

$$h' = \frac{\Sigma_{r0}}{\Sigma_c^{\text{гл}} + \Sigma_p'}; \quad h_0 = \frac{\Sigma_{r0}}{\Sigma_p'}; \quad \Sigma_p' = \Sigma_p + \frac{1}{l}$$

и, следовательно,

$$K = \frac{1}{1 + l\Sigma_c^{\text{гл}}} \sqrt{\frac{1 + h_0'}{1 + h'}} \quad (11)$$

Ниже приведены значения K , рассчитанные по формуле (11) для двух резонансов Hf^{177} в цилиндрическом блоке из диборида гафния HfB_2 диаметром 10 мм (плотность 11,2 г/см³):

E_0 , эв	...	1,095	2,38
σ_{r0} , барн	...	3,01·10 ⁴	6,8·10 ⁴
K	...	0,284	0,338

В заключение авторы благодарят А. А. Лукьянова за полезное обсуждение и ценные замечания.

Поступило в Редакцию 4/IV 1964 г.
В окончательной редакции 31/VII 1964 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. В. Голашвили. «Атомная энергия», 12, 155 (1962).
2. А. А. Лукьянов, В. В. Орлов. В сб. «Теория и методы расчета ядерных реакторов». М., Госатомиздат, 1962, стр. 179.
3. Б. Спинрад, Ж. Черник, И. Каргольд. В кн. «Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1958)». Избр. докл. иностр. ученых. Т. 2. М., Атомиздат, 1960, стр. 539.
4. В. В. Орлов, Т. В. Голашвили, А. Е. Васкин. В сб. «Нейтронная физика». М., Госатомиздат, 1961, стр. 116.
5. Г. И. Марчук. Методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1964, стр. 418.
6. Л. Дреснер. Резонансное поглощение в ядерных реакторах. М., Госатомиздат, 1962.

УДК 621.039.522

Представление уравнений динамики реактора через обратный период

Н. Г. Челинцев

Как известно [1], динамическое поведение реактора при работе на малой мощности может быть представлено уравнениями

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{l} n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i + S; \quad (1)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{l} n - \lambda_i C_i. \quad (2)$$

Продифференцируем уравнение (1), заменив величину dC_i/dt на ее значение из уравнения (2), и разделим оба уравнения на n . Тогда

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{d^2 n}{dt^2} = \frac{1}{l} \cdot \frac{d\rho}{dt} + \frac{\rho - \beta}{l} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dt} +$$

$$+ \frac{1}{l} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \beta_i - \sum_{i=1}^6 \lambda_i^2 \frac{C_i}{n},$$

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{l} - \lambda_i \frac{C_i}{n}.$$

Заметим, что

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dt} \right) = \frac{1}{n} \cdot \frac{d^2 n}{dt^2} - \left(\frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dt} \right)^2;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{C_i}{n} \right) = \frac{1}{n} \cdot \frac{dC_i}{dt} - \frac{C_i}{n} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dt},$$

где величина dn/ndt — обратный период реактора. Обозначив $dn/ndt = a$, получим окончательно

$$\frac{da}{dt} + a^2 = \frac{1}{l} \cdot \frac{d\rho}{dt} + \frac{\rho - \beta}{l} a + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \beta_i - \sum_{i=1}^6 \lambda_i^2 \frac{C_i}{n}, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{C_i}{n} \right) + \frac{C_i}{n} (a + \lambda_i) = \frac{\beta_i}{l}. \quad (4)$$

При отсутствии источника ($S=0$) уравнение (1) может быть представлено через обратный период непосредственно после деления на n :

$$a = \frac{\rho - \beta}{l} + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \frac{C_i}{n}. \quad (5)$$

В некоторых случаях использование уравнений (3)–(5) вместо уравнений (1) и (2) для нахождения величины a (или $T = 1/a$) позволяет упростить решение. Приведем два простых примера.

