ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ

УДК 372.851 : 378.147

КОНТРОЛЬ В СИСТЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ: ПРОБЛЕМЫ И ПУТИ ИХ РАЗРЕШЕНИЯ

В. Г. Ермаков

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины,
Беларусь, 246699, г. Гомель, ул. Советская, 104;
e-mail: vgermakov@mail.ru

Анализ проблем контроля в системе математического образования показывает, что многие кризисные явления в этой системе порождены разрывом между реформами образования на основе простейших (усредняющих) моделей и растущей неоднородностью математического знания. Намечены пути построения сингулярной теории контроля, указаны возможности ее использования для повышения качества математического образования.

Ключевые слова: математическое образование, педагогика, контроль, нелинейные модели управления.

1. ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ КРИЗИСНЫХ ЯВЛЕНИЙ В СОВРЕМЕННОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Несмотря на достижения современной математики, нельзя не замечать явное падение уровня математического образования и нарастание кризисных моментов в обучении математике на всех ступенях образования. Очевидно, например, что уровень подготовки по математике выпускников средней школы уже не обеспечивает потребностей вузов. При этом такие объективные причины обострения ситуации, как продолжающийся научно-технический прогресс, который задает всё более высокие и труднодостижимые требования к качеству массового образования, не должны скрывать то обстоятельство, что серьезные источники проблем есть и внутри самого образования.

Установить существование таких источников помогает следующее простое сопоставление. Так, в резолюции одной из конференций канадских исследователей в области методики преподавания математики отмечено, что “в общей массе учителя остаются инертными, растерявшись перед размахом проблем, с которыми встречаются в повседневной практике” [1]. Вместе с тем учителя решают возникшие образовательные проблемы не в одиночку. Сдвинуть ситуацию с мертвой точки пытаются и педагоги-новаторы, и теоретики образования, и политическое руководство большинства государств мира. Эти усилия велики настолько, что придали реформированию систем образования перманентный характер. Эксперт ЮНЕСКО Роберт Коун (Англия) назвал происходящее “ролинг-процессом, то есть катящейся, движущейся, развертывающейся, возрастающей реформой” [2, с. 15]. Сам этот поток инициатив и реформ должен был поддержать творческую активность учителей и дать им более действенные ориентиры в осуществлении педагогической деятельности, и если растерянность учителей математики перед размахом проблем все-таки сохраняется, то это означает, что специфика обучения математике в проводимых преобразованиях учитывается слабо. Убедиться в этом можно и непосредственно.

Наиболее показательным в этом отношении является вопрос о контроле. С одной стороны, изменения в системе контроля в последнее время были весьма значительными. Например, в Республике Беларусь введены десятибалльная система оценивания учебных достижений учащихся и централизованное тестирование уровня подготовки выпускников средней школы, в Российской Федерации и ряде стран СНГ введен единый государственный экзамен. С другой стороны, некоторые методологические проблемы контроля, особенно чувствительные для математического образования, пока не решены. Одну из них порождает особая роль доказательств в математике и математическом образовании. По этой позиции оценивание знаний учащегося должно быть максимально строгим, но это естественное требование вступает в противоречие с обязательностью среднего образования и массовым характером высшего образования. Для того чтобы обойти эту проблему, учителя очень часто снижают требования к обоснованности выводов, а тогда доказательства теряют важнейшую функцию — способствовать глубокому упорядочению и сжатию значительных объемов информации.

Второй пример касается использования в школьном образовании так называемых нестандартных задач, которые являются сильным средством активизации процесса обучения математике. Однако если такую задачу решит слабоуспевающий ученик или, напротив, не решит хорошо успевающий, то прямое отражение данного результата в журнале приведет к скачкообразному изменению среднего балла этого ученика и к отрыву этого показателя от уровня подготовки, а также от предполагаемых результатов возможной внешней проверки его знаний. Из-за таких проблем методологического характера нестандартные задачи используются в практике школьного образования в гораздо меньшем объеме, чем они того заслуживают. При этом введение централизованного тестирования и единого государственного экзамена еще больше усилило эти диспропорции.

