

А. А. ИВАНОВ, Н. С. ПУТВИНСКАЯ, В. И. РЫЖИЙ  
ЦИКЛОТРОННЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НЕРАВНОВЕСНОЙ  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛАЗМЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

(Представлено академиком Б. Б. Кадомцевым 3 VI 1974)

В электронной плазме полупроводников в магнитных полях коллективные процессы при наличии сильно неравновесных фотоэлектронов, генерируемых монохроматическим светом, могут в ряде ситуаций преобладать над процессами релаксации, связанными со столкновениями носителей с фононами и между собой <sup>(1)</sup>. В таких случаях

$$\tau_e, \tau_{ee} > \tau_{кол}, \quad (1)$$

где  $\tau_e$  — время релаксации энергии электронов за счет взаимодействия с фононами,  $\tau_{ee}$  — время, характеризующее межэлектронные столкновения,  $\tau_{кол}$  — характерное время коллективной релаксации,  $\tau_{кол}$  обычно имеет порядок обратной величины инкремента раскачиваемой фотоэлектронами неустойчивости. В работе <sup>(1)</sup> рассматривалась неустойчивость пучкового типа. Однако неравновесность фотоэлектронов может приводить также к возбуждению циклотронных неустойчивостей. Исследованию последних в полупроводниках в магнитных полях в условиях сильной неравновесности фотоэлектронов и посвящена данная работа.

Будем для простоты рассматривать носители одного типа — электроны с квадратичным и изотропным законом дисперсии. Предположим, что имеет место соотношение

$$\omega_c \gg \nu, \quad (2)$$

где  $\omega_c$  — циклотронная частота,  $\nu$  — характерная частота столкновений электронов с примесями и фононами. Будем также считать, что под действием источника света генерируются моноэнергетические фотоэлектроны с энергией  $\epsilon_0 \gg T$ , где  $T$  — температура тепловых электронов.

Ограничимся рассмотрением потенциальных возмущений. Используем уравнение для матрицы плотности электронов и уравнение Пуассона. Тогда для возмущений типа  $\exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]$ , предполагая наличие однородного неподвижного компенсирующего фона и пренебрегая столкновениями, получаем следующее дисперсионное уравнение (ср. <sup>(2)</sup>):

$$1 = \frac{4\pi e^2}{\kappa \hbar k^2} \exp\left(-\frac{L^2 k_{\perp}^2}{2}\right) \times \\ \times \sum_{N, N'} P_{N, N'}(L^2 k_{\perp}^2) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dv [f_{N'}(v + \hbar k_{\parallel} / (2m)) - f_N(v - \hbar k_{\parallel} / (2m))]}{(N' - N) \omega_c + k_{\parallel} v - \omega}; \quad (3)$$

здесь  $L = [c\hbar / (eH)]^{1/2}$ ,  $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_{\perp}, k_{\parallel})$ ,  $f_N(v)$  — невозмущенная функция распределения электронов в  $N$ -й подзоне Ландау, нормированная согласно условию

$$\sum_{N=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dv f_N(v) = n_0,$$

$n_0$  — полная концентрация электронов,

$$P_{N,N'}(x^2) = \frac{N! x^{2(N'-N)}}{N! 2^{(N'-N)}} \left[ L_N^{(N'-N)} \left( \frac{x^2}{2} \right) \right]^2,$$

где  $L_N^{(\lambda)}(x)$  — обобщенные полиномы Лагерра;  $\kappa$  — диэлектрическая проницаемость решетки.

