_{\infty})/(t_0-t_{\infty})$

Параметр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\Delta t, ^\circ\text{C}$		19,2		19,8	11,7	11,6	12,4	12,5	7,0	6,8	7,0
$x, \text{мм}$	387	487	387	262	587	487	387	262	587	487	387
$Ra \cdot 10^{-10}$	35,0	19,4	9,7	3,1	18,4	10,1	5,4	1,7	10,0	5,9	2,9

$200 \times 500 \times 1500 \text{ мм}^3$, в который помещается медный плоский теплообменник $30 \times 80 \times 700 \text{ мм}^3$, имеющий вставки из кварцевого кристалла. На поверхности теплообмена вставка имела размер щели $0,5 \times 6 \text{ мм}^2$ и позволяла посылать световой луч в пограничный слой через пластину.

По градиенту средней температуры вблизи стенки (рис. 1) рассчитывались локальные коэффициенты теплообмена $\alpha: Nu=0,108 Ra^{1/3}$, где $Nu = \alpha x / \lambda$ — число Нуссельта, $Ra = \beta g \Delta t x^3 / (\alpha \nu)$ — число Рэлея, $\lambda, \alpha, \nu, \beta$ — соответственно коэффициенты теплопроводности, температуропроводности, кинематической вязкости и объемного расширения, g — ускорение силы тяжести.

Из интегрального уравнения импульсов

$$\frac{\tau - \tau_0}{\rho} = \frac{d}{dx} \int_0^y u^2 dy + (uv)_y - \int_0^y \beta g (t - t_\infty) dy \quad (1)$$

определялось трение на стенке τ_0 и по толщине пограничного слоя τ (рис. 2.); здесь u и v — продольная и поперечная составляющие средней скорости, ρ — плотность.

Было установлено, что пограничный слой имеет три характерные области: 1) пристенную $y < \delta_1$, где δ_1 — толщина слоя, определенная по линейному закону изменения температуры от поперечной координаты; 2) пе-

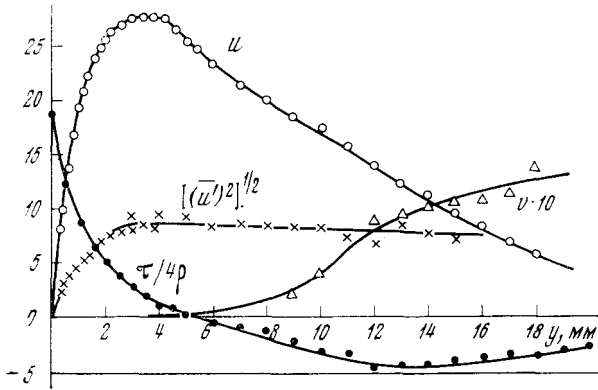


Рис. 2. Распределения скорости, (u, v , мм/сек) пульсации скорости $((\bar{u}')^2)^{1/2}$, мм/сек и трения ($\tau/4\rho$, мм²/сек²) по толщине y пограничного слоя. $x=0,6$ м; $\Delta t = 6,8^\circ$ С; $Ra=1,05 \cdot 10^{11}$

реходную $\delta_1 < y < y_m$; 3) внешнюю $y > y_m$, где m — индекс параметров при максимальной скорости.

В пристенной области $y < \delta_1$: а) наблюдается линейное изменение средней температуры t от поперечной координаты y (рис. 1); б) градиент средней температуры $\partial t / \partial y$ не зависит от продольной координаты (рис. 1); в) осредненное течение можно считать одномерным (рис. 2.).

Пренебрегая величиной $\rho \bar{u}'v'$, имеем для первой области условия:

$$\begin{aligned} \partial^2 t / \partial y^2 = 0, \quad v \partial^2 u / \partial y^2 = -\beta g (t - t_\infty); \\ u(0) = 0, \quad u(\delta_1) = u_1, \quad t(0) = t_0, \quad t(\delta_1) = t_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Отсюда следует, что при $y < \delta_1$

$$\frac{t_0 - t}{\Delta t} = \frac{t_0 - t_1}{\Delta t} \bar{y}, \quad \bar{u} = \bar{y} \left[1 + \frac{G_1}{Re_1} \left(\frac{1}{2} - \frac{t_0 - t_1}{6\Delta t} \right) \right] - \frac{G_1}{Re_1} \left(\frac{\bar{y}^2}{2} - \frac{t_0 - t_1}{6\Delta t} \bar{y}^3 \right), \quad (3)$$

где

$$\bar{u} = u/u_1, \quad \bar{y} = y/\delta_1, \quad G_1 = \beta g \Delta t \delta_1^3 / \nu^2, \quad Re_1 = u_1 \delta_1 / \nu, \quad \Delta t = t_0 - t_\infty.$$

При изменении P в 23 раза ($0,7 < P < 17$) величина $1/2 - (t_0 - t_1)/6\Delta t$ изменяется на 5%. Поэтому в первом приближении можно считать профили скорости (2) аффинно-подобными при условии $G_1/Re_1 = \text{const}$.