Еще одна нерешенная проблема контроля заключается в том, что обычное накопление текущих отметок и их перевод в итоговую отметку путем простого усреднения плохо согласуются с крайне неравномерным процессом усвоения учащимися различных математических понятий. Ввиду того, что эта нестабильность порождается природой самих математических понятий и глубоко укоренившейся традицией их использования, устранить её практически невозможно, поэтому измениться должна именно система контроля. Самую общую причину такого положения дел косвенно указал Г. Вейль, по мнению которого “математическая мысль, высвобождая идею из оболочки реального мира и придавая ей самостоятельную жизнь, отказывается тем самым от проникновения в тайны природы. Но в награду за это математика меньше физики связана с течением процессов в реальном мире" [3, с. 153]. Очевидно, данное "высвобождение идеи из оболочки реального мира" сужает круг её потенциальных носителей, затрудняет самостоятельное усвоение этой идеи и не позволяет педагогам рассчитывать на эффективность простейшего метода обучения — "путем проб и ошибок", которое предполагает, что начальная база для таких проб в опыте учащегося уже есть. Поэтому помощь педагога учащемуся в формировании адекватных представлений об этих идеях должна быть индивидуализированной, активной, целенаправленной и тонкой. Высокая сложность этой задачи создает особую точку и в деятельности педагога, так как одновременно с повышением роли педагога способствует выработке у него желания по возможности вообще уйти от решения этой задачи. И такая возможность в обучении математике действительно существует, причем результаты её реализации на практике видны и неспециалисту.

Показательно свидетельство И. Канта о положении целых чисел в культуре общества в современный ему период. "Понятие отрицательных величин, — писал И. Кант, — с давних пор применяется в математике и всегда имело здесь чрезвычайно большое значение. Между тем, представление, которое создалось о нем у большинства исследователей, как и толкование, которое они ему давали, странны и противоречивы. Правда, это не привело к какой-либо неправильности его применения, так как особые правила заменяли собой определение и обеспечивали пользование им, а то, что в суждении о природе этого абстрактного понятия было ложным, оставалось втуне и не имело никаких последствий" [4, с. 84]. Упомянутая здесь защита от неправильного применения понятия как раз и оставляет педагогам "лазейку" для того, чтобы в массовом порядке уходить от решения трудной задачи формирования адекватного представления о понятии.

Но тогда сама по себе оценка качества усвоения этого понятия учащимся, вообще говоря, теряет смысл, так как она характеризует не столько уровень подготовки учащегося, сколько профессиональную позицию педагога и качество выстроенной им пропедевтической программы.

В указанных нестыковках между общепринятыми формами и методами обучения и особым строением математического знания заключена серьезная угроза эффективности математического образования, но эти особенности присущи математике на протяжении многих столетий и система образования к ним как-то приспособилась. Дело, однако, в том, что стремительные изменения в математике и в системе образования, которые слабо согласованы друг с другом, нарушают это неустойчивое равновесие.

Убедиться в том, что ситуация действительно приблизилась к опасной черте, помогает появление в современной математике большого числа понятий нового типа. Они, по выражению П. С. Александрова, "являются такими математическими абстракциями, которые не налагаются на объективную действительность, а суть лишь абстракции от абстракций, так сказать абстракции второй ступени" [5, с. 63]. Примером может служить понятие метрики на произвольном множестве, которое было введено М. Фреше в начале XX столетия. Косвенную оценку нетривиальности этого и других понятий, введенных М. Фреше, дал Ж. Адамар, который говорил, что “отвага, проявленная Фреше при создании функционального анализа, взлет его абстрагирующей мысли при этом были беспрецедентными со времени работ Э. Галуа” [6, с. 205]. Не менее показателен и характер перемен в изложении симплектической геометрии, которая явилась итогом длительного развития механики, вариационного исчисления и т. д. По словам В. И. Арнольда, “в прошлом веке эту область геометрии называли аналитической динамикой, и Лагранж гордился, что изгнал из нее чертежи. Чтобы проникнуть в симплектическую геометрию, минуя длинный исторический путь, проще всего воспользоваться аксиоматическим методом, имеющим, как заметил Б. Рассел, много преимуществ, подобных преимуществам воровства перед честным трудом. Сущность этого метода состоит в том, чтобы превращать теоремы в определения” [7, с. 70].