В рассматриваемой ситуации для функции  $f_N(v)$  можно записать

$$f_N(v) = n_T \sqrt{\frac{m}{\pi T}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega_c}{T}\right) \right]^{-1} \exp\left[-\frac{1}{T}\left(\frac{mv^2}{2} + N\hbar\omega_c\right)\right] + \frac{nv^*}{2v_N} [\delta(v-v_N) + \delta(v+v_N)], \quad (4)$$

где  $n_T$  и  $n$  соответственно концентрации тепловых электронов и фотоэлектронов,  $n_T + n = n_0$ ,

$$v_N = \sqrt{\frac{2}{m}(\varepsilon_0 - N\hbar\omega_c)}, \quad v^* = \left[ \sum_N v_N^{-1} \right]^{-1}.$$

Из выражения (4) следует, что доля фотоэлектронов в  $N$ -й подзоне Ландау равна  $\delta_N = v^*/v_N$ . При этом перераспределение фотоэлектронов в соответствии с (4) происходит за время порядка  $v^{-1}$ . Заметим, что величина  $\delta_N$  пропорциональна плотности состояний в  $N$ -й подзоне в точке с энергией движения вдоль магнитного поля, равной  $\varepsilon_0 - N\hbar\omega_c$ .

Будем считать, что  $\varepsilon_0 \gg \hbar\omega_c$ . В этом случае фотоэлектронами заселено много подзон и можно перейти от суммирования по подзонам к интегрированию по энергии поперечного движения. При этом, вообще говоря, необходимо учитывать осциллирующую квантовую добавку, которая при  $|\varepsilon_0 - N\hbar\omega_c| \ll \hbar\omega_c$  может быть не малой. Дело в том, что при достаточно острой особенности плотности состояний на дне подзоны Ландау величина  $\delta_N \sim 1$ . Поэтому вклад резонансного ( $N$ -го) члена целесообразно выделить.

Положим  $kL \ll 1$ . Тогда с учетом (4) уравнение (3) можно привести к виду

$$1 + \delta\varepsilon_T + \delta\varepsilon = 0, \quad (5)$$

где при  $|\omega| \gg k_{\parallel}(2T/m)^{1/2}$

$$\delta\varepsilon_T = -\frac{\omega_{pT}^2}{\omega^2} \left( \frac{k_{\parallel}}{k} \right)^2 - \frac{\omega_{pT}^2}{(\omega^2 - \omega_c^2)} \left( \frac{k_{\perp}}{k} \right)^2. \quad (6)$$

Величина  $\delta\varepsilon$  в нерезонансном случае, когда  $|\varepsilon_0 - N\hbar\omega_c| \gg \hbar\omega_c$ , определяется выражением

$$\delta\varepsilon = \frac{\omega_p^2}{k^2 v_0^2} \int v_{\perp} \delta'(v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2 - v_0^2) \left[ \omega \sum_{N=-\infty}^{\infty} \frac{J_N^2(k_{\perp} v_{\perp} / \omega_c)}{\omega - N\omega_c - k_{\parallel} v_{\parallel}} - 1 \right] dv_{\perp} dv_{\parallel}. \quad (7)$$

Если же  $|\varepsilon_0 - N\hbar\omega_c| \ll \hbar\omega_c$  (случай резонанса), то вид  $\delta\varepsilon$  определяется отношением концентрации фотоэлектронов в резонансной подзоне к концентрации остальных фотоэлектронов. Учитывая, что величина размытия энергетического спектра из-за столкновений порядка  $\hbar\nu$ , для такого отношения имеем следующее значение:

$$\eta = \left( \frac{\omega_c}{v} \frac{\hbar\omega_c}{\varepsilon_0} \right)^{1/2}.$$

При  $\eta \ll 1$  справедливо по-прежнему выражение (7). В противоположном же пределе получаем

$$\delta\varepsilon = -\frac{\omega_p^2}{k^2} \sum_{N=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{k_{\parallel}^2 J_N^2(k_{\perp} v_0 / \omega_c)}{(\omega - N\omega_c)^2} + \frac{2N k_{\perp} J_N(k_{\perp} v_0 / \omega_c) J_N'(k_{\perp} v_0 / \omega_c)}{v_0 (\omega - N\omega_c)} \right]. \quad (8)$$

