УДК 539.12

# КОВАРИАНТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СПИНОВЫХ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ НУКЛОНА

**В.В. Андреев, О.М. Дерюжкова, Н.В. Максименко**

*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь*

# THE COVARIANT REPRESENTATION SPIN POLARIZABILITY OF THE NUCLEON

**V.V. Andreev, O.M. Deryuzhkova, N.V. Maksimenko**

*F. Scorina Gomel State University, Gomel, Belarus*

На основе ковариантного построения наведенных дипольных моментов и феноменологических эффективных лагранжианов взаимодействия электромагнитного поля с этими моментами предложен вариант релятивистски-инвариантного определения спиновых поляризуемостей.

***Ключевые слова***: *поляризуемость, лагранжиан, комптоновское рассеяние.*

The option of relativistic-invariant definition of spin polarizability on the basis of covariant creation of the induced dipolar moments and phenomenological effective Lagrangian interactions of an electromagnetic field with these moments is offered.

***Keywords***: *polarizability, Lagrangian, Compton scattering.*

## *Введение*

В последнее время большое внимание уделяется экспериментальному и теоретическому исследованию двухфотонных процессов на адронах. Это обусловлено прежде всего тем, что низкоэнергетические амплитуды и определяемые ими сечения двухфотонных процессов зависят от значительно большего числа структурных характеристик адронов по сравнению с однофотонными процессами. Благодаря повышению точности измерения электромагнитных характеристик адронов открываются новые возможности для более глубокого анализа существующих теоретико-полевых и модельных представлений о взаимодействии адронов с электромагнитным полем. При исследовании электромагнитных характеристик адронов особое внимание отводится поляризуемостям адронов, поскольку эти характеристики чувствительны не только к особенностям самой структуры адронов, но и к механизмам поглощения и излучения электромагнитного поля. В настоящее время известен достаточно широкий класс электродинамических процессов, на основе которых можно получить экспериментальные данные о поляризуемостях адронов. В связи с этим возникает задача о последовательном ковариантном определении вклада поляризуемостей в амплитуды и сечения электродинамических процессов на адронах [1], [2]. Решение подобных задач возможно выполнить в рамках теоретико-полевого ковариантного подхода описания взаимодействия электромагнитного поля с адронами с учетом их поляризуемостей. В работах [3]–[8] активно развивались ковариантные методы описания взаимодействия электромагнитного поля с адронами, в которых электромагнитные характеристики этих частиц являются основополагающими. В последнее время широко используются эффективные полевые лагранжианы для исследования взаимодействия низкоэнергетического электромагнитного поля с нуклонами на основе разложения по степеням обратным массе нуклона [9]. В работе [8], на основе принципа соответствия между классической и квантовой теориями в рамках полевого подхода, представлен эффективный ковариантный лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с частицами спина половина с учетом их поляризуемостей, который недавно был использован для фитирования экспериментальных данных по комптоновскому рассеянию на протоне в энергетической окрестности рождения $\Delta(1232)$ резонанса [10]. Физическая интерпретация электрической и магнитной дипольных поляризуемостей в настоящее время представлена достаточно полно (например, [11]). В работах [12], [13] были получены спиновые поляризуемости на основе общих принципов релятивистской квантовой теории, которым удовлетворяет амплитуда низкоэнергетического комптоновского рассеяния. Интерпретация этих поляризуемостей дана в рамках нерелятивистского мультипольного разложения взаимодействия электромагнитного поля с нуклонами в работах [12]–[14].

В данной работе предложен вариант релятивистски-инвариантного определения спиновых поляризуемостей, в основе которого лежит ковариантное построение наведенных дипольных моментов и феноменологические эффективные лагранжианы взаимодействия электромагнитного поля с этими моментами [3], [4]. Для введения спиновых поляризуемостей воспользуемся лагранжианом релятивистской электродинамики [7], [8]:

$$L=-\frac{1}{4}G^{\mu\nu}F_{\mu\nu}. \qquad (0.1)$$

В этом выражении $G^{\mu\nu}$ – антисимметричный тензор наведенных дипольных моментов структурной частицы, который определяется следующим образам:

$$G^{\mu\nu}=\left(d^{\mu}u^{\nu}-u^{\mu}d^{\nu}\right)+\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}m_{\rho}u_{\sigma}, \qquad (0.2)$$

где $d^{\mu}$ и $m^{\mu}$ – компоненты электрического и магнитного моментов, представленные в ковариантной форме; $u^{\mu}$ – компоненты 4-х-скорости частицы. Учитывая (0.2) в (0.1), выражение для лагранжиана принимает вид [15]:

$$L=-\frac{1}{2}\left(e_{\mu}d^{\mu}+h_{\mu}m^{\mu}\right), \qquad (0.3)$$

где $e_{\mu}=F_{\mu\nu}u^{\nu}$, $h_{\mu}=\tilde{F}_{\mu\nu}u^{\nu}$, $\tilde{F}_{\mu\nu}=\frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F^{\rho\sigma}$.