Такое отсечение всё более длинных исторических путей развития теорий чревато кардинальным ухудшением ситуации с обучением математике. Если до недавнего времени главная ориентировка начинающим изучать математику явно или неявно сводилась к известному высказыванию Евклида о том, что “в геометрию нет царского пути”, то теперь, пожалуй, её придется заменить более грозным предупреждением: “В данную теорию дороги нет”. При строгом применении аксиоматического метода изложение обычно начинается с немотивированного определения, и, как отметил В. И. Арнольд, “психологические трудности, к которым это приводит читателя, почти непреодолимы для нормального человека” [8]. Поэтому педагогам приходится вводить локальные обращения аксиоматических теорий, начинать учебники и монографии специальными главами предварительных сведений и даже готовить для начинающих специальные серии книг. Р. Ганнинг и Х. Росси в предисловии к американскому изданию книги А. Уоллеса «Дифференциальная топология» выразили необходимость в таких изданиях очень образно: “Эта книга, как и вся серия, предназначена для начинающих, которые оказываются перед Джомолунгмой математических результатов, причем многое из этого материала разбросано повсюду в исследовательских журналах и зачастую связано организационно лишь в памяти или в неопубликованных записях работающих математиков” [9]. Несмотря на предпринимаемые меры, гигантский объем информации, сосредоточенной в отдельных математических теориях и прежде всего в их начальных понятиях, заставляет авторов раз за разом повторять известные слова П. Халмоша: “Начинающий не должен смущаться, если у него не хватает предварительных знаний даже для чтения предварительных сведений”.

Напряженность этой ситуации легко продемонстрировать простым примером, который для прояснения вопроса порой дает больше, чем долгие теоретические споры. Вот что написано в “Лекциях. . . ” В. Клингенберга на первой же странице после предисловия: “*Гильбертово многообразие* M — это топологическое пространство (все топологические пространства в этой книге хаусдорфовы) со счетной базой, снабженное дифференцируемым атласом, образы карт которого лежат в фиксированном сепарабельном гильбертовом пространстве M" [10].

Таким образом, можно констатировать, что неоднородность математического знания, особенно если её оценивать по проекции "предметного тела" математики в область образования, продолжает расти. Принципиально важно отметить, что в этом "теле" появились сингулярности, которые создают значительные трудности учащимся и педагогам и становятся точками ветвления индивидуальных образовательных траекторий, причем вероятность схода этой траектории в разрушительный режим очень велика.

В последнее время психологи стали часто упоминать проблему интеллектуальной пассивности учащихся, а медики заговорили об опасном снижении порога жизнеустойчивости, выносливости, резервов и защитных сил жизни, утверждая при этом, что дидактогенные причины этого снижения являются основными [11]. Каким бы большим ни был вклад в эту ситуацию других факторов, ясно, что растущая неоднородность математического знания и всего информационного пространства культуры имеет к этому самое непосредственное отношение.

Что же в связи с этими глубокими качественными переменами в культурном пространстве происходит в педагогике? Если говорить о педагогике высшей школы, то изменения здесь в значительной мере наведены мощным влиянием внешних факторов, обобщенным выражением которых является вступление передовых стран в эпоху постиндустриального развития. Открывшаяся возможность экономического доминирования за счет организации производства и инноваций, сокращение временно́го интервала между научным открытием и его промышленным массовым использованием привели к быстрому становлению во всем мире инновационного образования. Вслед за этими изменениями концепция инновационного образования сейчас активно разрабатывается и в педагогике. Однако анализ этих работ показал [12], что они касаются преимущественно организационных вопросов образования, о модернизации методов обучения в связи с трансформациями информационного пространства речь в них пока не идет.

Важные события в исследовании фундаментальных проблем современного образования происходили при построении системы развивающего обучения Д. Б. Элькониным и В. В. Давыдовым [13]. Этим исследованиям присущи комплексная разработка психолого-педагогических аспектов обучения и тщательный учет особенностей строения учебного материала. Нацеленность этой системы на достижение высоких рубежей образования отражена в её основополагающих принципах: "ребенок — субъект учения", "развитие теоретического мышления должно иметь приоритетное значение" и других. Программа обучения математике в этой системе была разработана на основе глубокой ревизии прежних подходов [14]. Анализ этой программы проведен в монографии [15], здесь ограничимся её косвенной оценкой. Так как В. В. Давыдов при обосновании концепции своей программы ссылался на позицию А. Н. Колмогорова, изложенную в предисловии к книге А. Лебега «Об измерении величин», обратимся к первоисточнику. "У математиков, — пишет А. Н. Колмогоров, — существует склонность, уже владея законченной математической теорией, стыдиться её происхождения. По сравнению с кристаллической ясностью развития теории, начиная с уже готовых её основных понятий и положений, кажется грязным и неприятным занятием копаться в происхождении этих основных понятий и допущений. Всё здание школьной алгебры и весь математический анализ могут быть воздвигнуты на понятии действительного числа без всякого упоминания об измерении конкретных величин (длин, площадей, промежутков времени и т. д.). Поэтому на разных ступенях обучения с разной степенью смелости неизменно проявляется одна и та же тенденция: возможно скорее разделаться с введением чисел и дальше уже говорить только о числах и соотношениях между ними. Против этой тенденции и протестует Лебег" [16, с. 10]. Против этого же направлена и программа В. В. Давыдова, что для современного образования особенно актуально.

