

Л. А. ОСТРОВСКИЙ, А. М. СУТИН

ФОКУСИРОВКА АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

(Представлено академиком А. В. Гапоновым-Грезовым 5 VIII 1974)

1. Важный вопрос о дифракционной структуре поля в фокальной области сходящегося акустического пучка с учетом его нелинейных искажений до сих пор почти совершенно не выяснен ввиду сложности совместного учета влияния нелинейных и дифракционных эффектов. Этот вопрос рассматривается здесь с помощью приближенного подхода, основанного на том, что при определенных условиях нелинейность и дифракция скажутся на различных этапах процесса и могут быть учтены раздельно, хотя их результирующее влияние одинаково существенно. Такой подход (применимый также для расчета угловой структуры нелинейного поля в дальней зоне излучателя^(1, 2)) в данном случае позволяет получить хотя и приближенное, но довольно полное описание пространственно-временных характеристик фокусируемого поля.

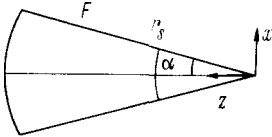


Рис. 1

Рассмотрим акустический пучок со сферическим фронтом, создаваемый гармоническим излучателем с частотой ω , амплитудой давления p_0 и фокусным расстоянием F , сходящийся в конусе с углом раскрытия α (рис. 1). Если длина волны λ достаточно мала, так что размер r_ϕ фокальной области на основной частоте ($r_\phi = \lambda / (1 - \cos \alpha)$) мал по сравнению с F , то при $r_\phi < r < F$ дифракцией можно пренебречь, и распространение происходит так же, как и в симметричной сферической волне.

При большом акустическом числе Рейнольдса нелинейность приводит на этом этапе к пакапливающимся искажениям волны. Такой процесс хорошо изучен (см., например, ⁽³⁾); решение дается квазипростой волной вида

$$\omega \left(t - \frac{F-r}{c} \right) = \arcsin q - \sigma q, \tag{1}$$

где $q = pr / (p_0 F)$, $\sigma = \sigma_0 \ln (F/r)$, $\sigma_0 = 2\pi \epsilon p_0 F / (\rho c^2 \lambda)$, $\epsilon = (\gamma + 1) / 2$, r — расстояние до фокальной точки.

На расстоянии $r_* = F \exp(-1/\sigma_0)$, когда $\sigma = 1$, эволюция волны (1) приводит к образованию разрыва, амплитуда которого при $\sigma > 1$ определяется формулой

$$q_a = \sin \sigma q_a. \tag{2}$$

При $\sigma \geq 3$ отсюда имеем $q_a \approx \pi / (1 + \sigma)$, а форма волны практически пилообразна.

2. На расстоянии $r \ll r_\phi$ формулы (1) и (2), не учитывающие дифракцию, перестают работать независимо от того, успевают ли образоваться разрывы. Вместе с тем при условиях, указываемых ниже, здесь оказывается возможным пренебречь нелинейностью и решать линейную задачу о дифракции искаженной сходящейся волны. Это может показаться пара-

доксальным, поскольку амплитуда поля в фокусе максимальна, однако ввиду малости размеров фокальной области нелинейные искажения не успевают накапливаться. В результате фокальное поле определяется следующим образом. На сфере радиуса $r_s \gg r_\phi$ задается негармоническое поле p_s , определяемое нелинейной эволюцией волны при $r > r_s$ без учета дифракции. Поле при $r < r_s$ находим из линейной дифракционной теории (которая, впрочем, также практически отсутствует для негармонических сходящихся волн). Мы воспользуемся нестационарным интегралом Гирнгофа (4), в котором для простоты будем полагать $\alpha^2 \ll 1$ (практически $\alpha \ll 45^\circ$):

$$p = \frac{1}{2\pi c} \int \frac{1}{r'} \frac{\partial p_s}{\partial t} \Big|_{t-r'/c} ds, \quad (3)$$

