

## ИНФОРМАТИКА

УДК 681.3.06:624.131

### Приближённый аналитический метод определения осадки винтовой сваи в нелинейно-деформируемом грунтовом основании с учётом его уплотнения

В.Е. БЫХОВЦЕВ, Д.В. ПРОКОПЕНКО

В работе предлагается оригинальный приближенный аналитический метод определения осадки винтовой сваи в нелинейно-деформируемом грунтовом основании при учёте уплотнения, полученного вследствие завинчивания сваи.

**Ключевые слова:** приближенный аналитический метод, винтовая свая, грунтовое основание, модуль деформации, несущая способность.

In this work we present the original analytical method of defining the screw pile settling in the non-linear deformed soil base taking into account the consolidation received owing to screwing up the pile.

**Keywords:** approached analytical method, screw pile, soil base, deformation module, bearing ability.

#### *Физические предпосылки исследуемой системы*

Геометрические и физико-механические характеристики и законы деформирования элементов структуры грунтовых оснований фундаментов могут быть самые разнообразные. При определённых исходных условиях экономически целесообразным может оказаться фундамент на основе винтовых свай. Вследствие завинчивания сваи будет происходить уплотнение грунта в некоторой области вокруг ствола сваи с постепенным убыванием до его начального естественного состояния. В целом винтовая свая с уплотнённой областью грунтового основания образуют сложную по структуре и свойствам неоднородную и нелинейную физическую систему, физико-механические характеристики которой будут отличаться от их исходных значений. Исследование этой системы наиболее эффективно может быть выполнено математическими методами с позиций системного подхода.

#### *Математическая модель системы «Грунтовое основание – винтовая свая»*

Математическую модель системы оснований и фундаментов построим на основе принципа минимума полной энергии системы. Исходя из сведений о размерах области существования системы, математическую модель исходной задачи можно представить следующим образом:

##### 1. Механико-математическая модель элементов системы

- при линейно-упругом деформировании:  $\sigma_i = E \varepsilon_i$ ,
- при нелинейно-упругом деформировании:  $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ , в частности,

$$\sigma_i = A \varepsilon_i^m, A > 0, 0 < m < 1, \quad (1)$$

где  $\sigma_i$ ,  $\varepsilon_i$  – интенсивности напряжений и деформаций;

$E$  – модуль деформации;

$A$ ,  $m$  – параметры закона нелинейного деформирования.

2. Механико-математическая модель модуля деформации уплотнённого грунта в области выше лопасти винтовой сваи:

$$E = a \cdot r_i^k, k < 0, a > 0. \quad (2)$$

3. Граничные условия и геометрическая модель области существования исследуемой системы

$$\begin{aligned}
 U = V = 0 \text{ при } r = r_{max}, 0 < z \leq z_{max}, \\
 U = V = 0 \text{ при } z = z_{max}, 0 \leq r \leq r_{max}, \\
 U = 0 \text{ при } r = 0, 0 < z \leq z_{max}, \\
 Y = 0 \text{ при } r = 0, 0 < z < z_{max}, \\
 Y = P \text{ при } z = 0, 0 \leq r \leq R, \\
 Y = 0 \text{ при } z = 0, R < r < r_{max}, \\
 X = 0 \text{ при } z = 0, 0 \leq r < r_{max},
 \end{aligned}$$

где  $R$  – радиус ствола сваи;  $r, z, r_{max}, z_{max}$  – текущие координаты и их максимальные значения;  $U, V$  – компоненты вектора перемещения;  $X, Y$  – компоненты вектора внешних сил.

4. Ядро математической модели (условия равновесия системы):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} = 0, \text{ где } \Pi = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \{U\}^T \{P\},$$

$\Pi$  – полная энергия деформируемой системы;  $\{P\}$  – вектор внешних сил;  $\{\sigma\}, \{\varepsilon\}, \{U\}$  – векторы напряжений, деформаций и перемещений;  $V$  – объём области существования исследуемой системы.

В случае линейного деформирования достаточно двух физико-механических характеристик: модуль деформации  $E$  и коэффициент Пуассона  $\mu$ .

При нелинейном деформационном процессе уравнения закона деформирования будут иметь более сложные формы зависимости напряжений и деформаций в каждом элементе. В графическом представлении в общем случае зависимость интенсивностей напряжений и деформаций  $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$  может быть представлена неубывающей кривой параболического типа, проходящей через точку  $O(0,0)$ , в частности,  $\sigma_i = A \varepsilon_i^m, A > 0, 0 < m < 1$ .