Но почему тогда эта программа не получила максимально широкого распространения, в том числе на других ступенях образования? Часть ответа на этот вопрос содержится в следующей реплике В. В. Давыдова: "Прихожу к выводу, что московские поурочные разработки работают только в руках тех учителей, которые вместе с учениками и учеными их разрабатывали. Печатать нам следовало не их, а принципы их разработки" [17, с. 158]. Упоминание "поурочных разработок" является знаковым, так как показывает, что, несмотря на явно выраженное стремление авторов уйти от традиционного образования со всеми его недостатками, в главном прежнюю основу образования они не изменили. При использовании традиционного равномерного распределения учебного материала вдоль зафиксированной во времени учебной траектории следующие необходимые шаги в разработке теории развивающего обучения сделать было трудно. Эффективность системы законсервировалась, а глубокие трансформации информационного пространства культуры потребовали дополнительно учесть, что понятие числа — не единственная сингулярность в математике, что для построения избыточной пропедевтики каждого такого понятия не будет хватать времени, что из-за постоянно угнетающего давления внешних факторов ребенка нельзя сделать субъектом учения один раз и надолго.

При этом было бы ошибкой думать, что педагоги-математики не подозревали об этих проблемах или недооценивали их. У нынешнего кризиса математического образования, его истоков и сценария развертывания есть хорошо известные прецеденты. Так, характеризуя причины заката древнегреческой математики, Г. Фройденталь в книге «Математика как педагогическая задача» писал: "До тех пор, пока наряду с официальной евклидово-архимедовой математикой преподавались также эвристические методы алгебры и бесконечно малых, молодые люди могли осваиваться со смирительной рубашкой официальной науки. Но как только эти традиции были сломлены, всё погибло". Погибло, заметим, надолго. По словам С. Г. Гиндикина, "на тысячу лет были забыты, а частично безвозвратно утрачены, труды великих греческих геометров" [18, с. 13]. В повторном распространении математики в Европе большую роль сыграли купцы, благодаря которым европейцы из арабских текстов узнавали не только о математике Востока, но и об античной математике. Особый вклад в передачу достижений арабской математики на Запад внес Леонардо Пизанский (Фибоначчи). Как отмечает С. Г. Гиндикин, "три века европейские математики оставались учениками, хотя у того же Фибоначчи были, безусловно, интересные наблюдения. Лишь в XVI веке в Европе появились математические результаты принципиального значения, которых не знали ни античные, ни восточные математики. Речь идет о решении уравнений 3-й и 4-й степеней" [18, с. 13]. Характерно, что появление этого яркого результата оказалось тесно связанным с мощным всплеском личностной активности, который произошел во время знаменитого турнира между Фиоре и Тарталья. Этот трудно доставшийся опыт математики оберегали очень тщательно. Известный педагог-математик и теоретик педагогики А. Дистервег сформулировал главный оберег математического образования так: "Самодеятельность учащегося есть и условие, и результат образования" [19]. А. А. Столяр в своей книге "Педагогика математики" выразил его в предельно ясной и недвусмысленной форме: "Педагогика математики не может строить обучение так, чтобы у ученика осталась свобода выбора между активной мыслительной деятельностью и простым заучиванием. Она должна строить обучение математике как активное обучение, основой которого служат активная мыслительная деятельность всех учащихся" [20, с. 71].