1. Формула «обратных часов» получается из уравнений (4) и (5) при условии $\frac{d}{dt} \left(\frac{C_i}{n} \right) = 0$:

$$a = \frac{\rho - \beta}{l} + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{a + \lambda_i}.$$

2. При любом законе изменения реактивности $\rho = \rho(t)$ легко найти величину обратного периода реактора при $S=0$, если принять $l=0$ и заменить шесть групп запаздывающих нейтронов одной группой. Решая совместно уравнения (4) и (5), получаем

$$-\frac{d\rho}{dt} - (\rho - \beta)(a + \lambda) = \beta\lambda,$$

откуда

$$a = \frac{\rho\lambda + \frac{d\rho}{dt}}{\beta - \rho}.$$

Интегрируя уравнение $\frac{dn}{ndt} = a(t)$, можно найти значение n

$$n = n_0 e^{\int a(t) dt}$$

Использование уравнений (3) — (5) дает простое решение и в более сложных случаях, а также при численном интегрировании, если исследуются процессы в реакторе с большим изменением величины n . Для изучения таких процессов по уравнениям (3) — (5) может быть построена модель ядерного реактора. Один из вариантов такой модели описан в работе [2].

На основании уравнений (3) — (5) найдем передаточную функцию реактора, в котором выходной величиной будет величина обратного периода. Для этого дадим переменным ρ , a и C_i/n в уравнениях (3) — (5) малые приращения $\delta\rho$, δa и $\delta(C_i/n)$ и из полученных уравнений вычтем по частям исходные уравнения. В результате получим

$$\frac{d\delta a}{dt} + 2a\delta a + \delta a^2 = \frac{1}{l} \cdot \frac{d\delta\rho}{dt} + \frac{\delta\rho}{l} a + \frac{\delta\rho}{l} \delta a + \frac{\rho - \beta}{l} \delta a - \sum_{i=1}^6 \lambda_i^2 \delta \left(\frac{C_i}{n} \right); \quad (6)$$

$$\frac{d\delta \left(\frac{C_i}{n} \right)}{dt} + \frac{C_i}{n} \delta a + \delta \left(\frac{C_i}{n} \right) \delta a + \delta \left(\frac{C_i}{n} \right) (a + \lambda_i) = 0; \quad (7)$$

$$\delta a = \frac{\delta\rho}{l} + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \delta \left(\frac{C_i}{n} \right). \quad (8)$$

Уравнение (8) соответствует случаю $S = 0$. Из уравнений (6) и (7), пренебрегая членами второго порядка малости, можно получить передаточную функцию подкритического реактора в установившемся состоянии ($a = 0$):

$$W(j\omega) = \frac{\delta a(j\omega)}{\delta\rho(j\omega)} = \frac{1}{l} \cdot \frac{j\omega}{j\omega - \frac{\rho - \beta}{l} - \sum_{i=1}^6 \frac{\lambda_i^2 C_i}{j\omega + \lambda_i}}$$

Но в установившемся состоянии $\frac{C_i}{n} = \frac{\beta_i}{l\lambda_i}$ и, следовательно,

$$W(j\omega) = \frac{1}{l} \cdot \frac{j\omega}{j\omega - \frac{\rho - \beta}{l} - \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{j\omega + \lambda_i}} \quad (9)$$

Для надкритического реактора при установившемся разгоне ($a = \text{const}$) из уравнений (7) и (8) получим

$$W(j\omega) = \frac{\delta a(j\omega)}{\delta\rho(j\omega)} = \frac{1}{l} \cdot \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^6 \frac{\lambda_i C_i}{j\omega + a + \lambda_i}}$$

Но из уравнения (4) следует, что $C_i/n = \beta_i/l(a + \lambda_i)$; это дает

$$W(j\omega) = \frac{1}{l} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{(j\omega + a + \lambda_i)(a + \lambda_i)}} \quad (10)$$

Пределы применимости передаточных функций (9) и (10) определяются величиной $\delta\rho$. Ограничение приращения $\delta\rho$ ограничивает и все остальные приращения, в то время как при выводе обычных передаточных функций требуется еще дополнительное условие малости величины δn [3]. Поэтому пределы применимости передаточных функций (9) и (10) шире, и это дает возможность использовать их в тех случаях, когда обычные передаточные функции применить нельзя.

