УДК 621. 039. 51

Турбулентное течение Куэтта

В. Д. Виленский, В. П. Смирнов

Исследуется течение Куэтта в плоской щели при наличии продольного градиента давления. В зависимости от соотношения между скоростью движения стенки V и величиной и направлением градиента давления dp/dx возможны четыре типа течения.

Обозначим трение на подвижной стенке через τ_1, на неподвижной — через τ_2. Примем, что $V>0$. Указанные типы течения характеризуются следующими соотношениями:

I. $\frac{dp}{dx}<0,\ \tau_1<0,\ \tau_2<0$; II. $\frac{dp}{dx}<0,\ \tau_1>0,\ \tau_2<0$;

III. $\frac{dp}{dx}>0,\ \tau_1>0,\ \tau_2<0$;

IV. $\frac{dp}{dx}>0,\ \tau_1>0,\ \tau_2>0$.

Используя гипотезу Буссинеска и выразив турбулентную вязкость ε через

$$\frac{\varepsilon}{v^*}=\varkappa\frac{y\,(h-y)}{h},$$

где $v^*=\sqrt{\frac{|\tau_1|}{\varrho}}$, получим уравнение для определения профиля скорости

$$\bar{v}^*=\frac{v^*h}{\nu}=\pm\varkappa Y\,(1-Y)\frac{d\bar{u}}{dY}. \qquad (1)$$

Здесь $\bar{u}=\frac{uh}{\nu}$ и $Y=\frac{y}{h}$, где u — текущая скорость в щели; h — расстояние между стенками; координа-

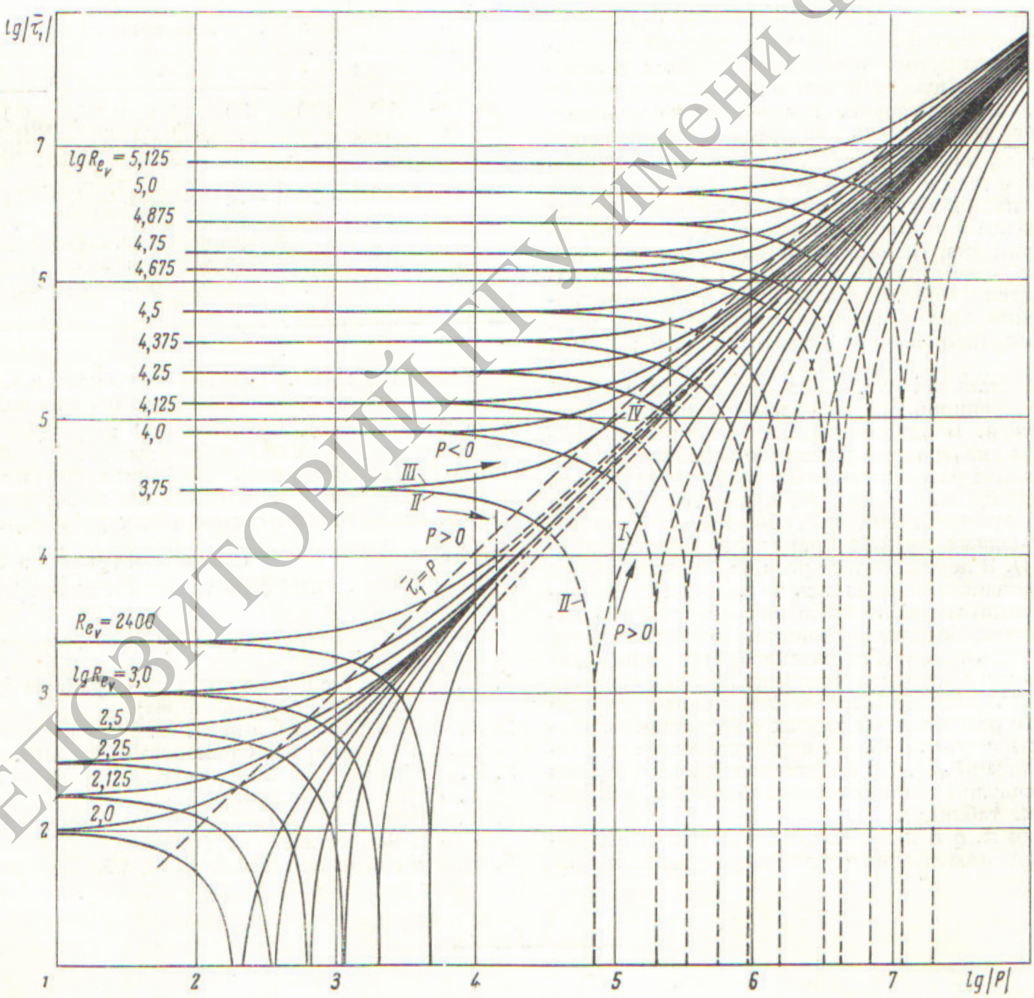

Рис. 1. Зависимость $\lg|\bar{\tau}_1|$ от $\lg|P|$ при постоянном Re_V.