Несмотря на абсолютную четкость и однозначность этих формулировок, в них, тем не менее, не содержится упоминания о том, что в меняющихся условиях поддерживать самодеятельность учащегося будет все труднее и труднее, что реализация этого принципа сама может стать проблемой, в которой сосредоточится всё напряжение математического образования и образования в целом. Стремительно растущая неоднородность информационного пространства культуры — всё более значимый и всё более заметный фактор отчуждения человека от им же созданной культуры, но даже в работе А. А. Грицанова и В. И. Овчаренко [21], в которой проведена обстоятельная систематизация разных направлений исследования проблемы отчуждения, этот фактор не рассматривается. Исходя из этого, можно сделать вывод о том, что одной из причин снижения эффективности математического образования является запаздывание в реагировании на коренные изменения условий образования. Педагогическая теория продолжает базироваться на простейших (равномерных, усредняющих) моделях учебно-воспитательного процесса и этим блокирует выработку адекватного ответа на новые специфические вызовы современности. Поэтому можно утверждать, что у нынешнего кризиса образования есть весомая педагогическая составляющая. Её суть хорошо выражает известный афоризм Козьмы Пруткова: “Многие вещи нам не понятны не потому, что наши понятия слабы; но потому, что сии вещи не входят в круг наших понятий!”.

Этот недостаток теории легко исправить, тем более что рассматриваемые трансформации культурного пространства, высвечивая слабые места теории, одновременно указывают и направление, в котором её нужно дорабатывать.

2. МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ ОСНОВА ПОСТРОЕНИЯ И ПРИМЕНЕНИЯ СИНГУЛЯРНОЙ ТЕОРИИ КОНТРОЛЯ

В современных условиях решение многих проблем значительно упрощается благодаря тому, что для его отыскания, как правило, остается узкий коридор возможностей. Удивительно, но очень часто он указывает и путь к новым резервам.

Выше было показано, что противодействие фундаментальным угрозам самодеятельности учащихся становится центральной проблемой образования. До недавнего времени основной способ противодействия этим угрозам состоял в педагогическом обустройстве окрестностей той или иной сингулярности в строении математического знания, что и приводило к сглаженной учебной траектории, но теперь этого уже недостаточно. Существующую плотность сжатия учебного материала наглядно иллюстрирует тот факт, что студенты-математики всего за 2 учебных часа знакомятся с теоремой о биквадратичном вычете, на доказательство которой К. Гаусс потратил 7 лет. Ясно, что полноценное “распредмечивание” этого результата путем самостоятельных поисков студентов за допустимый по величине отрезок времени неосуществимо. Но в современной математике есть и такие грандиозные теоремы, как теорема Атьи – Зингера об индексе или теорема о классификации простых конечных групп, сжатие которых до уровня учебного курса привело бы к несопоставимо большей плотности упаковки. Еще отчетливее растущую “нечеловекоразмерность” математики обнажило применение компьютера для доказательства теорем, из-за которого, как отмечают В. А. Еровенко и Н. В. Михайлова [22], возникла проблема “синдрома Саймона”. Подразумевается притча о марсианском математике Саймоне, который, получив принципиально важные результаты традиционными методами, со временем перестал представлять доказательства, утверждая: “Доказательство слишком длинное, чтобы его приводить, но я его осуществил”. Отсюда следует, что рассматриваемые нами источники угнетения поисковой активности учащегося “физически” устранить уже не удастся.

Это означает, что если раньше основная помощь учащемуся оказывалась до начала его обучения — путем заблаговременного “сглаживания” материала, то теперь системе образования не остается ничего иного, кроме как усиливать поддержку учащегося непосредственно в учебном процессе. Попытки решить эту задачу предпринимались на протяжении всей истории образования и педагогики, поэтому можно ожидать, что легкодоступные резервы исчерпаны. Уже открыт, но пока мало используется еще один пласт резервов — более тонкое согласование педагогических воздействий на учащегося с состоянием и динамикой его зоны ближайшего развития (понятие ЗБР ввел Л. С. Выготский [23, с. 383]). Препятствует использованию этих резервов в массовом образовании тот факт, что топология субъекта очень сложна и нестабильна [24]. Как ни парадоксально, остроту этого противоречия помогает ослабить именно появление в учебном материале особых (сингулярных) точек. Порождаемый этим обстоятельством выход учебного процесса на пределы или даже за пределы наличных возможностей учащегося облегчает текущую оценку учебной ситуации и позволяет воздействовать на процесс обучения резонансным образом. Помогая учащемуся преодолевать трудное для него препятствие посредством некоторой пропедевтической программы, легко понять, когда эта программа по отношению к данной конкретной группе учащихся начинает достигать поставленных целей, тогда её применение можно прекратить досрочно, сэкономив время и силы. Столь же легко увидеть, когда для оказания необходимой помощи учащимся объем этой программы нужно нарастить. Вопрос об эффективности такого плана действий остается открытым, но даже самый первый и во многом вынужденный шаг в этом направлении влечет за собой коренные изменения в методологическом фундаменте образования. Так как традиционные модели образовательных процессов будут дополнены режимами переключений, они заведомо станут нелинейными. Переход на нелинейные модели сам по себе открывает новые возможности для разрешения системно-структурных противоречий, накопившихся в сфере образования, поскольку позволяет развести конфликтующие элементы системы во времени, а это, в свою очередь, делает возможным их совместное, комплексное использование. Кроме того, расширение класса используемых учебных траекторий расширяет простор для выбора оптимальной траектории и в целом позволяет вернуться к главному педагогическому принципу — принципу единства обучения, воспитания и развития.