### *1 Определение лагранжиана взаимодействия электромагнитного поля со структурной частицей с учетом спиновой поляризуемости*

Перейдем теперь к операторному представлению тензора $G^{\mu\nu}$ (0.2). Запишем в ковариантной форме с учетом закона сохранения четности компоненты векторов электрического и магнитного моментов через тензоры поляризуемостей:

$$d^{\mu}=4\pi\alpha^{\mu\nu}e_{\nu}+4\pi\kappa^{\mu\nu}\left(u\partial\right)e_{\nu}, \qquad (1.1)$$

$$m^{\mu}=4\pi\beta^{\mu\nu}h_{\nu}+4\pi\tilde{\kappa}^{\mu\nu}\left(u\partial\right)h_{\nu}, \qquad (1.2)$$

где $\left(u\partial\right)=u_{\mu}\partial^{\mu}$, $\alpha^{\mu\nu}$, $\beta^{\mu\nu}$, $\kappa^{\mu\nu}$, $\tilde{\kappa}^{\mu\nu}$ – тензоры поляризуемостей. Чтобы учесть спиновые свойства частицы, воспользуемся определением тензоров поляризуемостей через операторы 4-х-мерного импульса $\hat{p}^{\mu}$ и вектора Паули – Любанского $W^{\mu}$. В случае частицы спина ½, как следует из перестановочных соотношений операторов $\hat{p}^{\mu}$ и $\hat{W}^{\mu}$, а также представление $\hat{W}^{\mu}$ через $\gamma$-матрицы

$$\hat{W}^{\mu}=\frac{(-1)}{2m}\gamma^{5}\left(\left(\gamma p\right)-\hat{p}^{\mu}\right),$$

тензоры поляризуемостей можно представить следующим образом [4]:

$$\alpha^{\mu\nu}=\alpha_{1}g^{\mu\nu}+\frac{\alpha_{2}}{m}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\hat{W}_{\rho}\hat{p}_{\sigma}. \qquad (1.3)$$

Аналогичным образом будем представлять тензоры $\beta^{\mu\nu}$, $\kappa^{\mu\nu}$ и $\tilde{\kappa}^{\mu\nu}$. Из выражения (1.3) следует, что тензоры поляризуемостей состоят из симметричной и антисимметричной частей. Более того, антисимметричные части поляризуемостей обусловлены вкладом спина частицы.

### *2 Амплитуда рассеяния электромагнитного поля частицей спина ½ в дипольном приближении в области низких энергий*

Согласно [16] амплитуда рассеяния в области низких энергий в дипольном приближении, когда

$$\vec{d}=4\pi\hat{\alpha}\vec{E}\left(\vec{r},t\right), \qquad (2.1)$$

$$\vec{m}=4\pi\hat{\beta}\vec{H}\left(\vec{r},t\right), \qquad (2.2)$$

где $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ – тензоры электрической и магнитной поляризуемостей, представляется в виде:

$$\begin{aligned}M\left(\vec{n}_{2}\right)=4\pi\omega^{2}\Big\{&\left(\vec{e}^{\,(\lambda_2)*}\hat{\alpha}\vec{e}^{\,(\lambda_1)}\right)+\\&+\left(\vec{n}_{2}\vec{e}^{\,(\lambda_1)}\right)\left(\vec{n}_{1}\hat{\beta}\vec{e}^{\,(\lambda_2)*}\right)+\\&+\left(\vec{n}_{1}\vec{e}^{\,(\lambda_2)*}\right)\left(\vec{e}^{\,(\lambda_1)}\hat{\beta}\vec{n}_{2}\right)-\\&-\left(\vec{e}^{\,(\lambda_2)*}\vec{e}^{\,(\lambda_1)}\right)\left(\vec{n}_{1}\hat{\beta}\vec{n}_{2}\right)-\\&-\left(\vec{n}_{1}\vec{n}_{2}\right)\left(\vec{e}^{\,(\lambda_1)}\hat{\beta}\vec{e}^{\,(\lambda_2)*}\right)+\\&+\Big[\left(\vec{n}_{2}\vec{n}_{1}\right)\left(\vec{e}^{\,(\lambda_2)*}\vec{e}^{\,(\lambda_1)}\right)-\\&-\left(\vec{n}_{2}\vec{e}^{\,(\lambda_1)}\right)\left(\vec{n}_{1}\vec{e}^{\,(\lambda_2)*}\right)\Big]Sp\left(\hat{\beta}\right)\Big\}.\end{aligned} \qquad (2.3)$$