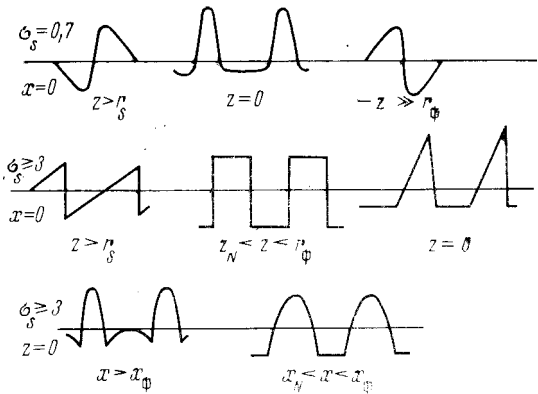


Рис. 2. Изменение давления во времени в различных точках ($z=0$ в фокальной плоскости, $x=0$ на оси системы)

где r' — расстояние от данной точки до элемента ds на сферическом сегменте, занимаемом пучком при $r=r_s$, а p_s — давление при $r=r_s$, задаваемое формулами (1), (2).

В частности, поле на оси пучка имеет вид

$$p(z, t) = \frac{r_s}{z} [p_s(t-z_1/c) - p_s(t-r_1/c)], \quad (4)$$

где z — расстояние вдоль оси от фокальной точки, z_1, r_1 — расстояния соответственно до середины и края пучка на сфере r_s . В точке фокуса ($z=0$) отсюда имеем

$$p_\phi = \frac{r_s \alpha^2}{2} \frac{\partial p_s}{\partial t} \Big|_{t-r_s/c}. \quad (5)$$

3. Пусть сначала $r_\phi > r_s$, тогда поле при $r=r_s$ имеет вид (1) с $\sigma(r_s) = \sigma_s < 1$ и не содержит разрывов. Из (1) и (5) следует, что давление в фокусе имеет вид последовательности импульсов, длительность которых уменьшается, а амплитуда растет с ростом σ_s (рис. 2). Нетрудно определить пиковое значение давления в фокусе p_m , а также, после интегрирования по t , среднюю интенсивность в фокусе $I_\phi = \langle p^2 \rangle / (\rho c)$:

$$p_m = \frac{K_p p_0}{1 - \sigma_s} = K_p' p_0, \quad I_\phi = \frac{2}{\sigma_s^2} \left(\frac{1}{(1 - \sigma_s^2)^{1/2}} - 1 \right) K_p^2 I_0 = K_I' I_0, \quad (6)$$

где $K_p = \pi \alpha^2 F / \lambda$ — коэффициент усиления гармонической волны без учета нелинейности (5), p_0, I_0 — соответствующие значения на излучателе.

Согласно (6), нелинейные искажения приводят к росту коэффициента усиления по давлению K_p' и интенсивности K_I' по сравнению с линейным случаем (рис. 3). Это объясняется тем, что для высших гармоник поля концентрация энергии в фокусе больше, чем для основной частоты.

Распределение интенсивности в фокальной плоскости проще всего определить, используя известные формулы Бесселя — Фурье для фурье-разложения простой волны и суммируя затем достаточное число членов, отвечающих отдельным гармоникам. Результат представлен на рис. 4.

Принятое здесь предположение о малости нелинейных искажений в области фокуса в случае $\sigma_s < 1$ выполняется при условии $\sigma_s < \ln(F/r_s) / [2 + \ln(F/r_s)]$. Это же условие обеспечивает малость влияния некоторого произвола в выборе величины $r_s \gg r_\phi$, от которой слабо (логарифмически) зависит σ_s .