Следует заметить, что образовательные технологии, построенные на основе равномерных моделей управления, не предполагают возможности существенных кризисных обострений учебного процесса, поэтому функция педагога сводилась в основном к их пассивному сопровождению. Теперь же — и в силу крайне острой объективной необходимости, и по характеру единственно возможного направления перестройки моделей управления образовательным процессом — разрешение кризисных ситуаций станет главной частью работы педагога. Не вдаваясь в детали, можно сказать, что и тут речь идет о фундаментальном переходе — переходе от идеала абсолютной устойчивости к динамическому типу устойчивости. Не менее важным является и то обстоятельство, что необходимость контролировать точность и своевременность переключения режимов управления стимулирует формирование и развитие профессионального творчества педагога. Само собой разумеется, что усиление творческой активности педагога — важнейший ресурс необходимой модернизации образования.

В этом потоке наведенных извне перестроек коренные изменения могут и должны произойти и в системе контроля. Их главное направление угадывается легко: контроль нужно переориентировать с регистрации всё менее привлекательных результатов обучения на сам процесс обучения или даже на обеспечение условий эффективности этого процесса. Такой выбор целей делает задачу построения системы контроля намного более сложной, но зато у корректно поставленной задачи решение существует — в отличие от прежних узких и, как следствие, некорректных постановок вопроса о контроле. Существование решения данной задачи именно при расширении функций контроля подтверждает следующий пример.

Характерно, что построение системы контроля во взаимосвязи с решением проблемы устойчивости учебного процесса и сопутствующего решения многих других задач обучения и воспитания уже давно происходит там, где изначально ставятся высокие цели обучения. Детальное описание такой системы, подтвердившей свою жизнеспособность и эффективность на протяжении многих лет, дано в книге Л. Д. Кудрявцева “Мысли о современной математике и её преподавании” [25]. Проблеме проведения экзаменов в ней посвящен целый раздел, в котором проанализирован широкий круг методических, этических и нравственных аспектов проблемы [26].

Широкий охват различных аспектов контроля представляется закономерным потому, что в этом вопросе с нарастающим напряжением пересекаются интересы и возможности личности, общества, государства и самой системы образования. Но эта система контроля ценна не только совокупностью разнообразных деталей, каждая из которых важна и сама по себе, и в соединении с другими. Л. Д. Кудрявцев особо подчеркивает целостный характер этой системы. Эта целостность позволяет соединить её начальную и конечную точки и сформулировать следующий общий вывод методологического плана: в ответ на появление ресурсных ограничений, таких, например, как недостаточная мотивация студентов технического вуза к изучению математики, наилучшим способом разрешения возникающих проблем оказывается управление учебным процессом на основе его многофакторной оптимизации и нелинейных моделей. На фоне сказанного выше очевидно, что точно так же можно и нужно действовать и в других проблемных точках обширного образовательного пространства.

Суть этого резерва в том, что, уделяя большее внимание психолого-педагогическим аспектам контроля, можно усилить его формирующую функцию и повысить устойчивость учебного процесса, на этой основе учащихся легче привести к более высоким итоговым результатам обучения. Эффекты такого рода можно получить и от локальных изменений в формах и методах контроля, причем позитивную роль в их проектировании играют именно кризисные обострения учебной ситуации, помогающие определить направление необходимых изменений.