В выражении (2.3) введены следующие обозначения: $\vec{e}^{\,(\lambda_1)}$ и $\vec{e}^{\,(\lambda_2)}$ – векторы поляризации, $\vec{n}_{1}$ и $\vec{n}_{2}$ – единичные векторы падающего и рассеянного излучения, $\omega$ – частота излучения. Из определения $\vec{d}$ и $\vec{m}$ согласно (2.1) и (2.2) следует, что $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ должны удовлетворять условию эрмитовости. В этом случае, как показано в работе [17], тензоры $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ можно представить следующим образом:

$$\alpha_{ij}=\alpha_{1}\delta_{ij}+i\alpha_{2}\varepsilon_{ijk}C_{k},$$

$$\beta_{ij}=\beta_{1}\delta_{ij}+i\beta_{2}\varepsilon_{ijk}C_{k},$$

где $\alpha_{1}$, $\alpha_{2}$, $\beta_{1}$ и $\beta_{2}$ – вещественные величины, $\varepsilon_{ijk}$ – тензор Леви – Чивита, $C_{k}$ – компоненты псевдовектора. В случае частицы спина ½ в качестве такого псевдовектора можно выбрать псевдовектор спина частицы $\hat{\vec{S}}$. Если считать, что тензоры $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ зависят от $\hat{\vec{S}}$, то используя алгебру оператора спина половина:

$$\left[\hat{S}_i,\hat{S}_j\right]=i\varepsilon_{ijk}\hat{S}_k,$$

$$\hat{S}_i\hat{S}_j=\frac{1}{4}\delta_{ij}+\frac{i}{2}\varepsilon_{ijk}\hat{S}_k,$$

эти тензоры можно представить следующим образом

$$\alpha_{ij}=\alpha_1\delta_{ij}+i\alpha_2\varepsilon_{ijk}\hat{S}_k, \qquad (2.4)$$

$$\beta_{ij}=\beta_1\delta_{ij}+i\beta_2\varepsilon_{ijk}\hat{S}_k. \qquad (2.5)$$

Подставляя (2.4) и (2.5) в уравнение (2.3), получим:

$$\begin{gathered}M\left(\vec{n}_2\right)=4\pi\omega^2\chi_f^{+}\left\{\alpha_1\left(\vec{e}^{(\lambda_2)*}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right)+\right.\\ +\beta_1\left(\left[\vec{e}^{(\lambda_2)*}\vec{n}_2\right]\cdot\left[\vec{e}^{(\lambda_1)}\vec{n}_1\right]\right)+\\ +i\alpha_2\left(\vec{\hat{S}}\cdot\left[\vec{e}^{(\lambda_2)*}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right]\right)+\\ \left.+i\beta_2\left(\vec{\hat{S}}\cdot\left[\left[\vec{e}^{(\lambda_2)*}\vec{n}_2\right]\cdot\left[\vec{e}^{(\lambda_1)}\vec{n}_1\right]\right]\right)\right\}\chi_i,\end{gathered} \qquad (2.6)$$

где $\chi_i$ и $\chi_f$ – спиноры начальной и конечной частицы. Если в амплитуде (2.6) потребовать условие перекрестной симметрии, то получим

$$\begin{gathered}M\left(\vec{n}_2\right)=4\pi\omega^2\left\{\alpha_1\left(\vec{e}^{(\lambda_2)*}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right)+\right.\\ \left.+\beta_1\left(\left[\vec{e}^{(\lambda_2)*}\vec{n}_2\right]\cdot\left[\vec{e}^{(\lambda_1)}\vec{n}_1\right]\right)\right\},\end{gathered}$$

что согласуется со спиновой структурой низкоэнергетической амплитуды комптоновского рассеяния с учетом электрической и магнитной поляризуемостей [18]. В случае комптоновского рассеяния вперед амплитуда имеет общую спиновую структуру вида [19]

$$\begin{gathered}M=g(\omega)\left(\vec{e}^{(\lambda_2)*}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right)+\\ +ih(\omega)\left(\vec{\hat{S}}\cdot\left[\vec{e}^{(\lambda_2)*}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right]\right).\end{gathered} \qquad (2.7)$$

В этом определении амплитуды скалярная функция $g(\omega)$ является четной, а $h(\omega)$ – нечетной относительно перекрестной симметрии. Следовательно, поскольку поляризуемости вносят вклад в амплитуду (2.7), начиная со второго порядка по $\omega$ и выше, то спиновая структура второго слагаемого в (2.7) определяется вкладами поляризуемостей начиная с третьего порядка по $\omega$.

Определим теперь лагранжиан и амплитуду комптоновского рассеяния в ковариантном дипольном представлении.