4. Пусть теперь $r_\phi < r_*$, так что в сходящемся пучке образуются разрывы. Тогда поле (1) можно представить в виде суммы двух функций, одна из которых определяется разрывами, а другая зависит от гладкой части поля, по-прежнему описываемой формулой (1), но уже с $\sigma_s > 1$. Поле (3), обусловленное каждым разрывом, сходно по временной структуре с полем

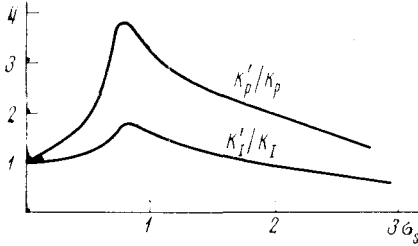


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость коэффициента усиления по давлению K_p' и интенсивности K_I' от параметра нелинейности σ_s ($\ln(F/r_\phi) = 3,7$)

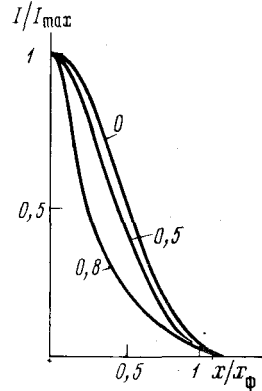


Рис. 4

Рис. 4. Распределение поля в фокальной плоскости. Цифры у кривых — значения σ_s

круглого поршня со ступенчатым изменением скорости (6), хотя зависимость от x и z , конечно, другая. В фокальной плоскости ударная волна дает импульс вида

$$p = \frac{2cq_0 p_0 F}{\pi x^2} \sqrt{\tau t - t^2}, \quad \tau = 2\alpha x/c, \quad 0 \leq t \leq \tau. \quad (7)$$

Для шлообразной волны ($\sigma_s \gg 3$) гладкая часть поля дает постоянное давление $\beta = -q_0 \alpha^2 p_0 F / \lambda$, и поле в фокальной плоскости имеет вид последовательности импульсов (7), находящихся на отрицательном пьедестале β и следующих один за другим с периодом $T = 2\pi/\omega$ (рис. 2). Длительность каждого импульса равна τ , при $\tau < T$ (т. е. $x < x_\phi = \lambda/(2\alpha)$) импульсы разделены, причем как максимальное значение давления, так и средняя интенсивность пропорциональны x^{-1} . Если $\tau > T$, то импульсы перекрываются и за пределами фокальной области форма поля сглаживается. Интенсивность поля нигде не обращается в нуль, но боковые максимумы поля остаются, хотя и уменьшаются.

Внутри лучевого конуса волна сохраняет сферический разрывной фронт; позади него в результате дифракции формируются импульсы, длительность которых растет с удалением от оси. На оси пучка волна с $\sigma_s > \pi/2$ представляет собой последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой $2q_0 p_0 F/z$ и длительностью $\alpha^2 z(2c)$. При $z < r_\phi$ они разделены и при $\sigma_s \gg 3$ находятся на отрицательном пьедестале β (рис. 2).

С приближением к фокальной точке (в любом направлении) амплитуда импульсов неограниченно растет, а длительность стремится к нулю. Эта особенность исчезает при учете конечности длительности ударного фронта, однако в реальных случаях условия пренебрежения нелинейностью оказываются довольно жесткими и реализуются лишь при достаточно высокой частоте ω (для воды более 20 МГц). Поэтому целесообразно дать оценку нелинейных искажений разрывной волны вблизи фокуса. Оценка показывает, что в близкой окрестности фокуса нелинейные эффекты снова преобладают над дифракционными и волна превращается в последовательность импульсов с почти плоским разрывным фронтом (последнее обстоятельство связано с тем, что скорость ударной волны на оси

пучка больше, чем на периферии, ср. (1, 7)). Эта нелинейная область ограничена координатами $z_N = r_\Phi/\eta$, $x_N = 2\lambda/(\alpha\eta)$; параметр η определяется уравнением $\sigma_0 \xi \eta \ln \eta = 2\pi$, где $\xi = 1$ при $\sigma_s \leq \pi/2$ и $\xi = q_a$ при $\sigma_s > \pi/2$ (в реальных случаях $\eta \approx 4-12$). Максимум поля достигается теперь не точно в фокусе, а в точке z_N , лежащей ближе к излучателю. Максимальные значения давления и интенсивности

$$p_m \approx \frac{2K_p p_0}{\sigma_0 \ln \eta}, \quad I_m \approx \frac{6K_p^2 I_0}{\eta \sigma_0^2 \ln^2 \eta}. \quad (8)$$