Рассмотрим конкретный пример такой инновации. Она понадобилась из-за особенности учебного плана специальности 2204 "Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем", которая в течение нескольких лет была открыта на математическом факультете Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. Установка на хорошую математическую подготовку будущих специалистов при небольшом объеме часов, отводимых этим планом на изучение математики, придала учебному процессу высокую напряженность. В пятом семестре студенты должны были с опорой на 6 лекций и 12 лабораторных занятий усвоить теорию функций комплексного переменного (ТФКП), в то время как в рамках специальности "Математика" на этот курс отводится 35 лекций. В этой ситуации ставка была сделана на самодеятельность студентов, сформированную на высоком уровне в первых семестрах. Основная теоретическая часть курса была отдана им для самостоятельного изучения. Лекции были направлены на объяснение структурных особенностей дисциплины, обсуждение узловых моментов и некоторых ключевых мест. Существенно была изменена и система контроля. Незадолго до экзаменационной сессии студентам было предложено сформировать для экзамена свои индивидуальные программы, куда в дополнение к небольшому числу вопросов, названных преподавателем, можно было включать всё, что удалось усвоить по учебникам самостоятельно, но при условии, что качество усвоения будет высоким. Контроль со стороны преподавателя сводился к выборочной проверке качества усвоения материала, включенного в индивидуальную программу, оценка выставлялась за объем этой программы. Такими условиями был задан максимальный контраст на границе между тем, что студентами уже усвоено, и тем, что еще не усвоено.

Цель этих нововведений состояла в том, чтобы, с одной стороны, свободной границей застраховать студентов от непосильных для них перегрузок, а с другой стороны, создать плацдарм для последующего более полного усвоения этого курса, быть может, уже после окончания вуза. Результаты такой организации итогового контроля превзошли все ожидания. Студенты оказались не только потенциально готовыми к будущему полноценному усвоению этого курса, но и реально усвоили его к экзамену. Так, 15 студентов из 27 предъявили и подтвердили программы, которые были сравнимы или превосходили программу по ТФКП, которую усваивают на базе 35 лекций студенты специальности "Математика". К тому же эти программы состояли из вопросов, усвоенных на "отлично". Эти же студенты решали не менее сложные задачи, чем их однокурсники, обучающиеся на основной математической специальности.

В данном локальном эксперименте неожиданно проявилась роль топологии границы между усвоенным и неусвоенным материалом, но понять причины этого несложно. Само создание и пошаговое расширение зоны хорошо усвоенного материала давало импульсы формированию у студентов положительной Я-концепции и рефлексивной культуры, необходимых как для перестройки учебной деятельности, так и для укрепления мотивации к продолжению этих усилий. Постоянные усилия студентов на "доводку" изученных фактов для их включения в свою программу требовали уточнения внутренних связей, а они создавали условия для переноса накапливаемого опыта в изучении материала на новые разделы теории. Поэтому данный случай впечатляющего ускорения учебного процесса можно объяснять исходя из общего положения теории сложности о том, что "этапы сверхбыстрого развития процесса" порождаются наличием положительной обратной связи. В значительной мере случайное задание условий проведения экзамена и привело к возникновению такой обратной связи: каждый шаг в заданном направлении еще больше укреплял основу для следующих шагов.

Возникновение заметных эффектов самоорганизации от слабых резонансных воздействий позволяет рассчитывать на то, что построение сингулярной теории контроля, которая учитывала бы фазы явно выраженной нестабильности учебного процесса, порождаемые главным образом растущей неоднородностью математического знания, не только неизбежно в силу объективных причин, но и приведет к открытию и использованию новых значительных резервов. Повторяя общую направленность позитивных этапов развития математического образования, эта теория будет в еще большей степени нацелена на укрепление и развитие самостоятельности учащегося, которая станет не только целью и средством образования, но и главным ресурсом повышения его качества. Тесная привязка к конкретной кризисной ситуации и предполагаемое творческое её разрешение означает, что для применения этой теории не нужно дожидаться её полной разработки. Силовое поле, порождаемое в учебном процессе понятием высокого уровня абстракции, поможет педагогу сориентироваться в сути кризисной ситуации, а для выбора необходимых педагогических средств ориентиром может послужить, например, работа А. Н. Колмогорова, И. Г. Петровского и Н. С. Пискунова "Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества..." [27]. В ней установлено, что любое начальное возмущение в виде перепада стремится к стационарному решению типа бегущей волны. Перепад на границе области того, что учащийся уже усвоил, обеспечить несложно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математика и общество // Математика в школе. 1999. №1. С. 71.
2. Национальный доклад: Основные направления реформирования общеобразовательной школы Беларуси // Материалы Национального совещания (2–4 марта 1995 г., г. Минск). С. 3–31.
3. Вейль Г. Теория групп и квантовая механика. — М.: Наука, 1986. 496 с.
4. Кант И. Сочинения в шести томах. Т. 2. — М.: Мысль, 1964. 511 с.

