

И. Л. ВУЛИС, член-корреспондент АН СССР А. С. МОНИН

## О ДОСТУПНОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ОКЕАНА

Понятие о доступной потенциальной энергии было введено, в применении к атмосфере, Э. Лоренцом (<sup>1</sup>); как та часть лабильной (т. е. суммы внутренней и потенциальной) энергии атмосферы в целом, которая может быть превращена в кинетическую энергию посредством адиабатических процессов (при них сумма лабильной и кинетической энергии не меняется). Недоступная (разность фактической и доступной) потенциальная энергия должна определяться из вариационной задачи об условном минимуме лабильной энергии, как функционала от пространственных распределений независимых термодинамических параметров среды, при условии, что их вариации удовлетворяют требованиям неразрывности и адиабатичности (Дж. Даттон и Д. Джонсон (<sup>2</sup>), А. С. Монин (<sup>3</sup>)).

Согласно Э. Лоренцу (<sup>1</sup>), для сред с двумя независимыми термодинамическими параметрами (таковы атмосфера и океан, если пренебрегать эффектами изменений соответственно влажности воздуха или солёности морской воды) адиабатичность сводится к изэнтропичности и указанный минимум лабильной энергии достигается в состоянии с устойчивой стратификацией плотности, горизонтальными изэнтропическими поверхностями и постоянным давлением на каждой из этих поверхностей. Это определение конструктивно, и в случае атмосферы оно позволяет, используя соотношения термодинамики смесей идеальных газов, вывести для доступной потенциальной энергии аналитическое выражение (<sup>1</sup>, <sup>2</sup>) и находить ее численные оценки по фактическим данным, что уже проделывалось рядом авторов. Для морской воды полного набора аналитических термодинамических соотношений не имеется, но приведенное конструктивное определение позволяет получать численные оценки доступной потенциальной энергии океана по фактическим данным; однако до настоящего времени этого еще не проделывалось.

Заметим, что солёность морской воды (являющаяся ее третьим независимым термодинамическим параметром после, скажем, давления и температуры) играет в океане, возможно, более существенную роль, чем влажность воздуха в атмосфере. Согласно А. С. Монину (<sup>3</sup>), в океане адиабатичность сводится к одновременному требованию и изэнтропичности, и изохалинности (т. е. сохранения в каждой движущейся жидкой частице и энтропии, и солёности). Иначе говоря, адиабатические движения в океане происходят по линиям пересечения изэнтропических и изохалинных поверхностей, и в состоянии с минимальной лабильной энергией давление на каждой такой линии должно быть постоянным; однако, это еще не дает однозначного определения указанного состояния. Из-за этой трудности в настоящей работе мы будем пренебрегать эффектами изменений солёности, чтобы получить первую оценку хотя бы порядка величины доступной потенциальной энергии океана.

Расчет производился по квазиклиматическим данным о температуре в Атлантическом океане, собранным в Отделе физической океанографии Института океанологии АН СССР. Океан был разбит на элементарные объемы — «боксы»: по горизонтали — сеткой меридианов и параллелей через 5° долготы и широты, а по вертикали — уровнями так называемых стандартных гидрологических горизонтов; боксы, пересекающие дно океа-

на, отбрасывали (сглаженные значения глубин Атлантики брали из работы (4)). Фактические данные были взяты в виде осредненных значений температуры на верхней и нижней границах каждого бокса; их среднее арифметическое  $t_c$  (в градусах Цельсия) приписывалось геометрическому центру бокса. Зная глубины его верхней и нижней границ  $z_b$  и  $z_n$  и давление  $p_b$  на верхней границе, мы определяли давление в центре

$$p_c \approx p_b + \frac{1}{2} \rho_0 g (z_n - z_b),$$

где  $\rho_0$  — стандартное значение плотности воды, а  $g$  — ускорение силы тяжести, и затем плотность энтропии (деленную на стандартное значение  $c_p$  удельной теплоемкости воды при постоянном давлении)

$$\eta \approx \ln \frac{t_c + \tau}{\tau} - \gamma p_c, \quad \gamma = \frac{\alpha}{c_p \rho_0}, \quad (1)$$