Как показали расчеты, выполненные по экспериментальным данным, нашим ($P \approx 16$) и (³) ($P = 0,7$), отношение G_1/Re_1 не зависит ни от продольной координаты, ни от температурного напора и равно 1,1—1,15, а Re_1 и

G_1 постоянны при $P = \text{const}$. Если принять, что Re_1 и G_1 являются степенными функциями ($Re_1 = B/P^n$, $G_1 = A/P^n$), то

$$\delta_1 = (Av^2/(\beta g \Delta t P^n))^{1/3};$$

$$\frac{\tau_0 P^{n/3}}{\rho (\nu \beta g \Delta t)^{2/3}} = \frac{B}{A^{2/3}} \left[1 + \frac{A}{B} \left(0,5 - \frac{t_0 - t_1}{6 \Delta t} \right) \right]. \quad (4)$$

Для $P = 16; 0,7$ G_1 равны 15 и 78 соответственно, отсюда $A = 60$, $n = 0,5$. Согласно нашим экспериментам ($P \approx 16$), $\tau_0/\rho (\beta g \Delta t \nu)^{2/3} = 3,2$. Из соотношения (4) определено значение $Re_1 = 13,7$ и $B = 55$. Полученное соотношение для Re_1 хорошо соответствует данным (3).

Во внешней части турбулентного пограничного слоя ($y > y_m$) течение имеет черты, общие со свободными струями, а именно: $\partial u/\partial y \approx \text{const}$, $\overline{(u')^2}^{1/2} \approx \text{const}$ (рис. 2). Так как $(u')^2 = (l')^2 (\partial u/\partial y)^2$, то длина пути смещения $l = \text{const}$. Наблюдается линейная зависимость толщины внешней части пограничного слоя от x , т. е. изотакси безразмерной скорости u/u_m являются лучами, которые пересекаются в полюсе x_0 . Угловым коэффициентом луча $u/u_m = 0,5$, согласно представленным экспериментам, равен $\delta_{1/2}/(x - x_0) = 0,02$, где $\delta_{1/2} = y_{1/2} - y_m$, $y_{1/2}$ — координата скорости $u = 0,5 u_m$; $x_0 = x_{кр} (1 - \bar{\alpha}_n/\bar{\alpha}_\tau)$, $x_{кр}$ — начало турбулентного пограничного слоя, определенное по распределению коэффициента теплообмена α по высоте и при $P = 16$ и $0,7$, $Ra_{кр} = 1,7 \cdot 10^{10}$ и $4,3 \cdot 10^9$; $\bar{\alpha}_n$ и $\bar{\alpha}_\tau$ — средние значения коэффициентов теплообмена соответственно ламинарного и турбулентного течений. Профили скорости $u/u_m = f_1((y - y_m)/\delta_{1/2})$ и температуры $\theta/\theta_m = f_2((y - y_m)/\delta_{1/2})$ аффинно-подобные (рис. 3), где $\theta = t - t_\infty$, $\theta_m = t_m - t_\infty$.

Для $y > y_m$ имеем уравнения

$$\int_{y_m}^{\infty} \frac{du^2}{dx} dy - \int_{y_m}^{\infty} \beta g \theta dy + \frac{\tau_m}{\rho} - (uv)_m = 0, \quad (5)$$

$$\frac{q_m}{\rho c_p} = \int_{y_m}^{\infty} \frac{du \theta}{dx} dy - (v\theta)_m. \quad (6)$$

Пусть $\theta_m = \bar{\theta}_m \bar{x}^m$, $u_m = \bar{u}_m \bar{x}^n$, $\tau_m = \bar{\tau}_m \bar{x}^h$. Пренебрегая членами $(\theta v)_m$, $(uv)_m$, используя правило дифференцирования по параметру и учитывая, что $dy_m/dx = \text{const}$, $q_0 = q_m$, получим из (5), (6)

$$\begin{aligned} \bar{x}^{2n} \bar{u}_m^2 \left[(2n+1) c \int_0^{\infty} \left(\frac{u}{u_m} \right)^2 d \left(\frac{y-y_m}{\delta_{1/2}} \right) + \frac{dy_m}{dx} \right] = \\ = \bar{x}^{(m+1)} \beta g \bar{\theta}_m c \int_0^{\infty} \left(\frac{\theta}{\theta_m} \right) d \left(\frac{y-y_m}{\delta_{1/2}} \right) - \frac{\bar{\tau}_m \bar{x}^h}{\rho}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{q_0}{\rho c_p} = \bar{x}^{(m+n)} \bar{\theta}_m \bar{u}_m \left[c(m+n+1) \int_0^{\infty} \left(\frac{\theta}{\theta_m} \right) \left(\frac{u}{u_m} \right) d \left(\frac{y-y_m}{\delta_{1/2}} \right) + \frac{dy_m}{dx} \right], \quad (8)$$