Здесь

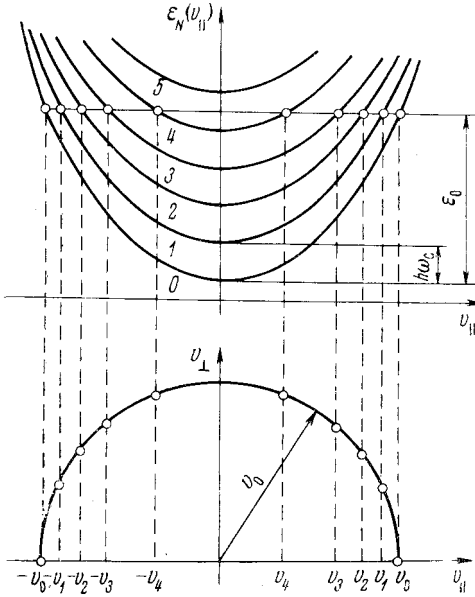
$$\omega_{pT} = \left( \frac{4\pi e^2 n_T}{\chi m} \right)^{1/2}, \quad \omega_p = \left( \frac{4\pi e^2 n}{\chi m} \right)^{1/2},$$

$J_N(z)$  — функции Бесселя.

При получении выражений (7) и (8) мы использовали то обстоятельство, что для больших  $N$  имеет место (3)

$$L_N^{(\lambda)} \left( \frac{x^2}{2} \right) \approx \frac{(2N)^{\lambda/2}}{x^\lambda} J_\lambda(\sqrt{2N} x).$$

Интересно отметить, что осредненный по подзонам вклад в дисперсионное уравнение (выражение (7)) соответствует изотропному распределению моноэнергетических фотоэлектронов, а квантовая добавка (выражение (8)) — сильно анизотропному распределению. Действительно, состояния, занимаемые фотоэлектронами, в пространстве скоростей представляют собой точки с координатами



$$v_\perp = v_0 \sqrt{N \frac{\hbar \omega_c}{\varepsilon_0}},$$

$$v_\parallel = v_0 \sqrt{1 - N \frac{\hbar \omega_c}{\varepsilon_0}} \equiv v_N,$$

причем доля фотоэлектронов в  $N$ -й точке равна  $\delta_N = v^*/v_N$  (см. рис. 1). Поэтому в первом случае фотоэлектроны на плоскости  $(v_\perp, v_\parallel)$  распределены фактически с равномерной плотностью по окружности с радиусом  $v_0$ , а во втором — значительная часть фотоэлектронов сосредоточена в точке  $(v_\perp = v_0, v_\parallel = 0)$ , т. е. в случае резонанса энергия большого числа фотоэлектронов заключена в их движении поперек магнитного поля.

Рис. 1. Распределение моноэнергетических фотоэлектронов по состояниям. Точки соответствуют состояниям, заселенным фотоэлектронами;  $\varepsilon_N(v_\parallel) = (N + 1/2) \hbar \omega_c + + 1/2 m v_\parallel^2$ ,  $\varepsilon_N$  — энергетический спектр электронов в магнитном поле. Цифры у кривых — значения  $N$

Рассмотрим сначала нерезонансный случай. В этом случае для возмущений с волновыми векторами, направленными почти перпендикулярно магнитному полю ( $k_\perp \approx k$ ), дисперсионное уравнение после некоторых преобразований принимает вид (ср. (4))

$$1 = \frac{\omega_{pT}^2}{\omega^2 - \omega_c^2} + \frac{\omega_p^2}{k^2 v_0^2} \left[ \omega \sum_{N=-\infty}^{\infty} \frac{J_{2N}(z)}{\omega - N \omega_c} - 1 \right], \quad z = \frac{2k v_0}{\omega_c}. \quad (9)$$