где  $\tau \approx 273^\circ$  — температура Кельвина при  $0^\circ \text{C}$ ,  $\alpha$  — стандартное значение коэффициента термического расширения воды. Это значение энтропии далее мы приписывали всем точкам бокса, так что температура в нем считалась экспоненциальной функцией от давления  $t = \tau(e^{\eta + \gamma p} - 1)$ . Тогда становилась функцией только от давления и плотность  $\rho \approx \rho_0(1 + \alpha t - \beta p)^{-1}$  (где  $\beta$  — стандартное значение коэффициента барической сжимаемости воды), и проинтегрированное по глубине в боксе уравнение гидростатики  $dp/dz = g\rho$  приводилось к виду

$$(1 - \alpha\tau - \beta p_n + \alpha\tau e^{\eta + \gamma p_b}) P = \rho_0 g \xi + \frac{1}{2} (\beta - \gamma\alpha\tau e^{\eta + \gamma p_b}) P^2, \quad (2)$$

где  $\xi = z - z_b$ ,  $P = p - p_b$ , и величина  $e^{\eta + \gamma p}$  была разложена в ряд со слагаемыми до  $\frac{1}{2} \gamma^2 P^2$  включительно. Отсюда, задав  $\xi = z_n - z_b$ ,  $p_b$  и  $\eta$ , мы находили  $P$  итерациями с начальным приближением  $P = 0$  в правой части (2). По  $P$  находилось  $p_n$ , и можно было переходить к следующему боксу вниз.

Внутренняя энергия боксов  $E$  и отклонения  $\Pi$  их потенциальной энергии от ее значения, получающегося при постоянном стандартном значении  $\rho_0$  плотности морской воды, вычислялись по формулам

$$E = \frac{S}{g} \int_{p_b}^{p_n} \left( c_p T - \frac{\alpha}{\rho_0} p T + \frac{\beta}{2\rho_0} p^2 \right) dp, \quad (3)$$

$$\Pi = S \int_{p_b}^{p_n} (\alpha t - \beta p) z dp,$$

где  $T = \tau + t$  — абсолютная температура (выражение в скобках под знаком интеграла в формуле для  $E$  есть плотность внутренней энергии),  $S$  — площадь верхней поверхности бокса (нетрудно ввести маленькие поправки на сферичность верхней и нижней поверхностей). Практически мы переходили к переменной интегрирования  $P = p - p_b$ , определяли зависимость  $\xi = z - z_b$  от  $P$  из (2), разлагали подынтегральные функции в (3) в ряды по степеням  $P$  со слагаемыми до  $O(P^2)$  включительно и после интегрирования получали для  $E$  и  $\Pi$  конечные аналитические выражения (которых здесь не выписываем ввиду тривиальности этой процедуры). Для Атлантики в целом расчет дал значения  $E = 5,286770 \cdot 10^{24}$  дж и  $\Pi = -4,9676 \cdot 10^{22}$  дж (при объеме воды в Атлантике около  $3,3 \cdot 10^{17} \text{ м}^3$ ).

Затем все боксы были пронумерованы в порядке убывания значений  $\eta$  плотности энтропии в них и были превращены в горизонтальные слои тех же масс, уложенные в Атлантическом океане (с учетом значений  $S(z)$  его площади на разных глубинах) последовательно один под другим в порядке возрастания их номеров сверху вниз. Для каждого слоя давле-

ние на его нижней границе определялось по формуле

$$p_n = p_b + \frac{mg}{S(z_b)},$$

где  $m$  — масса соответствующего бокса (к этой формуле можно вводить поправку  $F(p_n - p_b)$  на сферичность поверхностей слоя — тогда  $p_n$  находится методом итераций); затем по  $z_b$ ,  $p_b$  и  $p_n$  из (2) находилась глубина  $z_n$  нижней границы слоя, и можно было переходить к следующему слою вниз. Сначала за верхнюю поверхность первого слоя (на которой  $p_b = 0$ )

Таблица 1

Плотности энергии, дж/м <sup>3</sup>				
	Е	П	ДП	К
Атмосфера	1,6 · 10 <sup>5</sup>	4 · 10 <sup>4</sup>	5 · 10 <sup>2</sup>	1,2 · 10 <sup>2</sup>
Океан	1,2 · 10 <sup>9</sup>	2 · 10 <sup>7</sup>	7 · 10 <sup>2</sup>	6 · 10 <sup>-1</sup>

принималась фактическая поверхность Атлантического океана  $z=0$ . Когда оказалось, что глубина  $z_n^*$  нижней поверхности последнего слоя не совпадает с максимальной глубиной океана  $h$ , верхняя поверхность первого слоя была смещена на глубину  $z_0 = (z_n^* - h)S(h)/S(0)$ , и укладка всех слоев была проделана заново (эту процедуру можно повторять до достижения желаемой точности; при интерполяции значений  $S(z)$  можно учитывать сферичность поверхностей слоев). После укладки слоев поверхность океана в наших расчетах опустилась на 6 см.