### *3 Амплитуда низкоэнергетического комптоновского рассеяния в ковариантном дипольном представлении*

Лагранжиан (0.3) в рамках теоретико-полевого ковариантного подхода имеет вид [7]:

$$\begin{gathered}L(x)=\frac{i\pi}{4m}\left[\bar{\Psi}\gamma^{\nu}\hat{L}_{\nu\sigma}\overset{\leftrightarrow}{\partial}{}^{\sigma}\Psi+\right.\\ +\bar{\Psi}\hat{L}_{\nu\sigma}\gamma^{\nu}\overset{\leftrightarrow}{\partial}{}^{\sigma}\Psi+\bar{\Psi}\gamma^{\sigma}\hat{L}_{\nu\sigma}\overset{\leftrightarrow}{\partial}{}^{\nu}\Psi+\\ \left.+\bar{\Psi}\hat{L}_{\nu\sigma}\gamma^{\sigma}\overset{\leftrightarrow}{\partial}{}^{\nu}\Psi\right],\end{gathered} \qquad (3.1)$$

где $\gamma^{\nu}$ – матрицы Дирака, $\Psi(x)$ – биспинор поля Дирака, $\overset{\leftrightarrow}{\partial}{}^{\nu}=\overset{\rightarrow}{\partial}{}^{\nu}-\overset{\leftarrow}{\partial}{}^{\nu}$. В лагранжиане (3.1) тензор $\hat{L}_{\nu\sigma}$ выражается через тензоры поляризуемостей, которые введены в (1.1) и (1.2):

$$\hat{L}_{\nu\sigma}=\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha)}+\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa)}+\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\delta)}+\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\beta)}+\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\tilde{\kappa})}+\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\tilde{\delta})}. \qquad (3.2)$$

С целью установления влияния перекрестной симметрии на вклад спиновых поляризуемостей в амплитуду комптоновского рассеяния в дипольном представлении определим в (3.2) тензоры $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha,\beta)}$ и $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa,\tilde{\kappa})}$ следующим образом:

$$\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha,\beta)}=\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha_1,\beta_1)}+\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha_2,\beta_2)}$$

и

$$\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa,\tilde{\kappa})}=\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa_1,\tilde{\kappa}_1)}+\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa_2,\tilde{\kappa}_2)}.$$

В свою очередь приведенные тензоры определяются так:

$$\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha_1)}=F_{\nu\mu}\hat{\alpha}^{\mu\rho}(\alpha_1)F_{\rho\sigma},$$

$$\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa_1)}=\left(F_{\nu\mu}\overset{\leftrightarrow}{\partial}_{\delta}F_{\rho\sigma}\right)\hat{\kappa}^{\mu\rho\delta}(\kappa_1),$$

$$\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha_2)}=F_{\nu\mu}\hat{\alpha}^{\mu\rho}(\alpha_2)F_{\rho\sigma},$$

$$\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa_2)}=\left(F_{\nu\mu}\overset{\leftrightarrow}{\partial}_{\delta}F_{\rho\sigma}\right)\hat{\kappa}^{\mu\rho\delta}(\kappa_2),$$

в которых введены обозначения

$$\hat{\alpha}^{\mu\rho}(\alpha_1)=\alpha_1 g^{\mu\rho},$$

$$\hat{\alpha}^{\mu\rho}(\alpha_2)=\frac{\alpha_2}{m}\varepsilon^{\mu\rho\kappa\varepsilon}\hat{W}_{\kappa}\overset{\leftrightarrow}{\partial}_{\varepsilon},$$

$$\hat{\kappa}^{\mu\rho\delta}(\kappa_1)=\kappa_1 g^{\mu\rho}\overset{\leftrightarrow}{\partial}{}^{\delta},$$

$$\hat{\kappa}^{\mu\rho\delta}(\kappa_2)=\frac{\kappa_2}{m}\varepsilon^{\mu\rho\kappa\varepsilon}\hat{W}_{\kappa}\overset{\leftrightarrow}{\partial}_{\varepsilon}\overset{\leftrightarrow}{\partial}{}^{\delta}.$$

Если в приведенных тензорах сделать замену $F_{\mu\nu}\to\tilde{F}_{\mu\nu}$, то получим выражения для $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\beta)}$ и

$\hat{L}^{(\tilde{\kappa})}_{\nu\sigma}$. Поскольку каждое слагаемое в (3.2) вносит определенные свойства перекрестной симметрии в амплитуду комптоновского рассеяния, то определим их вклады отдельно.

*Определение эффективного лагранжиана и амплитуды комптоновского рассеяния на основе* $\hat{L}^{(\alpha_1)}_{\nu\sigma} + \hat{L}^{(\beta_1)}_{\nu\sigma}$.

