Доклады Академии наук СССР
1974. Том 218, № 3

УДК 536.12:536.242 *ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ*

В. А. ЗАГОРУЙКО, А. В. СОКОЛОВСКАЯ

К ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ И ВЕЩЕСТВА В ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМАХ

(Представлено академиком М. М. Дубининым 20 VI 1974)

Одной из проблем теории тепло- и массопереноса является выбор потенциала массопереноса. Так как химический потенциал сорбированной жидкости является функцией влагосодержания материала u и температуры T, то последние выбраны в работах ([1], [2]) в качестве потенциалов переноса. При этом предполагается, что теплота переноса q_j равна теплоте испарения объемной жидкости r_s, а коэффициент фазового превращения ε принимается по рекомендации в зависимости от влажности и предполагаемой структуры вещества.

Выбор влагосодержания материала в качестве потенциала переноса вещества в гетерогенных системах создает определенные неудобства при решении инженерных задач, так как на границе раздела двух взаимоконтактирующихся материалов имеет место скачок потенциала даже при условии термодинамического равновесия прилегающих к границе контакта микроучастков. Исходя из этого, за потенциал переноса вещества в гетерогенных системах должен быть выбран параметр, не зависящий от массоемкости материала и поэтому не претерпевающий скачкообразного изменения на границе раздела.

В данном сообщении предлагается система нелинейных дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса в гигроскопической области, полученная на основании известных положений неравновесной термодинамики. При выводе системы уравнений предполагается, что уравнение гигротермического равновесия и теплофизические характеристики влажных материалов известны, что позволяет получить выражения для определения теплоты переноса, коэффициента фазового превращения и массоемкости влажных материалов.

В гигроскопической области влага в общем случае связана со скелетом материала адсорбционными, капиллярными и осмотическими силами. В процессе переноса вещества в зависимости от влагосодержания и материала вклад того или иного вида связанной влаги будет различным и, следовательно, потенциал переноса будет различным. Однако независимо от величины u все три вида связанной влаги находятся в термодинамическом равновесии друг с другом и с паром равновесного состояния. Поэтому для влажных материалов в гигроскопической области можно принять за потенциал переноса, общий для всех видов связанной влаги, полный химический потенциал μ_p, равный ([3])

$$\tau_p=\mu'+\Pi'=\mu_s+R_п T\ln\varphi, \qquad (1)$$

где μ' и μ_s — химические потенциалы сорбированной и объемной жидкости соответственно, Π' — потенциальная энергия сорбата в поле поверхностных сил сорбента, $R_п$ — газовая постоянная пара, $\varphi=P/P_s$ — относительная упругость пара.

Пользуясь методами неравновесной термодинамики ([4]), из условия баланса энтропии в системе, характеризующейся определенными значениями $\nabla\mu_p$ и ∇T, можно получить феноменологические выражения для потоков энтропии I_s, внутренней энергии I_u, массы I_j и тепла I_q

$$I_s = \frac{1}{T}(I_u - \mu_p I_j), \tag{2}$$

$$I_u = L_{uu}\nabla(1/T) - L_{uj}\nabla(\mu_p/T), \tag{3}$$

$$I_j = L_{ju}\nabla(1/T) - L_{jj}\nabla(\mu_p/T), \tag{4}$$

$$I_q = TI_s. \tag{5}$$

Совместное решение уравнений (1)—(5) приводит к следующим выражения для потока тепла и массы:

$$I_q = -\frac{L_{uu}L_{jj} - L_{ju}L_{uj}}{L_{jj}T^2}\nabla T - \left(\mu_s + R_\text{п} T \ln\varphi - \frac{L_{ju}}{L_{jj}}\right) I_j, \tag{6}$$

$$I_j = -L_{jj}\left\{\frac{1}{T^2}\left[\frac{L_{uj}}{L_{jj}} - i_s'\right]\nabla T + \frac{R_\text{п}}{\varphi}\nabla\varphi\right\} \tag{7}$$

где i_s' — энтальпия объемной жидкости.

Определение неизвестных феноменологических коэффициентов выполним в следующей последовательности. В отсутствие диффузионных потоков уравнение (6) является чистым уравнением теплопроводности. Поэтому

$$(L_{uu}L_{jj} - L_{uj}L_{ju})/(L_{jj}T^2) = \lambda,$$

где λ — коэффициент теплопроводности. Далее отношение коэффициентов L_{uj}/L_{jj} определяется из уравнения (7), если положить поток массы $I_j = 0$. При условии справедливости соотношения Онзагера

$$\frac{L_{uj}}{L_{jj}} = \frac{L_{ju}}{L_{jj}} = i_s' - \frac{R_\text{п}T^2}{\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dT}\right)_{I_j=0} = i_s'' - \frac{R_\text{п}T^2}{P}\left(\frac{dP}{dT}\right)_{I_j=0}, \tag{8}$$

где i_s'' — энтальпия насыщенного пара объемной жидкости; $(d\varphi/dT)_{I_j=0}$, $(dP/dT)_{I_j=0}$ — термоградиентные отношения при потенциалах переноса φ и P соответственно.