В результате описанного выше превращения всех боксов в горизонтальные слои мы перевели Атлантический океан изэнтропическим путем в состояние с устойчивой стратификацией (убыванием энтропии с глубиной), горизонтальными изэнтропическими поверхностями и постоянным (гидростатическим) давлением на каждой из них, т. е. к состоянию с минимальной достижимой изэнтропическим путем лабильной энергией. Вычислив для каждого слоя значения  $E$  и  $\Pi$  по формулам (3) (в которых теперь  $p_b$ ,  $p_n$ ,  $z_b$ ,  $z_n$  и  $S=S(z_b)$  суть характеристики слоев), мы получили для Атлантики в целом значение внутренней энергии  $E = 5,286776 \cdot 10^{24}$  дж, совпадающее с приведенным выше с точностью до шести знаков, и новое значение отклонения потенциальной энергии  $\Pi = -4,9905 \cdot 10^{22}$  дж, отличающееся от полученного выше по фактическим данным на  $2,29 \cdot 10^{20}$  дж — это и есть оценка доступной потенциальной энергии Атлантического океана. Поделив ее на объем, получаем для плотности доступной потенциальной энергии океана величину порядка  $7 \cdot 10^2$  дж/м<sup>2</sup>.

Оценки порядков величины плотностей внутренней энергии  $E$  потенциальной энергии  $\Pi$ , доступной потенциальной энергии  $D\Pi$  и кинетической энергии  $K$  в атмосфере и океане приведены в табл. 1. Атмосферные данные взяты по эмпирическим оценкам А. Оорта (<sup>5</sup>, <sup>6</sup>) для северного полушария за 1958—1963 гг., оценки для океана получены по формулам  $E \sim \rho_0 c_p T$ ,  $\Pi \sim 1/2 \rho_0 g h$ ,  $K \sim 1/2 \rho_0 u^2$  при средней температуре океана  $7^\circ \text{C}$ , средней глубине  $h = 4$  км и средней скорости течений  $u = 3,5$  см/сек.

Данные таблицы показывают, что плотности внутренней и потенциальной энергии в океане много больше, чем в атмосфере (очевидно, прежде всего, вследствие гораздо большей плотности массы в океане), плотности доступной потенциальной энергии оказались сравнимыми, а плотности кинетической энергии в океане много меньше, чем в атмосфере. Последнее надо объяснять, вероятно, тем, что движения в океане имеют в основном выпущенный характер — они создаются слабым динамическим воздействием ветра, тогда как при обычной устойчивой стратификации

океана превращения его доступной потенциальной энергии (генерируемой охлаждениями сверху) в кинетическую энергию затруднены.

Все расчеты были проведены на БЭСМ-6. Авторы благодарны Л. А. Ога-  
лесяну за ценную помощь в составлении алгоритма расчетов.

Институт океанологии им. П. П. Ширшова  
Академии наук СССР  
Москва

Поступило  
26 XII 1974

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> E. N. Lorenz, *Tellus*, v. 7, № 2 (1955). <sup>2</sup> J. A. Dutton, A. R. Johnson, *Adv. in Geophys.*, v. 12 (1967). <sup>3</sup> А. С. Монин, *Изв. АН СССР, Физика атм. и океана*, т. 9, № 10 (1973). <sup>4</sup> C. L. Pekeris, *Y. Accad, Phil. Trans. Roy. Soc. London*, v. A265, № 1165 (1969). <sup>5</sup> A. H. Oort, *J. Atm. Sci.*, v. 28, № 3 (1971). <sup>6</sup> A. H. Oort, *J. Geophys. Res.*, v. 79, № 18 (1974).