5. Медведев Ф. А. Развитие теории множеств в XIX веке. — М.: Наука, 1965. 232 с.
6. Медведев Ф. А. Французская школа теории функций и множеств на рубеже XIX–XX вв. — М.: Наука, 1976. 232 с.
7. Арнольд В. И. Теория катастроф. 3-е изд., доп. — М.: Наука, 1990. 128 с.
8. Арнольд В. И. Математика с человеческим лицом // Природа. 1988. № 3. С. 117–119.
9. Wallace A. Differential topology. First steps. — New York – Amsterdam, 1968.
10. Клингенберг В. Лекции о замкнутых геодезических. — М.: Мир, 1982. 416 с.
11. Базарный В. Главная опасность для цивилизации. Здоровых людей — единицы. . . // Народное образование. 1998. № 9–10. С. 157–165.
12. Ермаков В. Г., Нечаев Н. Н. Инновационное образование как объект теории // Вестник МГЛУ. Сер. "Педагогическая антропология", вып. 539. — М., 2008. С. 96–113.
13. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения. — М.: ИНТОР, 1996. 544 с.
14. Давыдов В. В. Психологическая теория учебной деятельности и методов начального обучения, основанных на содержательном обобщении: Теоретическое обоснование к методическим рекомендациям к экспериментальному курсу русского языка и математики для начальных классов / Под ред. В. В. Давыдова, В. В. Репкина. — Томск: Пеленг, 1992. 114 с.
15. Ермаков В. Г. Развивающее образование и функции текущего контроля. В 3-х ч. Ч. 2. Методологические аспекты развивающего образования. — Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2000. 318 с.
16. Лебег А. Об измерении величин. — М.: Учпедгиз, 1960. 204 с.
17. Гуленко В. В., Тыщенко В. П. Юнг в школе. Соционика — межвозрастной педагогике. — М.: Совершенство, 1997. 270 с.
18. Гиндикин С. Г. Рассказы о физиках и математиках. 3-е изд., расширенное. — М.: МЦНМО, 2001. 448 с.
19. Дистервег А. Руководство к образованию немецких учителей // Дистервег А. Избранные педагогические сочинения. — М.: Госучпедгиз, 1956. 211 с.
20. Столяр А. А. Педагогика математики. Курс лекций. — Минск: Вышэйшая школа, 1969. 368 с.
21. Грицанов А. А., Овчаренко В. И. Человек и отчуждение. — Минск: Вышэйшая школа, 1991. 128 с.
22. Еровенко В., Михайлова Н. Феномен математического знания в постмодернистской философии образования // Alma mater (Вестник высшей школы). 2001. № 2. С. 26–33.
23. Выготский Л. С. Педагогическая психология. — М.: Педагогика, 1991. 480 с.
24. Тхостов А. Ш. Топология субъекта (опыт феноменологического исследования) // Вестник Московского университета. Сер. 14. Психология. 1994. № 2. С. 3–13.
25. Кудрявцев Л. Д. Избранные труды. Т. 3. Мысли о современной математике и её преподавании. — М.: Физматгиз, 2008. 434 с.
26. Кудрявцев Л. Д. Об экзаменах // Математика в высшем образовании. 2003. № 1. С. 145–156.
27. Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н. С. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества, и его применение к одной биологической проблеме // Бюллетень МГУ. Математика и механика. 1937. Т. 1. С. 1–26.

THE CONTROL IN THE SYSTEM OF MATHEMATICAL EDUCATION: PROBLEMS AND WAYS OF THEIR RESOLUTION

V. G. Ermakov

An analysis of control problems shows that many crisis phenomena in the system of mathematical education are generated by the break between growing heterogeneity of the mathematical knowledge and educational reforms based on elementary (averaging) models. The ways of constructing a singular control theory are outlined and possibilities of its usage for improving the quality of the mathematical education are indicated.

Keywords: mathematical education, pedagogics, the control, nonlinear models of management.