С учетом полученных зависимостей, уравнения (6) и (7) примут вид

$$I_q = -\lambda\nabla T + q_j I_j, \tag{9}$$

$$I_j = -L_{jj}\frac{R_\text{п}}{\varphi}\left[\nabla\varphi - \left(\frac{d\varphi}{dT}\right)_{I_j=0}\nabla T\right] = -L_{jj}\frac{R_\text{п}}{P}\left[\nabla P - \left(\frac{dP}{dT}\right)_{I_j=0}\nabla T\right] \tag{10}$$

где q_j — теплота переноса, равная

$$q_j = i_s' - \mu_s - R_\text{п}T\ln\varphi - \frac{R_\text{п}T^2}{\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dT}\right)_{I_j=0} = i_s'' - \mu_s - R_\text{п}T\ln\varphi - \frac{R_\text{п}T^2}{P}\left(\frac{dP}{dT}\right)_{I_j=0} \tag{11}$$

В уравнениях (10) и (11) остаются неизвестными L_{jj} и термоградиентные отношения, которые в общем случае определяются экспериментально. Определим их значения в двух конкретных случаях: тепло- и массообмен влажного материала с воздухом и тепло- и массоперенос во влажных материалах. Если полагать влажный воздух идеальной смесью, то из сопоставления правой части уравнения (10) с известным уравнением диффузии [6], получим

$$L_{jj} = DP/R_\text{п}^2 T \quad \text{и} \quad (dP/dT)_{I_j=0} = -P/2T,$$

где D — коэффициент диффузии пара в паровоздушной смеси. С учетом этого уравнение потока массы (10) примет вид

$$I_j = -\frac{D}{R_п T}\left(\nabla P + \frac{P}{2T}\nabla T\right), \tag{12}$$

а теплота переноса в уравнении потока тепла (9)

$$q_j = TS' + r_s - R_п T \ln \varphi + R_п T/2, \tag{13}$$

где S' — энтропия объемной жидкости. Уравнение (9), с учетом (13), и уравнение (12) являются исходными для расчета квазистатических процессов тепло- и массообмена влажного материала с воздухом в тепловых $I-d$ диаграммах [5].

Для определения неизвестных параметров в уравнениях (10) и (11) при тепло- и массопереносе запишем уравнение (10) в градиентах u и T. Так как по уравнению состояния материала $u=f(\varphi, T)$, то заменяя $\nabla\varphi$ в (10) через ∇u, получим уравнение для потока массы в переменных u и T:

$$I_j = -L_{jj}\frac{R_п}{c_{mT}\varphi}\left\{\nabla u - \left[c_{m\varphi} + c_{mT}\left(\frac{d\varphi}{dT}\right)_{I_j=0}\right]\nabla T\right\}, \tag{14}$$

где $c_{mT} = (\partial u/\partial\varphi)_T$ и $c_{m\varphi} = (\partial u/\partial T)_\varphi$ — изотермическая и изопотенциальная массоемкости материала соответственно являются функциями состояния и легко определяются по уравнению состояния влажного материала.

Сравним далее феноменологическое уравнение (14) с уравнением массопереноса [1, 2], в котором коэффициент диффузии a_m и термодиффузии a_{mT} определены экспериментально. Из сравнения следует, что

$$L_{jj} = c_{mT} a_m \gamma_0 \varphi R_п^{-1}, \tag{15а}$$

$$(d\varphi/dT)_{I_j=0} = -(\delta + c_{m\varphi})/c_{mT}, \tag{15б}$$

где $\delta = a_{mT}/a_m$ — термодиффузионное отношение. Подставляя (15) в (10) и (11), получим окончательно выражение для потока массы

$$I_j = -a_m \gamma_0 c_{mT}\left[\nabla\varphi + \frac{\delta + c_{m\varphi}}{c_{mT}}\nabla T\right], \tag{16}$$

где γ_0 — плотность сухой массы материала, а теплота переноса

$$q_j = TS' - R_п T \ln\varphi + \frac{R_п T^2}{\varphi}\frac{\delta + c_{m\varphi}}{c_{mT}}. \tag{17}$$

Коэффициент фазового превращения ε, выражающий долю пара в общем потоке переносимой массы, может быть определен из соотношения

$$\varepsilon r_s = -\frac{R_п T^2}{\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dT}\right)_{I_j=0}.$$

Тогда

$$\varepsilon = \frac{R_п T^2}{\varphi r_s}\frac{\delta + c_{m\varphi}}{c_{mT}}. \tag{18}$$

Уравнение (9), с учетом (17), и уравнение (16) являются исходными для расчета квазистатических процессов тепло- и массопереноса в гетерогенных системах влажных материалов.

Основные дифференциальные уравнения тепло- и массопереноса можно получить, записав уравнения непрерывности для потока тепла и массы с учетом источников (стоков) тепла Q и массы D_j

$$\gamma_0 \partial q/\partial\tau = -\operatorname{div} I_q + Q, \qquad \gamma_0 \partial u/\partial\tau = -\operatorname{div} I_j + D_j.$$

Для зонального метода расчета можно принять в узком интервале изменения u и T коэффициенты переноса постоянными. Тогда

$$\frac{\partial T}{\partial \tau}=\left[a+\frac{a_m q_j}{c}(c_{m\varphi}+\delta)\right]\nabla^2 T+a_m\frac{q_j}{c}c_{mT}\nabla^2\varphi+\frac{Q}{c\gamma_0}, \tag{19}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau}=a_m c_{mT}\nabla^2\varphi+a_m(c_{m\varphi}+\delta)\nabla^2 T+\frac{D_j}{\gamma_0}, \tag{20}$$

где τ — время, a — температуропроводность, c — теплоемкость влажного материала, отнесенная к единице массы сухого материала.

Одесский институт инженеров
морского флота

Поступило
17 VI 1974

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] *А. В. Лыков*, Теория сушки, М., 1968. [2] *А. В. Лыков*, Тепломассообмен, М., 1972. [3] *В. А. Загоруйко*, Инж. физ. журн., т. 24, № 2, 262 (1973). [4] *С. Де Гроот, П. Мазур*, Неравновесная термодинамика, М., 1964. [5] *В. А. Загоруйко, Ю. И. Кривошеев*, Холодильная техника, № 3, 52 (1973).