Параметры нелинейного закона деформирования, как правило, определяются экспериментально, что трудоёмко и дорого. В то же время для всех основных видов грунтов существуют хорошо отработанные методики определения их основных физико-механических характеристик и составлены соответствующие таблицы значений этих величин. Поэтому вполне естественно возникает задача определения параметров закона нелинейного деформирования через основные физико-механические характеристики грунта любого типа. В [1] параметры приведенного закона нелинейного деформирования (1) предложено определять по аналитическим формулам:

$$A = E^m \sigma_{i,кр}^{1-m} = \left( \frac{E}{\sigma_{i,кр}} \right)^m \cdot \sigma_{i,кр}, \quad m = \frac{1-2\mu}{1-\mu}, \quad (3)$$

$\sigma_{i,кр}$  – напряжение, до которого грунт деформируется квазилинейно;  $\mu$  – коэффициент Пуассона определяем, используя значение коэффициента  $K$  бокового давления в покое. По определению из теории упругости  $K = \mu/(1-\mu)$ , по формуле Якоби  $K = 1 - \sin \varphi$ ,  $\varphi$  – угол внутреннего трения [3].

В настоящей работе предложен разработанный способ определения параметров модели уплотнения грунта через его основные физико-механические характеристики. Используя построенные формы законов уплотнения и нелинейного деформирования грунта, разработана оригинальная методика аналитико-численного определения осадки винтовой сваи в уплотнённом нелинейно-деформируемом грунтовом основании.

#### **Механико-математическая модель модуля деформации уплотнённого грунта**

Закономерность изменения модуля деформации грунта в уплотнённой зоне вокруг ствола винтовой сваи может быть описана степенной функцией гиперболического типа (2):  $\{E = a \cdot r^k, k < 0, A > 0\}$ .

Параметры  $A, k$  подлежат определению. Их можно определить экспериментально, что очень трудоёмко и дорого. Поэтому ставится задача определения этих параметров математическими методами. В настоящей работе изложен оригинальный приближённый аналитиче-

ский метод решения поставленной задачи исходя из понятия несущей способности грунта в зоне уплотнения вокруг винтовой сваи. Поставим в соответствие этой зоне некоторое однородное основание, эквивалентное по несущей способности с модулем деформации  $E_{\text{экв}}$ . На основании поставленного условия получим

$$(r_{\text{max}} - r_0) E_{\text{экв}} = a \int_{r_0}^{r_{\text{max}}} r^k dr. \quad (4)$$

В соответствии с теоремой о среднем значении интеграла будем иметь

$$a \int_{r_0}^{r_{\text{max}}} r^k dr = a (r_{\text{max}} - r_0) r_i^k, \quad r_0 < r_i < r_{\text{max}}. \quad (5)$$

$$\text{Из (4) и (5) следует } E_{\text{экв}} = a r_i^k. \quad (6)$$

В (4) подинтегральная функция является интегрируемой в заданном интервале (5), поэтому

$$a \int_{r_0}^{r_{\text{max}}} r^k dr = a (r_{\text{max}} - r_0)^{k+1} / (k+1). \quad (7)$$

Из (4) и (7) следует

$$E_{\text{экв}} = a (r_{\text{max}} - r_0)^k / (k+1). \quad (8)$$

Методом компьютерного моделирования на основе результатов натурального эксперимента показано  $k = -f\mu$ . Подставив это соотношение в (8), получим

$$E_{\text{экв}} = a (r_{\text{max}} - r_0)^{-f\mu} / (1 - f\mu). \quad (9)$$

Сравнивая (6) и (9) и учитывая, что  $r_0 \ll r_{\text{max}}$ , будем иметь

$$r_i = \sqrt[f\mu]{1 - f\mu} (r_{\text{max}} - r_0) \approx \sqrt[f\mu]{1 - f\mu} \cdot r_{\text{max}}. \quad (10)$$

Согласно (2) при  $r = r_{\text{max}}$  будем иметь  $E_0 = a r_{\text{max}}^k$ . Учитывая (6), получим

$$E_{\text{экв}} = E_0 \left( \frac{r_i}{r_{\text{max}}} \right)^{-f\mu} = E_0 \left( \frac{r_{\text{max}}}{\sqrt[f\mu]{1 - f\mu} \cdot r_{\text{max}}} \right)^{f\mu} = \frac{E_0}{1 - f\mu}. \quad (11)$$

Из (11) и (9), учитывая  $r_0 \ll r_{\text{max}}$ , получим

$$a = E_0 r_{\text{max}}^{f\mu}. \quad (12)$$

Полученное соотношение подставим в (2) и, учитывая, что  $k = -f\mu$ , получим

$$\dot{A} = E_0 (r_{\text{max}} / r_i)^{f\mu}. \quad (13)$$

Значение  $r_{\text{max}}$  можно получить на основании рекомендаций СНиП для расчёта осадок свай или по результатам физического эксперимента.

Как показывает эксперимент, проведенный в БЕЛНИИС, на степень уплотнения грунта вокруг ствола сваи влияют ее геометрические размеры, а именно высота сваи и ее радиус. На основании этих экспериментальных данных была разработана формула для определения  $f$ :

$$f = \frac{\sqrt[3]{\frac{l}{L}} R}{\sqrt{2B(R-r)}},$$

где  $R$  – радиус расчетной области, м;  $r$  – радиус сваи, м;  $L$  – высота расчетной области, м;  $l$  – длина сваи, м;  $B$  – коэффициент консистенции грунта.

