К. С. Бабич (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)
Науч. рук. В. В. Андреев, к. ф.-м. н., доцент

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ОБОБЩЕНИЕ КОРНЕЛЬСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Основу вычислений энергетической структуры связанных систем составляет процедура получения потенциала взаимодействия частиц.

Построение потенциала взаимодействия осуществляют, как правило, с помощью соответствующей амплитуды T_{fi} упругого рассеяния [1]

$$\hat{V}_{\mathrm{fi}} = -(2\pi)^3\,\delta\left(\mathbf{P}'_f - \mathbf{P}_i\right) T_{\mathrm{fi}}\,. \qquad (1)$$

Наиболее общепринятой методикой нахождения T_{fi} является расчет спинорных структур в терминах матриц Паули и импульсов, используя явный вид биспиноров [1–3]. Такое вычисление, как правило, делают приближенно, применяя разложение по скоростям v/c частиц системы. Далее рассчитывают потенциал $V(\mathbf{r})$ в координатном пространстве, как фурье – преобразование вышеупомянутой амплитуды рассеяния T_{fi}.

В задачах на связанные состояния широко используется корнельский потенциал. Независящая от спиновых переменных часть эффективного потенциала взаимодействия между кварками с конституэнтными массами m_q и m_Q будет включать кулоновскую и запирающую части

$$\hat{V}_{SI}(r) = -\frac{4\alpha_s}{3r} + \sigma r + w\,, \qquad (2)$$

где σ, w – некие параметры, α_s – константа сильной связи.
Такой потенциал позволяет удовлетворить требованию запирания кварков.

Цель данной работы – построить потенциал релятивистской кварк-антикварковой системы в импульсном пространстве.

Описание связанных состояний проводится в рамках пуанкаре-ковариантной модели, основанной на релятивистской гамильтоновой динамике (РГД). Основным требованием РГД является условие сохранение пуанкаре инвариантности как для систем без взаимодействия, так и для взаимодействующих частиц [4,5].

В первом ненулевом порядке теории возмущений основной вклад в амплитуду упругого рассеяния T_{fi} кварка на антикварке

$$\mathrm{q}(k_1,\lambda_{k_1}) + \overline{\mathrm{Q}}(k_2,\lambda_{k_2}) \to \mathrm{q}(p_1,\lambda_{p_1}) + \overline{\mathrm{Q}}(p_2,\lambda_{p_2}),$$

где импульсы частиц и спиновые индексы указаны в скобках,
дает одноглюонный обмен, диаграмма Фейнмана, которого изображена на рисунке 1.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

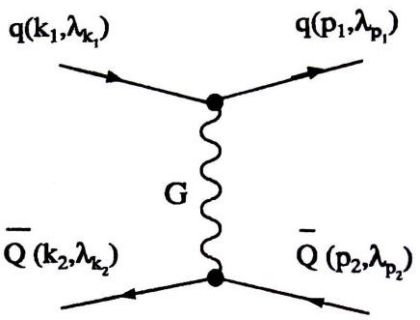

Рисунок 1 – Диаграмма одноглюонного обмена между кварком q и антикварком $\overline{\mathrm{Q}}$

Используя правила Фейнмана, находим, что пертурбативная часть межкваркового потенциала в системе центра инерции дается выражением:

$$V_{pert}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \frac{\pi N_{k,k'}}{(2\pi)^3}\frac{4\alpha_s}{3q^2}\, j^{\mu}_{\lambda_{p1},\lambda_{k1}}(p_1,k_1) D_{\mu\nu}(q)\, j^{\nu}_{\lambda_{p2},\lambda_{k2}}(p_2,k_2), \tag{3}$$

$$j^{\mu}_{\lambda_{p_i},\lambda_{k_i}}(p_i,k_i) = \bar{u}_{\lambda_{p_i}}(p_i)\,\gamma^{\mu}\, u_{\lambda_{k_i}}(k_i) \quad (i=1,2). \tag{4}$$

Импульсы частиц в системе центра инерции имеют следующие компоненты $k_1 = (\omega_{m_q}(k),\mathbf{k})$, $p_1 = (\omega_{m_q}(k'),\mathbf{k}')$, $k_2 = (\omega_{m_Q}(k),-\mathbf{k})$, $p_2 = (\omega_{m_Q}(k'),-\mathbf{k}')$, а q – импульс глюона в с.ц.и.: $q = \{q_0, \mathbf{k}-\mathbf{k}'\}$, $N_{k,k'} = 1\Big/\sqrt{\omega_{m_q}(k)\omega_{m_q}(k')\omega_{m_Q}(k)\omega_{m_Q}(k')}$. Функция $D_{\mu\nu}(q)$ связана с пропагатором глюона

$$D_{\mu\nu}(q) = \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right).$$