где $\bar{x} = x - x_0$ и c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Так как уравнения (7), (8) должны быть справедливы для любых \bar{x} , то показатели степени должны иметь одинаковые значения в каждом чле-

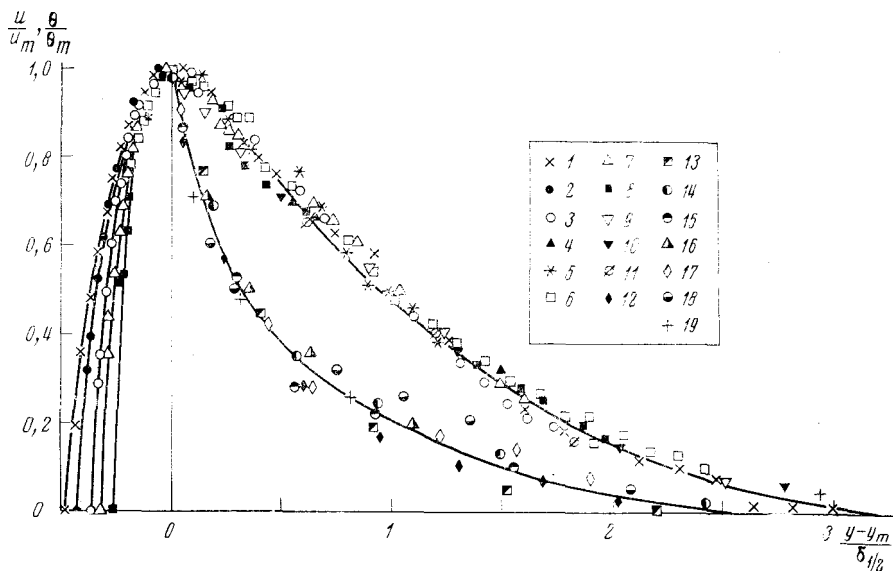


Рис. 3. Профили скорости и температуры; 9—11, 18, 19 — данные (3)

Параметр	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Delta t, ^\circ\text{C}$		6,8			11,6			19,5	35,03
$x \cdot 10, \text{ м}$	4,0	5,0	6,0	2,75	3,63	5,0	6,0	6,0	20,0
$\text{Ra} \cdot 10^{-10}$	3,0	5,8	10,3	1,9	5,0	11,7	20	37,1	2,12
$u_m, \text{ мм/сек}$	25,0	26,6	27,6	30,2	33,6	35,5	39,2	47,0	
$\delta_{1,2}, \text{ мм}$	5,8	7,2	9,6	4,1	5,9	8,0	10,5	10,3	

Параметр	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$\Delta t, ^\circ\text{C}$	30,3	56,16	7,0	12,5	12,4	11,6	11,8	19,2	30,3	57,9
$x \cdot 10, \text{ м}$	26,0	26,0	3,87	2,62	3,87	4,87	5,87	5,87	26,0	26,0
$\text{Ra} \cdot 10^{-10}$	4,0	6,05	2,9	1,74	5,45	10,0	18,4	35	4,0	6,04

не: $2n = (m+1) = k$, $m+n=0$ и, следовательно, $n=1/3$, $m=-1/3$, $k=2/3$. Пренебрегая членом τ_m/ρ из-за его малости, получим

$$\frac{u_m}{(q_0 \bar{x} \beta g / (\rho c_p))^{1/3}} = c_1, \quad \frac{\theta_m (\beta g \bar{x})^{1/3}}{(q_0 / (\rho c_p))^{2/3}} = c_2.$$

Согласно нашим экспериментам $c_1 \approx 2,1$; $c_2 \approx 16,4$ для $\text{Pr} \approx 16$. По (3) $c_1 \approx 2,2$; $c_2 \approx 16,5$ для $\text{Pr} = 0,7$. Таким образом, эксперимент подтверждает гипотезу (4).

Институт теплофизики
Сибирского отделения Академии наук СССР
Новосибирск

Поступило
30 X 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ С. С. Кутателадзе, ЖТФ, т. 5, 1706 (1935). ² E. R. G. Eckert, T. W. Jackson, NASA Rep. № 1015 (1951). ³ Р. Чизрайт, Тр. Америк. общ. инж. механ., сер. ц, Теплопередача, сер. С, т. 90, 1 (1968). ⁴ С. С. Кутателадзе, А. Г. Курдяшкин, В. П. Ивакин, Intern. J. Heat Mass Transfer, v. 15, 193 (1972). ⁵ С. С. Кутателадзе, А. Г. Курдяшкин, В. П. Ивакин, Теплофиз. высоких температур, т. 10, № 1, 91 (1972).