Оценка (8) оказывается применимой при $\sigma_s > \sigma_k = \ln(F/r_s)/[1 + \ln(F/r_s)]$, т. е. даже при $\sigma_s < 1$, почти до области применимости формул (6). При $\sigma_s \gg 1$ из (2) следует $\xi = q_a \sim 1/\sigma_0$ и η не зависит от p_0 , так что p_m и I_m перестают зависеть от p_0 , как и следовало ожидать.

Результаты соответствующих расчетов для волны с $\sigma_s > \sigma_k$ также показаны на рис. 3. Интересно отметить, что имеется оптимальная интенсивность поля на излучателе I_0 , отвечающая значениям $\sigma_s \approx \sigma_k$ (в данном случае $\sigma_k = 0,7$), при которой усиление в фокусе максимально. Ширина же фокальной области с ростом σ_s уменьшается (рис. 4) до тех пор, пока нелинейные искажения в фокусе снова не приведут к ее расширению до величины порядка x_N .

5. Возможность дополнительного усиления поля за счет совместного действия нелинейности и дифракции может оказаться существенной для мощных акустических концентраторов. Так, для концентратора с $F = 30$ см и $\alpha = 30^\circ$, работающего в воде на частоте 1,5 Мгц, optimum усиления достигается при $\sigma_s \approx 0,7$, т. е. $I_0 \approx 0,1$ вт/см². При этом в фокусе $I_\Phi \approx 8$ квт/см², что в полтора раза больше значения, получающегося без учета нелинейности (но ниже допустимого порога кавитации); для пикового значения p_m это увеличение равно 3,3. Некоторое увеличение интенсивности в фокусе и сужение фокальной области, наблюдаемое в экспериментах с мощными эллиптическими концентраторами в воздухе (8), по-видимому, также объясняется нелинейными эффектами.

Что касается полной мощности, проходящей через фокальную плоскость (а также средней интенсивности в фокальном пятне), то при наличии разрывов она становится меньше излучаемой мощности ввиду диссипации на разрывах. Можно показать, однако, что дифракционные эффекты несколько увеличивают эту мощность по сравнению с оценками, сделанными для сферически сходящейся волны без учета дифракции (3) (что, по-видимому, объясняет расхождение последних с экспериментальными результатами, приведенными в (9)).

В некоторых случаях представляет интерес поведение волны после прохождения фокуса. Не рассматривая этого вопроса подробно, отметим лишь, что в линейном приближении поле вдали от фокуса ($r \gg r_\Phi$) приобретает прежний вид, но с изменением знака давления (рис. 2, случай $\sigma_s = 0,7$), однако на больших расстояниях нелинейные эффекты могут снова накапливаться.

Научно-исследовательский
радиофизический институт
Горький

Поступило
1 VIII 1974

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Л. А. Островский, В. Е. Фридман, Акустич. журн., т. 18, № 4, 584 (1972). ² J. C. Lockwood, T. G. Muir, D. T. Blackstock, J. Acoust. Soc. Am., v. 53, № 4, 1148 (1973).
³ К. А. Наугольный, В кн. Мощные ультразвуковые поля, М., 1966. ⁴ Е. Скучик, Основы акустики, т. 1, М., 1958. ⁵ Л. Д. Розенберг, В кн. Источники мощного ультразвука, М., 1968. ⁶ А. А. Харкевич, Неустановившиеся волновые явления, М.-Л., 1950. ⁷ Е. А. Заболотская, Р. В. Хохлов, Акустич. журн., т. 16, № 1, 49 (1970).
⁸ Ю. А. Борисов, Н. М. Гынкина, Акустич. журн., т. 19, № 3, 616 (1973). ⁹ Д. В. Хаминов, Акустич. журн., т. 3, № 3, 294 (1957).