Рассмотрим в качестве примера осцилляцию реактивности на низкой частоте в критическом реакторе на тепловых нейтронах. Пусть $\delta\rho/\beta = 0,1 \sin \omega t$, $\omega = 0,01 \text{ рад/сек}$. В этом случае из-за большой погрешности нельзя применить обычную передаточную функцию. Непосредственно из выражения (10) получим

$$\delta a \approx 0,008 \sin \omega t.$$

Теперь найдем величину $\delta n/n$, заметив, что

$$\delta a = \frac{1}{n + \delta n} \frac{d(n + \delta n)}{dt} - \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dt} = \frac{1}{1 + \frac{\delta n}{n}} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta n}{n} \right).$$

После интегрирования получим

$$\frac{\delta n}{n} = e^{\int \delta a dt} - 1.$$

В нашем примере

$$\frac{\delta n}{n} = e^{-0,8 \cos \omega t} - 1.$$

В тех случаях, когда в системе имеется измеритель периода реактора, для связи выхода реактора со входом измерителя передаточную функцию измерителя периода можно представить так, что входной величиной в измерителе будет обратный период. Допустим, что имеется измеритель периода, состоящий из последовательно соединенных логарифматора и дифференцирующей цепочки, причем на вход логарифматора поступает сигнал, пропорциональный величине n . Тогда можно написать

$$\delta U_{\text{диф}} = \frac{T_{\text{диф}} p \delta U_{\text{лог}}}{T_{\text{диф}} p + 1} = \frac{k T_{\text{диф}} p \delta \ln n}{T_{\text{диф}} p + 1},$$

где $\delta U_{\text{диф}}$ — напряжение на выходе дифференцирующей цепи; $\delta U_{\text{лог}}$ — напряжение на выходе логарифматора; $T_{\text{диф}}$ — постоянная времени дифференцирующей цепи. Но $p \delta \ln n = \delta p \ln n = \delta a$ и, следовательно,

$$\delta U_{\text{диф}} = \frac{k T_{\text{диф}} \delta a}{T_{\text{диф}} p + 1},$$

откуда

$$W(j\omega) = \frac{\delta U_{\text{диф}}(j\omega)}{\delta a(j\omega)} = \frac{k T_{\text{диф}}}{T_{\text{диф}} j\omega + 1}$$

При выводе передаточной функции измерителя периода, на вход которого поступает сигнал, пропорциональный $\delta n/n$, приходится делать ограничение $\delta n \ll n$ [3]. В нашем случае на входную величину не накладывается никаких ограничений.

Поступило в Редакцию 2/IV 1964 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Ш у л ь ц. Регулирование энергетических ядерных реакторов. М., Изд-во иностр. лит., 1957.
2. J. Franz, N. Simic. IRE Trans., Nucl. Sci., 4, No. 1, 11—14 (1957).
3. А. Р. Мирзоян, И. Н. Бриккер. «Атомная энергия», 15, 74 (1963).

УДК 621.039.553.3

Учет влияния давления на теплоотдачу при пузырьковом кипении жидких металлов

В. М. Боришанский, К. А. Жохов

Для изучения теплоотдачи при кипении жидкометаллических теплоносителей был проведен ряд экспериментов [1—7]. При этом установлено, что коэффициент теплоотдачи при кипении жидких металлов, так же как и для неметаллических жидкостей, зависит от физических свойств теплоносителей на линии насыщения, удельной тепловой нагрузки и давления (или температуры) насыщения. Учитывая, что физические свойства на линии насыщения являются однозначной функцией давления, можно написать

$$\alpha = Aq^n f(p). \quad (1)$$

Здесь α — коэффициент теплоотдачи; A — постоянный коэффициент для данного сочетания поверхности нагрева и теплоносителя; q — удельная тепловая нагрузка; p — давление насыщения; n — показатель степени.