Согласно (3.1) лагранжиан $L^{(\alpha_1)} + L^{(\beta_1)}$ сводится к выражению

$$L^{(\alpha_1)} + L^{(\beta_1)} = \frac{2\pi}{m}\left(\alpha_1 F_{\nu\mu} F^{\mu}_{\sigma} + \beta_1 \tilde{F}_{\nu\mu} \tilde{F}^{\mu}_{\sigma}\right)\theta^{\nu\sigma}, \quad (3.3)$$

где $\theta^{\nu\sigma} = \frac{i}{2}\bar{\Psi}\gamma^{\nu}\overleftrightarrow{\partial}^{\sigma}\Psi.$

Амплитуда комптоновского рассеяния с учетом лагранжиана (3.3) имеет вид [20]

$$\begin{gathered} M^{(\alpha_1)} + M^{(\beta_1)} = \\ = \left(\frac{2\pi}{m}\right)\Big[\alpha_1\left(F^{(2)}_{\nu\mu}F^{(1)\mu}_{\sigma} + F^{(1)}_{\nu\mu}F^{(2)\mu}_{\sigma}\right) + \\ + \beta_1\left(\tilde{F}^{(2)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(1)\mu}_{\sigma} + \tilde{F}^{(1)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(2)\mu}_{\sigma}\right)\Big] \times \\ \times \bar{U}^{(r_2)}\left(\vec{p}_2\right)\gamma^{\nu}P^{\sigma}U^{(r_1)}\left(\vec{p}_1\right). \end{gathered} \quad (3.4)$$

В уравнении (3.4) введены обозначения

$$\tilde{F}^{(2)}_{\nu\mu} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\nu\mu\gamma\omega}F^{(2)\gamma\omega}, \quad F^{(2)\gamma\omega} = \left(k_2^{\gamma}e^{(\lambda_2)\omega} - k_2^{\omega}e^{(\lambda_2)\gamma}\right),$$

$$F^{(1)\gamma\omega} = \left(k_1^{\gamma}e^{(\lambda_1)\omega} - k_1^{\omega}e^{(\lambda_1)\gamma}\right),$$

а также $e_{\mu}^{(\lambda_1)}$ и $e_{\mu}^{(\lambda_2)}$ – векторы поляризации начального и конечного фотонов, $P = \frac{1}{2}\left(p_1 + p_2\right)$, $k_1, p_1$ и $k_2, p_2$ – импульсы начальных и конечных фотонов и нуклонов, $U^{(r_1)}\left(\vec{p}_1\right)$ и $\bar{U}^{(r_2)}\left(\vec{p}_2\right)$ – биспиноры начальных и конечных нуклонов. Из соотношения (3.4) следует, что часть амплитуды комптоновского рассеяния, обусловленная электрической и магнитной поляризуемостями, удовлетворяет условию перекрестной симметрии и вносит вклад, начиная со второго порядка по частоте излучения. В системе покоя мишени и во втором порядке по частоте излучения из (3.4) следует соотношение:

$$\begin{gathered} M^{(\alpha_1)} + M^{(\beta_1)} = 4\pi\omega_1\omega_2\chi_f^{+}\left[\alpha_1\left(\vec{e}^{(\lambda_2)}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right) + \right. \\ \left. + \beta_1\left(\left[\vec{e}^{(\lambda_2)}\vec{n}_2\right]\cdot\left[\vec{e}^{(\lambda_1)}\vec{n}_1\right]\right)\right]\chi_i, \end{gathered}$$

которое согласуется с (2.6).

*Определение эффективного лагранжиана и амплитуды комптоновского рассеяния на основе* $\hat{L}^{(\alpha_2)}_{\nu\sigma} + \hat{L}^{(\beta_2)}_{\nu\sigma}$.

В этом случае лагранжиан (3.1) принимает вид:

$$\begin{gathered} L^{(\alpha_2)} + L^{(\beta_2)} = \left(\frac{i\pi}{4m^2}\right)\left(\varepsilon^{\mu\rho\kappa\varepsilon}\right)\times \\ \times\left(\alpha_2 F_{\nu\mu}F_{\rho\sigma} + \beta_2\tilde{F}_{\nu\mu}\tilde{F}_{\rho\sigma}\right)\times \\ \times\bar{\Psi}\left[\left(\gamma^{\nu}\hat{W}_{\kappa} + \hat{W}_{\kappa}\gamma^{\nu}\right)\overleftrightarrow{\partial}_{\varepsilon}\overleftrightarrow{\partial}^{\sigma} + \right. \\ \left. + \left(\hat{W}_{\kappa}\gamma^{\sigma} + \gamma^{\sigma}\hat{W}_{\kappa}\right)\overleftrightarrow{\partial}_{\varepsilon}\overleftrightarrow{\partial}^{\nu}\right]\Psi. \end{gathered} \quad (3.5)$$