Уже на начальном этапе сталкиваемся с необходимостью модификации потенциала $V_{pert}(\mathbf{k},\mathbf{k}')$. Требование сохранения тока (см. [5]) приводит к тому, что

$$q_\mu\, j^{\mu}_{\lambda_{p1},\lambda_{k1}}(p_1,k_1) = q_\mu\, j^{\mu}_{\lambda_{p2},\lambda_{k2}}(p_2,k_2) = 0. \tag{5}$$

Но при этом, как следует из определения (4), выполняются соотношения

$$q_{1,\mu}\, j^{\mu}_{\lambda_{p1},\lambda_{k1}}(p_1,k_1) = 0, \quad q_{2,\mu}\, j^{\mu}_{\lambda_{p2},\lambda_{k2}}(p_2,k_2) = 0$$

$$q_1 = \{\omega_{m_1}(k) - \omega_{m_1}(k'), \mathbf{k}-\mathbf{k}'\}, \quad q_2 = \{\omega_{m_2}(k') - \omega_{m_2}(k), \mathbf{k}-\mathbf{k}'\},$$

а не требование (5).

Выполнить требование калибровочной инвариантности (5) можно с помощью модификации токов $j^{\mu}_{\lambda_{p_{1,2}},\lambda_{k_{1,2}}}(p_{1,2},k_{1,2})$ посредством их переопределения (см., например, [6]):

$$j^{\mu}_{\lambda_{p_i},\lambda_{k_i}}(p_i,k_i) \to j^{\mu}_{\lambda_{p_i},\lambda_{k_i}}(i) = \left(g^{\mu}_{\nu} - \frac{q^\mu q_\nu}{q^2}\right) j^{\nu}_{\lambda_{p_i},\lambda_{k_i}}(p_i,k_i)$$

В итоге, потенциал одноглюонного обмена с учетом условия сохранения токов запишется в виде

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

$$V_{pert}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \frac{\pi N_{k,k'}}{(2\pi)^3} \frac{4\alpha_s}{3q^2} j^{\mu}_{\lambda_{p1},\lambda_{k1}}(1)\, D_{\mu\nu}(q)\, j^{\nu}_{\lambda_{p2},\lambda_{k2}}(2). \qquad (14)$$

Вторая, запирающая часть потенциала, как показано в [3, 7], может быть представлена в виде:

$$V_{conf}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \frac{N_{k,k'}}{4(2\pi)^3}\Big[K_V(q^2)\bar{u}_{\lambda_{p1}}(p_1)\Gamma^{\mu} u_{\lambda_{k1}}(k_1)\bar{v}_{k_2}(k_2)\Gamma_{\mu} v_{p_2}(p_2) + \\ + K_S(q^2)\bar{u}_{\lambda_{p1}}(p_1) u_{\lambda_{k1}}(k_1)\bar{v}_{k_2}(k_2) v_{p_2}(p_2)\Big],$$

где $K_V(q^2) = -\frac{8\pi A_V}{\mathbf{q}^4} + \delta(\mathbf{k}'-\mathbf{k})B_V(k)$, $K_S(q^2) = -\frac{8\pi A_S}{\mathbf{q}^4} + \delta(\mathbf{k}'-\mathbf{k})B_S(k)$.

В дальнейшем построенный потенциал может быть использован для решения задач описания спектра связанных двухчастичных систем в импульсном пространстве и исследования релятивистских эффектов.

Литература

1. Lucha, W. Relativistic treatment of fermion antifermion bound states / W. Lucha, H. Rupprecht, F.F. Schoberl // Phys. Rev. – 1991. – Vol. D44. – P. 242–249.
2. Пилькун, Х. Физика релятивистских частиц / Х. Пилькун. – М.: Мир, 1983.– 542 с.
3. Galkin V.O., Mishurov A. Y., Faustov R. N. // Sov. J. Nucl. Phys. 1992. Vol. 55. P. 1207–1213.
4. Dirac, P. A. M. Forms of Relativistic Dynamics / P. A. M. Dirac // Rev. of Modern Phys. – 1949. – Vol. 21. – P. 392–399.
5. Keister, B. D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B. D. Keister, W. N. Polyzou // Adv. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 20. – P. 225–479.
6. Klink, W. H. Point Form Electrodynamics and the Construction of Current Operators / W. H. Klink // Few Body Syst. – 2003. – Vol. 33. – P. 99–110.
7. Andreev, V.V. The Nystrom method for solving state q–anti-q equations in momentum space with QCD–inspired potential / V. V. Andreev, A.A. Yuchko // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. – 2005. – Vol. 8 – №4. – P. 351–358

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