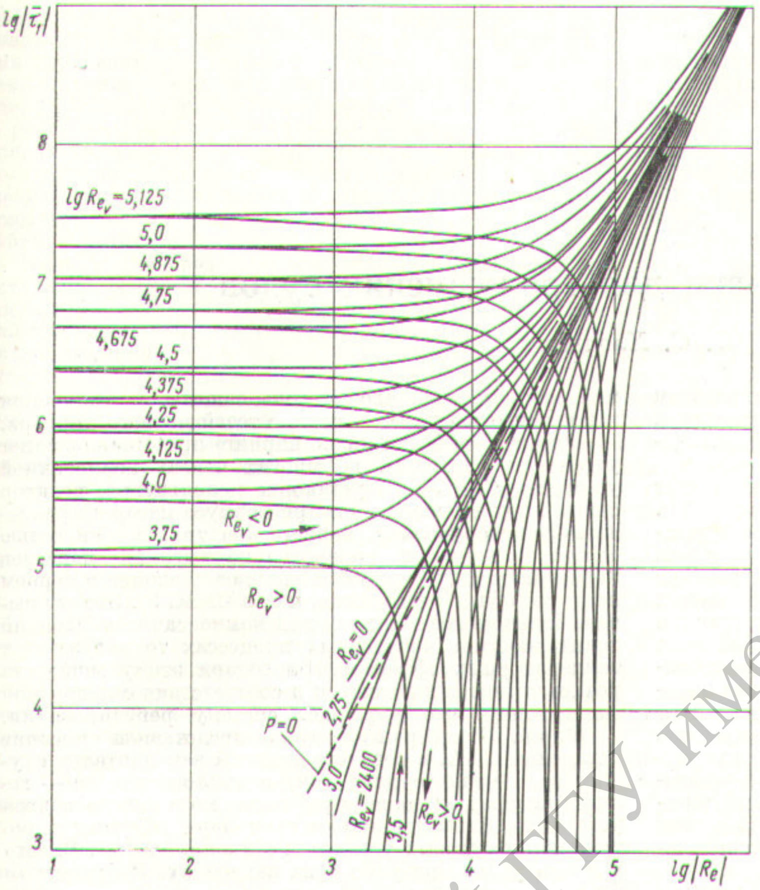

Рис. 2. Зависимость $\lg|\bar{\tau}_1|$ от $\lg|Re_V|$ при постоянном Re_V.

та y отсчитывается от неподвижной стенки; $\varkappa$ — эмпирическая постоянная.

Примем, что трение в щели меняется по линейному закону. Если на стенке оно отлично от нуля, то с достаточной степенью точности можно считать, что в пределах ламинарного подслоя у этой стенки профиль скорости линейный. Интегрируя в этих предположениях уравнение (1), для каждого типа течения получим профиль скорости и уравнение сопротивления. В полученные соотношения входят две эмпирические постоянные α и $\varkappa$, которые определяются из частных случаев течения Куэтта — течения в плоском прямолинейном канале с неподвижными стенками и простого течения Куэтта ($p=0$).

Если τ близко к нулю, то линейный закон распределения скоростей в ламинарном подслое не соблюдается. В этом случае используем квадратичный профиль скорости в подслое, определенный из уравнений Навье — Стокса.

Связь между P и Re_V, соответствующими $\tau_1=0$, определяется соотношением

$$\frac{\sqrt{P}}{\varkappa}\left(\ln\frac{1-\sqrt{1-\frac{\alpha}{\sqrt{P}}}}{1+\sqrt{1-\frac{\alpha}{\sqrt{P}}}}-\ln\frac{1-\sqrt[6]{\frac{2\alpha^2}{P}}}{1+\sqrt[6]{\frac{2\alpha^2}{P}}}\right)+Re_V-\sqrt[3]{\frac{\alpha^4P}{2}}-\alpha\sqrt{P}=0.$$

Критерии P и Re_V определяются как

$$P=-\frac{dp}{dx}\,\frac{h^3}{\mu\nu};\quad Re_V=\frac{Vh}{\nu}.$$

Аналогичное соотношение получается для $\tau_2=0$.

Зависимость $\bar{\tau}_1=\frac{\tau_1 h^2}{\mu\nu}$ от Re_V и P была получена путем численного решения уравнения сопротивления для каждого из типов течений. Результаты приведены на рис. 1. На рис. 2 даны результаты пересчета характеристик течения Куэтта на параметры Re_V и $Re=\frac{u_{\text{ср}}h}{\nu}$, где $u_{\text{ср}}$ — средняя скорость в щели.

14/3090

Статья поступила в Редакцию 14/IX 1964 г., аннотация — 15/III 1965 г.