Из выражения (3.5) видно, что лагранжиан $L^{(\alpha_2)} + L^{(\beta_2)}$ непосредственно связан со спином частицы. Амплитуда комптоновского рассеяния с учетом (3.5) определяется следующим образом:

$$\begin{gathered} M^{(\alpha_2)} + M^{(\beta_2)} = \\ = \left(\frac{2\pi i}{m^3}\right)\left(\varepsilon^{\mu\rho\kappa\varepsilon}\right)\Big[\alpha_2\left(F^{(2)}_{\nu\mu}F^{(1)}_{\rho\sigma} + F^{(1)}_{\nu\mu}F^{(2)}_{\rho\sigma}\right) + \\ + \beta_2\left(\tilde{F}^{(2)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(1)}_{\rho\sigma} + \tilde{F}^{(1)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(2)}_{\rho\sigma}\right)\Big]\times \\ \times\bar{U}^{(r_2)}\left(\vec{p}_2\right)\gamma^{5}\Big[\left(\delta^{\nu}_{\kappa}\gamma_{\tau} - \delta^{\nu}_{\tau}\gamma_{\kappa}\right)P^{\sigma} + \\ + \left(\delta^{\sigma}_{\kappa}\gamma_{\tau} - \delta^{\sigma}_{\tau}\gamma_{\kappa}\right)P^{\nu}\Big]P_{\varepsilon}P^{\tau}U^{(r_1)}\left(\vec{p}_1\right). \end{gathered} \quad (3.6)$$

Из выражения (3.6) следует, что, поскольку тензор

$$\begin{gathered} \left(\varepsilon^{\mu\rho\kappa\varepsilon}\right)\Big[\alpha_2\left(F^{(2)}_{\nu\mu}F^{(1)}_{\rho\sigma} + F^{(1)}_{\nu\mu}F^{(2)}_{\rho\sigma}\right) + \\ + \beta_2\left(\tilde{F}^{(2)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(1)}_{\rho\sigma} + \tilde{F}^{(1)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(2)}_{\rho\sigma}\right)\Big] \end{gathered} \quad (3.7)$$

является симметричным относительно перекрестной симметрии и одновременно антисимметричным относительно перестановки индексов $\nu$ и $\sigma$, а тензор между биспинорами $\bar{U}^{(r_2)}\left(\vec{p}_2\right)$ и $U^{(r_1)}\left(\vec{p}_1\right)$ является симметричным относительно перестановки индексов $\nu$ и $\sigma$, то часть амплитуды $M^{(\alpha_2)} + M^{(\beta_2)}$ не может вносить вклад в полную амплитуду комптоновского рассеяния. Однако, если в тензоре (3.7) учесть только слагаемые $\left(\varepsilon^{\mu\rho\kappa\varepsilon}\right)\left[\alpha_2 F^{(2)}_{\nu\mu}F^{(1)}_{\rho\sigma} + \beta_2\tilde{F}^{(2)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(1)}_{\rho\sigma}\right]$, то в системе покоя мишени во втором порядке по частоте излучения из (3.6) получим:

$$\begin{gathered} M^{(\alpha_2)} + M^{(\beta_2)} = 4\pi i\omega_1\omega_2\left\{\alpha_2\left(\vec{S}\left[\vec{e}^{(\lambda_2)}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right]\right) + \right. \\ \left. + \beta_2\left(\vec{S}\left[\left[\vec{e}^{(\lambda_2)}\vec{n}_2\right]\cdot\left[\vec{e}^{(\lambda_1)}\vec{n}_1\right]\right]\right)\right\}. \end{gathered}$$

Такое представление амплитуды согласуется с низкоэнергетическим определением амплитуды комптоновского рассеяния (2.6), если не учитывать свойства перекрестной симметрии.

*Определение эффективного лагранжиана и амплитуды комптоновского рассеяния на основе вклада* $\overset{\wedge}{L}{}^{(\kappa_1)}_{\nu\sigma}$ *и* $\overset{\wedge}{L}{}^{(\tilde{\kappa}_1)}_{\nu\sigma}$.

Лагранжиан, соответствующий вкладу $\kappa_1$ и $\tilde{\kappa}_1$ согласно (3.1) и (3.2), принимает вид:

$$L^{(\kappa_1)} + L^{(\tilde{\kappa}_1)} = \frac{i\pi}{2m}\left(\kappa_1 F_{\nu\mu} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta F^\mu_\sigma + \tilde{\kappa}_1 \tilde{F}_{\nu\mu} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta \tilde{F}^\mu_\sigma\right)\times \bar{\Psi}\left(\gamma^\nu \overset{\leftrightarrow}{\partial^\sigma} + \gamma^\sigma \overset{\leftrightarrow}{\partial^\nu}\right)\overset{\leftrightarrow}{\partial^\delta}\Psi. \quad (3.8)$$