Все полученные результаты в целом позволяют построить приближённое аналитическое решение для осадки винтовой сваи в нелинейно-деформируемом грунтовом основании с учётом его уплотнения.

**Определение осадки винтовой сваи при сжимающей нагрузке**

При общей постановке задачи об определении осадки винтовой сваи исходными данными являются геометрические размеры сваи, геологические и физико-механические характеристики грунтов ненарушенной структуры строительной площадки. Как уже отмечалось, вследствие завинчивания сваи физико-механические характеристики грунтового основания сваи будут другими. Этот факт необходимо учитывать при решении поставленной задачи. В [3] приведена разработанная ранее формула для определения осадки винтовой сваи:

$$W = \frac{2m(1+\mu)}{\sqrt{3}(1-m)} \left( \frac{\sqrt{3}(1+m)\mu(1+\mu)P}{2ALr_{\bar{n}}\hat{e}_{\delta}} \right)^{\frac{1}{m}} r_{\bar{n}}\hat{e}_{\delta}, \tag{14}$$

где  $r_{\text{пр}} = r_c k_{\phi}$ ,  $k_{\phi} = 1 + \mu \frac{r_{\text{лп}} - r_0}{3r_{\bar{n}}}$ ;  $k_{\phi}$  – коэффициент формы винтовой сваи, учитывает влияние лопасти сваи;  $r_c$ ,  $r_{\text{лп}}$  – радиусы ствола и лопасти сваи.

Здесь необходимые исходные данные были взяты из натурального эксперимента, выполненного в РУП БелНИИС. Используя понятие эквивалентного грунтового основания и приведенное выше аналитическое решение для определения его характеристик, преобразуем выражение (14). При этом параметр  $A$  определим по формуле (3), эквивалентный модуль деформации определим по формуле (11) через его начальное значение. В итоге для определения осадки винтовой сваи в нелинейно-деформируемом грунтовом основании с учётом его уплотнения, используя начальные значения исходных данных, получим следующее выражение:

$$W = \frac{2m(1+\mu)(1-f\mu)\sigma_{\delta\delta}}{\sqrt{3}(1-m)E_0} \left( \frac{\sqrt{3}(1+m)\mu(1+\mu)P}{2\sigma_{\delta\delta}Lr_{\bar{n}}\hat{e}_{\delta}} \right)^{\frac{1}{m}} r_{\bar{n}}\hat{e}_{\delta}. \tag{15}$$

Оценку полученного решения покажем на примере реальной задачи: винтовая свая с радиусом  $r_c = 10$  см заглублена на 4,1 м в однородное грунтовое основание с характеристиками (песок мелкий прочный)  $E = 32$  МПа,  $\phi = 35^\circ$ ,  $c = 3$  кПа,  $\gamma = 10,5$  кН/м<sup>3</sup>. На сваю действует вдавливающая нагрузка. Необходимо определить смещение сваи в заданном диапазоне нагрузок. Значения смещения винтовой сваи, полученные методом натурального эксперимента и по аналитическому решению (15) при учёте и без учёта уплотнения грунтового основания, представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Осадка винтовой сваи в грунтовом основании ( $S_{\text{оп}}$ ,  $S_{\text{ф.у}}$ ,  $S_{\text{ф.н}}$  – опытные и теоретические значения осадки сваи с лопастью с учётом и без учёта уплотнения грунтового основания)

P(кН)	50	100	150	200	250
$S_{\text{оп}}$ (мм)	0,4	1,2	2,3	4	6,7
$S_{\text{ф.у}}$ (мм)	0,34	1,14	2,32	3,84	5,68
$S_{\text{ф.н}}$ (мм)	0,51	1,7	3,5	5,8	8,7

Из анализа таблицы видно, что учёт уплотнения грунтового основания повышает его несущую способность на 30%, что обеспечивает значительное снижение ресурсоёмкости фундаментов из винтовых свай в грунтах РБ.

### Литература

1. Быховцев, В.Е. Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твёрдых тел / В.Е. Быховцев. – Гомель : УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2007. – 219 с.
2. Быховцев, В.Е. Исследование деформации основания винтовой сваи методом компьютерного моделирования / В.Е. Быховцев, В.В. Бондарева, В.Н. Кравцов // Проблемы современного бетона и железобетона : сб. тр. II международного симпозиума. Ч. 1. – Минск : Минсктиппроект, 2009. – 584 с.
3. Никитенко, М.И. Буроинъекционные анкеры и сваи при возведении и реконструкции зданий и сооружений / М.И. Никитенко. – Минск : БНТУ, 2007. – 580 с.

Гомельский государственный  
университет им. Ф. Скорины

Поступило 03.10.12

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. СКОРИНЫ