Будем искать решения (9) в виде  $\omega = \omega_c(N + \delta)$ , где  $|\delta| \ll 1$  \*. Тогда условие неустойчивости и максимальное значение инкремента оказываются следующими:

$$\left| 1 - \frac{\omega_{pT}^2}{(N^2 - 1) \omega_c^2} \right| < 2^{3/2} \frac{\omega_{pT} \omega_p}{\omega_c^2} \left( \frac{N}{N^2 - 1} \right) \frac{\sqrt{|\alpha_N|}}{z_N}, \quad \frac{\omega_p}{\omega_{pT}} \ll \frac{z_N}{N^2}, \quad (10)$$

\* Вычисляя сумму в правой части (9), можно показать, что уравнение (9) не имеет решений с большим положительным инкрементом ( $|\delta| \approx 1$ ).

$$\gamma_{\max} \sim \frac{N^2}{z_N} \left( 2|\alpha_N| \frac{n}{n_T} \right)^{1/2} \omega_c, \quad (11)$$

где  $\alpha_N = J_{2N}(z_N)$ ,  $z_N$  — значение величины  $z$ , при котором функция  $J_{2N}(z)$  достигает минимума,  $N \geq 2$ .

В случае же резонанса дисперсионное уравнение с учетом формул (5), (6) и (8) после выполнения суммирования по циклотронным гармоникам можно представить следующим образом (ср. (5)):

$$1 = \frac{\omega_{pT}^2}{\omega^2} \left( \frac{k_{\parallel}}{k} \right)^2 + \frac{\omega_{pT}^2}{(\omega^2 - \omega_c^2)} \left( \frac{k_{\perp}}{k} \right)^2 + i\omega \frac{\omega_p^2}{(k_{\perp}^2 v_0^2 - \omega^2)^{1/2}}. \quad (12)$$

При выводе уравнения (12) мы предположили, что  $|\omega| > \omega_c$ . Из уравнения (12) в случае  $\omega_{pT} > \omega_p$  следует, что возможна раскачка колебаний с инкрементом

$$\gamma \approx \left( \frac{n}{n_T} \right)^{2/5} k_{\perp} v_0. \quad (13)$$

Развитие неустойчивости последнего типа в резонансном случае должно приводить к быстрой (за время порядка обратной величины инкремента (13)) изотропизации распределения фотоэлектронов, т. е. переселению их значительной части в перезонансные подзоны. По мере такой изотропизации будет изменяться и характер неустойчивости (переход от резонансного случая к нерезонансному). В обоих случаях раскачка неустойчивости будет обуславливать расширение энергетического распределения фотоэлектронов. Последний процесс будет происходить до тех пор, пока разброс фотоэлектронов по скоростям не станет порядка  $\Delta v \sim v_0/z_N$ . Отсюда следует, что коллективные эффекты, связанные с рассмотренными неустойчивостями, могут быть эффективными механизмами релаксации как импульса, так и энергии фотоэлектронов. При этом из-за больших значений инкрементов (ср. соотношения (2), (11) и (13)) неравенство (1) в условиях раскачки циклотронных неустойчивостей должно хорошо выполняться. По этой же причине столкновения электронов будут, по-видимому, в исследованной ситуации относительно слабым стабилизирующим фактором. Напротив, их наличие в ряде случаев может приводить к раскачке также диссипативных неустойчивостей.

Московский физико-технический институт  
Долгопрудный Московской обл.

Поступило  
28 V 1974

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. А. Иванов, В. П. Рыжик, ЖЭТФ, т. 63, 1514 (1972). <sup>2</sup> П. С. Зырянов, ЖЭТФ, т. 40, 1065 (1961). <sup>3</sup> П. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М., 1963. <sup>4</sup> Л. В. Кораблев, ЖЭТФ, т. 53, 1603 (1967). <sup>5</sup> А. В. Тимофеев, В. И. Пистуневич, В сб.: Вопросы теории плазмы, т. 5, М., 1967, стр. 351.