Амплитуда, вычисленная с использованием лагранжиана (3.8), представляется следующим образом:

$$M^{(\kappa_1)} + M^{(\tilde{\kappa}_1)} = \frac{(-i)\pi}{m}(k_1+k_2)_\delta\left[\kappa_1\left(F^{(2)}_{\nu\mu}F^{(1)\mu}_\sigma - F^{(2)\mu}_\sigma F^{(1)}_{\nu\mu}\right) + \tilde{\kappa}_1\left(\tilde{F}^{(2)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(1)\mu}_\sigma - \tilde{F}^{(2)\mu}_\sigma \tilde{F}^{(1)}_{\nu\mu}\right)\right]\times \bar{U}^{(r_2)}\left(\vec{p}_2\right)\left[\gamma^\nu P^\sigma + \gamma^\sigma P^\nu\right]P^\delta U^{(r_1)}\left(\vec{p}_1\right). \quad (3.9)$$

Из выражения (3.9) следует, что амплитуда $M^{(\kappa_1)} + M^{(\tilde{\kappa}_1)}$ удовлетворяет условию перекрестной симметрии, однако тензор в первых квадратных скобках антисимметричный, а тензор между биспинорами является симметричным относительно замены индексов $\nu$ и $\sigma$. Поэтому вклад $M^{(\kappa_1)} + M^{(\tilde{\kappa}_1)}$ будет равен нулю.

*Определение эффективного лагранжиана и амплитуды комптоновского рассеяния на основе вклада* $\overset{\wedge}{L}{}^{(\kappa_2)}_{\nu\sigma}$ *и* $\overset{\wedge}{L}{}^{(\tilde{\kappa}_2)}_{\nu\sigma}$.

Лагранжиан, соответствующий вкладам $\kappa_2$ и $\tilde{\kappa}_2$, в данном подходе имеет вид:

$$L^{(\kappa_2)} + L^{(\tilde{\kappa}_2)} = \frac{i\pi}{4m^2}\left(\varepsilon^{\mu\rho\kappa\varepsilon}\right)\left[\kappa_2 F_{\nu\mu}\overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta F_{\rho\sigma} + \tilde{\kappa}_2 \tilde{F}_{\nu\mu}\overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta \tilde{F}_{\rho\sigma}\right]\times \bar{\Psi}\left[\left(\gamma^\nu \hat{W}_\kappa + \hat{W}_\kappa \gamma^\nu\right)\overset{\leftrightarrow}{\partial^\sigma} + \left(\gamma^\sigma \hat{W}_\kappa + \hat{W}_\kappa \gamma^\sigma\right)\overset{\leftrightarrow}{\partial^\nu}\right]\overset{\leftrightarrow}{\partial}_\varepsilon \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta \Psi.$$

Часть амплитуды комптоновского рассеяния, вычисленная на основе этого лагранжиана, определяется следующим образом:

$$M^{(\kappa_2)} + M^{(\tilde{\kappa}_2)} = \frac{4\pi i}{m^3}\left(\varepsilon^{\mu\rho\kappa\varepsilon}\right)(k_1+k_2)_\delta \times \left[\kappa_2\left(F^{(2)}_{\nu\mu}F^{(1)}_{\rho\sigma} - F^{(2)}_{\sigma\rho}F^{(1)}_{\mu\nu}\right) + \tilde{\kappa}_2\left(\tilde{F}^{(2)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(1)}_{\rho\sigma} - \tilde{F}^{(2)}_{\sigma\rho}\tilde{F}^{(1)}_{\mu\nu}\right)\right]\bar{U}^{(r_2)}\left(\vec{p}_2\right)\gamma^5 \times \left[\left(\delta^\nu_\tau\gamma_\kappa - \delta^\nu_\kappa\gamma_\tau\right)P^\sigma + \left(\delta^\sigma_\tau\gamma_\kappa - \delta^\sigma_k\gamma_\tau\right)P^\nu\right]P^\tau P_\varepsilon P^\delta U^{(r_1)}\left(\vec{p}_1\right). \quad (3.10)$$

Из выражения (3.10) следует, что амплитуда $M^{(\kappa_2)} + M^{(\tilde{\kappa}_2)}$ инвариантна относительно перекрестной симметрии. Вклад этой амплитуды начинается с третьего порядка по частоте излучения. Если в (3.10) в системе покоя мишени ограничиться третьим порядком в разложении по частоте излучения, то получим

$$M^{(\kappa_2)} + M^{(\tilde{\kappa}_2)} = 4\pi i m(\omega_1+\omega_2)(\omega_1\omega_2)\left\{\kappa_2\left(\vec{S}\left[\vec{e}^{\,(\lambda_2)}\,\vec{e}^{\,(\lambda_1)}\right]\right) + \tilde{\kappa}_2\left(\vec{S}\left[\left[\vec{e}^{\,(\lambda_2)}\,\vec{n}_2\right]\cdot\left[\vec{e}^{\,(\lambda_1)}\,\vec{n}_1\right]\right]\right)\right\}.$$

***Заключение***

В данной работе предложен вариант релятивистски-инвариантного определения спиновых поляризуемостей, в основе которого лежит ковариантное построение наведенных дипольных моментов и феноменологические эффективные лагранжианы взаимодействия электромагнитного поля с этими моментами. Показано, что в предложенной модели с учетом перекрестной симметрии, законов сохранения четности и калибровочной инвариантности спиновые поляризуемости вносят вклад в разложение амплитуды комптоновского рассеяния, начиная с третьего порядка по частоте излучения.

