УДК 512.12:512.13:512.57
А. Э. Атаманчук, Я. А. Санцевич
г. Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СОФИЗМОВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Актуальной проблемой школьного курса алгебры является разрыв между умением выполнять вычисления и глубоким пониманием сути математических преобразований. Учащиеся, как правило, уверенно оперируют формулами и правилами, однако далеко не всегда рефлексируют относительно оснований их применимости. Они формально манипулируют буквами и символами, не обращая внимания на скрытые ограничения. Подобная ситуация препятствует формированию подлинной математической грамотности, которая подразумевает не только умение решать, но и умение критически мыслить, проверять логику рассуждений и понимать условия применения математических методов.

В связи с чем можно использовать алгебраические софизмы как эффективный способ диагностики и преодоления этой проблемы. Напомним, что софизм – это намеренная ошибка в рассуждении, искусно замаскированная под правильное доказательство.

Классический анализ подобных логических и алгебраических ошибок представлен в работе [1]. Учебная ценность софизма в том, что он показывает, как можно нарушить правило, сохранив внешне правильную форму записи. Возьмём классический пример «доказательства», что $2=1$.

Пусть $a=b$, тогда:

$$a=b\Rightarrow a^2=ab\Rightarrow a^2-b^2=ab-b^2\Rightarrow(a-b)(a+b)=b(a-b)\Rightarrow a+b=b\Rightarrow 2b=b\Rightarrow 2=1.$$

Ключевая ошибка заключается в сокращении на $(a-b)$. Поскольку сокращение алгебраической дроби равносильно делению числителя и знаменателя на одно и то же выражение, следует помнить, что делить можно лишь на выражение, не равное нулю. Однако из исходного условия $a=b$ следует, что $a-b=0$. Таким образом, за корректной формой записи скрывается операция деления на ноль, что делает всё последующее рассуждение некорректным. Это и представляет собой семантическую ловушку: внешне безупречная форма скрывает внутренне некорректное, недопустимое действие.

Работу с таким софизмом на уроке можно построить в три этапа, чтобы развить у учеников внимательность к условиям и критический взгляд на преобразования:

Этап 1. (диагностический). Ученикам предлагается проверить «доказательство». Их реакция сразу показывает уровень понимания: одни не видят подвоха, другие чувствуют, что что-то не так, но не могут указать на причину, а наиболее подготовленные сразу говорят о делении на ноль. Это позволяет учителю оценить, насколько ученики осознают смысл производимых действий, а не просто выполняют их по шаблону.

Этап 2. (совместного разбора и обучения). После того как ошибка обнаружена, важно не просто её назвать, а научить строго обосновывать. Вместе с классом необходимо чётко сформулировать и зафиксировать правило: «Сокращение допустимо лишь при условии, что выражение, на которое сокращают, заведомо не равно нулю». В примере выше условие «$a-b\neq 0$» не выполняется, поэтому вывод неверен.

Затем можно дать ученикам серию обычных упражнений на сокращение, но с обязательным требованием вслух или письменно проговаривать условие, при котором сокращение было бы недопустимо. Это помогает закрепить привычку проверять условия на запрещенные операции.

Этап 3. (творческий). Чтобы убедиться, что принцип понятен, можно предложить ученикам придумать свои софизмы по аналогии. Например, используя ошибочное извлечение квадратного корня: $(-4)^2=4^2\Rightarrow\sqrt{(-4)^2}=\sqrt{4^2}\Rightarrow -4=4$.

Здесь нарушается правило $\sqrt{x^2}=|x|$. Такое задание требует от ученика глубоко разобраться в сути правила и понять, какое условие в нём скрыто, чтобы это условие нарушить. Это развивает исследовательский интерес и умение анализировать.

Предложенная трёхэтапная модель работы систематизирует использование софизма на уроке, превращая его из занимательного парадокса в эффективный методический инструмент формирования критического мышления.

Таким образом, целенаправленная работа с алгебраическими софизмами напрямую способствует достижению таких ключевых целей современного математического образования, как развитие критического мышления, логической культуры и осознанного применения знаний.

Представленная методика является практической реализацией компетентностного подхода, так как смещает акцент с усвоения алгоритмов на формирование у учащихся способности к глубинному анализу и аргументированному применению математических знаний. Она делает изучение алгебры концептуально более целостным, формирует устойчивую интеллектуальную привычку к проверке условий и развивает культуру логической аргументации.

Данная методика активно проходит апробацию при работе в ГОУ «Средняя школа №75 г. Гомеля» и на подготовительных курсах в ГГУ имени Ф. Скорины. А также обсуждается на семинарах студенческой научно-исследовательской лаборатории «Алгебра и геометрия сложных систем».

Для интеграции этого подхода в повседневную практику целесообразно создание тематического сборника софизмов, что продолжает традицию специальных учебных пособий по данной тематике [2], охватывающих основные разделы школьного курса (действия с дробями, степени и корни, логарифмы, тригонометрические тождества). Регулярное и системное использование таких заданий позволит целенаправленно развивать математическую грамотность учащихся на всех этапах обучения.

Литература

1. Брадис, В. М. Ошибки в математических рассуждениях / В. М. Брадис, В. Л. Минковский, А. К. Харчева. – 2-е изд., перераб. – Москва : Учпедгиз, 1959. – 176 с.

2. Мадера, А. Г. Математические софизмы : Правдоподобные рассуждения, приводящие к ошибочным утверждениям : книга для учащихся 7– 11 классов / А. Г. Мадера, Д. А. Мадера. – Москва : Просвещение, 2003. – 112 с.