На основании опубликованных опытных данных для пузырькового кипения жидких металлов при отсутствии на поверхности нагрева дополнительных термических сопротивлений (например, окислов), так же как и для неметаллических жидкостей, можно в первом приближении принять $n = 0,7$. Сложнее выявить влияние давления на теплоотдачу. Сравнительно небольшое число и значительный разброс опытных точек не позволяют установить зависимость коэффициента теплоотдачи от давления непосредственно из экспериментальных данных, полученных различными авторами в узких диапазонах исследованных режимных параметров. Поэтому для установления более общей зависимости ниже дается обобщение опытов различных авторов на основе привлечения закона соответственных состояний.

Общие основы применения закона соответственных состояний в теплопередаче изложены в работах [8, 9]. В работе [9] одним из авторов статьи в критериях термодинамического подобия выполнено обобщение физических свойств различных веществ (не металлов) на линии насыщения, а также опытных данных по теплоотдаче в критическом нагрузкам при кипении неметаллических жидкостей в большом объеме. В работе [1] показана возможность обобщения физических свойств жидких металлов на основе термодинамического подобия физических свойств теплоносителей. Отсюда можно сделать вывод о практической целесообразности обобщения опытных данных по теплоотдаче при кипении жидкометаллических теплоносителей на основе присоединения к системе уравнений, описывающей явление кипения, уравнений закона соответственных состояний физических свойств.

В соответствии с работой [9] обобщение проводится в координатах

$$\frac{\alpha_p^*}{\alpha_{p_*}^*} = f(p/p_{кр}), \quad (2)$$

где $\alpha_p^* = \frac{\alpha}{q^n}$ — значение характеристики при рассматриваемом давлении p ; $\alpha_{p_*}^*$ — значение характеристики при реперном давлении $p_* = 0,003 p_{кр}$; $p_{кр}$ — критическое давление.

При такой обработке можно сопоставить данные по теплоотдаче при пузырьковом кипении металлических и неметаллических жидкостей.

На рисунке в координатах (2) сопоставлены опытные данные по теплоотдаче при кипении ртути [5], ртуть-магниевого амальгам [3, 5] и натрия [4]. Здесь же для сравнения нанесены данные по теплоотдаче к кипящей воде [10—14]. Основные параметры использованных для обобщения опытных данных приведены в таблице.

Значение масштабной характеристики теплоотдачи $\alpha_{p_*}^*$ берется по опытной кривой $\alpha = f(q)$ при реперном давлении p_* .

За масштаб давления в отличие от обобщения, сделанного в работе [9], выбрано значение $\frac{p_*}{p_{кр}} = 0,003$.

Это вызвано тем, что опытные данные по кипению жидких металлов в основном получены для невысоких давлений насыщения.

Как видно из графика, во всей области относительных давлений $p/p_{кр}$ опытные данные для воды и металлических жидкостей согласуются. В интервале относительных давлений ($0,0001 \leq p/p_{кр} \leq 0,1$), охваченном экспериментом по изучению кипения жидких металлов, экспериментальные точки располагаются вблизи прямой линии (в логарифмических координатах) с наклоном 0,15. Разброс опытных точек не превышает $\pm 30\%$. Таким образом, зависимость теплоотдачи от давления для указанного интервала относительных давлений $p/p_{кр}$ в первом приближении можно принять близкой к степени 0,15. В этом случае формула (2) примет вид

$$\frac{\alpha_p^*}{\alpha_{p_*}^*} = A_1 (p/p_{кр})^{0,15}. \quad (3)$$

Здесь коэффициент A_1 учитывает масштабное построение графика (см. рисунок):

$$A_1 = (p_*/p_{кр})^{-0,15} = 2,39.$$