ЛИТЕРАТУРА


1. *Carlson*, *C.E.* Constraining off-shell effects using low-energy Compton scattering / C.E. Carlson, M. Vanderhaeghen [Electronic resource]. – 2011. – Mode of access : http://physics.atom-ph/1109.3779. – Date of access: 04.10.2011.

2. *Krupina*, *N.* Separation of proton polarizabilities with the beam asymmetry of Compton scattering / N. Krupina, V. Pascalutsa // Phys. Rev. Lett. – 2013. – Vol. 110, № 26. – P. 262001–1–4.

3. *Максименко*, *Н.В.* Феноменологическое описание поляризуемостей элементарных частиц в полевой теории / Н.В.Максименко, Л.Г. Мороз // Труды XI Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий и релятивистский ядерной физике. Д2-11707, ОИЯИ, Дубна. – 1979. – С. 533–543.

4. *Максименко*, *Н.В.* Ковариантное определение поляризуемости адронов спина единица / Н.В. Максименко // Доклады Академии наук Беларуси. – 1992. – Т. 36, № 6. – С. 508–510.

5. *Левчук*, *М.И.* Гирация нуклона как одна из характеристик его электромагнитной структуры / М.И. Левчук, Л.Г. Мороз // Весцi АН БССР. Сер. фiз.-мат. навук. – 1985. – № 1. – С. 45–54.

6. *Об описании поляризуемости скалярных частиц в теории релятивистских волновых уравнений* / А.А. Богуш [и др.] // Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности. – 1981. – С. 81–90.

7. *Андреев*, *В.В.* Поляризуемость элементарных частиц в теоретико-полевом подходе / В.В. Андреев, Н.В. Максименко // Проблемы физики, математики и техники. – 2011. – № 4 (9). – С. 7–11.

8. *Максименко*, *Н.В.* Ковариантный калибровочно-инвариантный формализм Лагранжа с учетом поляризуемостей частиц / Н.В. Максименко, О.М. Дерюжкова // Весцi НАН Беларусi, серыя фiз.-мат. навук. – М. : «Беларуская навука», 2011. – № 2. – С. 27–30.

9. *The NRQED lagrangian at order* $\frac{1}{M^4}$ / R.J. Hill [et al.] // Phys. Rev. D. – 2013. – Vol. 87, № 5. – P. 053017–1–13.

10. *Zhang*, *Y.* Proton Compton scattering in a unified proton-$\Delta^+$ Model / Y. Zhang, K. Savvidy // Phys. Rev. C. – 2013. – Vol. 88. – P. 064614–1–12.

11. *Holstein*, *B.R.* Hadron polarizabilities / B.R. Holstein, S. Scherer [Electronic resource]. – 2013. – Mode of access : http:// hep-ph/1401.0140v1. – Date of access : 31.12.2013.

12. *Raguza*, *S.* Third-order spin polarizabilities of the nucleon: I / S. Raguza // Phys. Rev. D. – 1993. – Vol. 47, № 9. – P. 3757–3767.

13. *Raguza*, *S.* Third-order spin polarizabilities of the nucleon: II / S. Raguza // Phys. Rev. D. – 1994. – Vol. 49, № 7. – P. 3157–3159.

14. *Low-energy Compton scattering of polarized photons on polarized nucleons* / D. Babusci [et al.] // Phys. Rev. C. – 1998. – Vol. 58. – P. 1013–1041.

15. *Anandan*, *J.S.* Classical and quantum interaction of the dipole / J.S. Anandan // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85. – P. 1354–1357.

16. *Ландау*, *Л.Д.* Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Наука, 1967. – 460 с.

17. *Галынский*, *М.В.* О преобразовании тензора пучка при взаимодействии света со средой / М.В. Галынский, Ф.И. Федоров // ЖПС. – 1986. – Т. 44, № 2. – С. 288–292.

18. *Петрунькин*, *В.А.* Электрическая и магнитная поляризуемости адронов / В.А. Петрунькин // ЭЧАЯ. – 1981. – Т. 12, вып. 3. – С. 692–753.

19. *Damashek*, *M.* Forward Compton scattering / M. Damashek, F.J. Gilman // Phys. Rev. – 1970. – Vol. D1, № 6. – P. 1319–1332.

20. *Andreev*, *V.V.* Covariant equations of motion of a spin ½ particle in an electromagnetic field with allowance for polarizabilities / V.V. Andreev, O.M. Deryuzhkova, N.V. Maksimenko // Russ. Phys. Journ. – 2014. – Vol. 56, № 9. – P. 1069–1075.

*Поступила в редакцию 27.06.14.*