

УДК 535.41

ЛОКАЛЬНЫЕ СПЕКТРЫ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТОТ БЕССЕЛЕВЫХ ПУЧКОВ

В.Н. Белый, Н.С. Казак, Н.А. Хило, П. И. Ропот, Р.Ю. Васильев

Институт физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси, Минск

LOCAL SPECTRA OF SPATIAL FREQUENCIES OF BESSEL BEAMS

V.N. Belyi, N.S. Kazak, N.A. Khilo, P.I. Ropot, R.Yu. Vasilyev

B.I. Stepanov Institute of Physics of NAS Belarus, Minsk

Исследованы локальные пространственные спектры фрагментов бесселевых пучков, выделенных радиально-смещенными круговыми диафрагмами. Теоретически и экспериментально показано, что в случае, когда круговая диафрагма расположена на оси бесселева пучка нулевого порядка или включает его центральный максимум, то спектр такого фрагмента бесселева пучка является кольцевым. При смещении диафрагмы за пределы осевого максимума спектр становится дуговым. Установлено, что обнаруженные свойства пространственных спектров имеют место независимо от метода и оптической схемы формирования бесселевых пучков.

Ключевые слова: бесселев световой пучок, локальный пространственный спектр, кольцевые и дуговые спектры.

Local spatial spectra of Bessel beams fragments limited by the radial-shifted circular diaphragms have been investigated. It has been shown theoretically and experimentally that in case when circular diaphragm is placed on the axis of zero-order Bessel beam or includes its central maximum, the spectrum of such Bessel beam fragment is annular. When shifting the diaphragm behind the limits of the axial maximum, the spectrum takes the form of an arc. It has been established that the detected properties of spatial spectra occur independently of the technique and optical scheme of Bessel beams formation.

Keywords: Bessel light beam, local spatial spectrum, annular and arc spectra.

Введение

Важной характеристикой световых пучков является структура их спектра пространственных частот (ПЧ). Вид спектра ПЧ дает представление о пространственно-угловом строении световых пучков, а также позволяет наглядно интерпретировать различные линейные и НЛ процессы с их участием. Известная кольцевая структура пространственного спектра БСП имеет наглядное объяснение, если исходить из модели БСП как набора плоских волн, волновые векторы которых покрывают поверхность кругового конуса. Данная модель была предложена в работе [1], в которой для получения БСП использовалась узкая кольцевая диафрагма размещенная в передней фокальной плоскости линзы и освещаемая плоской волной. Предполагается, что суперпозиция плоских волн в такой схеме генерируется точечными источниками, расположенными в пределах кольцевой диафрагмы. В случае расположения диафрагмы вне фокуса линзы [2] бесселев пучок может быть описан как изображение в линзе суперпозиции сферических волн, формируемых некоторым эффективным круговым источником в плоскости объекта. В схеме получения БСП на основе аксиконов, возникновение суперпозиции плоских волн можно проследить при анализе дифракционного интеграла методом стационарной фазы. Наконец, в базисе строгих решений уравнения Гельмгольца бесселев пучок может

быть представлен в виде суперпозиции конических пучков, описываемых функцией Ханкеля нулевого и первого порядка, соответствующих сходящейся и расходящейся цилиндрическим волнам [3].

Отметим, что круговая структура спектра ПЧ бесселевых пучков естественно следует из перечисленных моделей, описывающих их внутреннюю структуру. Сказанное, однако, относится к интегральному спектру ПЧ, т. е. спектру, полученному для всего пучка. Именно такой спектр формируется стандартной экспериментальной схемой, использующей Фурье-преобразующую линзу (рисунок 1). В фокальной плоскости σ линзы L , формируется кольцевое поле радиусом $R = F\gamma$, где F – фокальная длина, γ – угол конуса бесселева пучка. Из рисунка 1 видно, что данная схема формирует интегральный пространственный спектр, который является характеристикой пучка в целом. Интегральный спектр проявляется экспериментально в пространственно нелокализованных физических процессах, таких как векторные взаимодействия при ГВГ или параметрической генерации света [4], [5]. Однако, по-видимому, большинство линейных и НЛ процессов с участием БСП являются в той или иной мере пространственно локализованными. Соответственно, их протекание будет зависеть в большей степени от структуры локального спектра ПЧ.

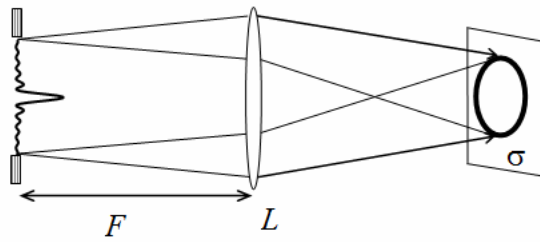


Рисунок 1 – Оптическое Фурье-преобразование бesselевых пучков

Поэтому задачей настоящей работы является исследование локальных спектров ПЧ бesselевых пучков, формируемых схемой оптического преобразования Фурье с дополнительной произвольно локализованной ограничивающей апертурой.

1 Схема с Фурье-преобразованием кольцевого поля

Рассмотрен случай, когда ограничивающая апертура имеет круговую форму, а ее центр расположен на произвольном расстоянии от оптической оси пучка. Оптическая схема эксперимента, которая использовалась для изучения локальных спектров БП, показана на рисунке 2.

Проведем расчет данной схемы. Поле в выходной плоскости имеет вид Фурье – преобразования

$$a(\vec{r}) = -\frac{i}{\lambda F_2} \int a_1(\vec{r}_1) \sigma(\vec{r}_1) \exp\left(-\frac{ik_0 \vec{r}_1 \vec{r}}{F_2}\right) d^2 r_1, \quad (1.1)$$

где $a_1(\vec{r}_1)$ – поле, создаваемое диафрагмой в фокальной плоскости линзы 1, $\sigma(\vec{r}_1)$ – функция пропускания смещенной диафрагмы. Поле $a_1(\vec{r}_1)$ является, в свою очередь, преобразованием Фурье поля во входной плоскости, т.е.

$$a_1(\vec{r}_1) = -\frac{i}{\lambda F_2} \int \tau(\vec{r}_2) \exp\left(-\frac{ik_0 \vec{r}_1 \vec{r}_2}{F_2}\right) d^2 r_2, \quad (1.2)$$

где $\tau(\vec{r}_2)$ – функция пропускания кольцевой диафрагмы.

Из (1.1) и (1.2) следует

$$a(\vec{r}) = -\frac{i}{\lambda F_1} \int \tau(\vec{r}_1) \tilde{\sigma}\left(\vec{r} + \frac{F_2 \vec{r}_1}{F_1}\right) d^2 r_1, \quad (1.3)$$

где $\tilde{\sigma}(\vec{r})$ – Фурье преобразование функции пропускания смещенного круга.

Функция $\tilde{\sigma}(\vec{r})$ имеет известный вид

$$\tilde{\sigma}(\vec{r}) = -\frac{ir_0}{r} J_1\left(\frac{k_0 r_0 r}{F_2}\right) \exp\left(-\frac{ik_0 \vec{\rho}_0 \vec{r}}{F_2}\right) \quad (1.4)$$

где $\vec{\rho}_0 = (\rho_0, \varphi_0)$ – вектор смещения диафрагмы (см. рисунок 1). Подставляя (1.4) в (1.3), получим

$$a(\rho, \varphi) = \frac{-r_0}{\lambda F_1 F_2} \int_0^{2\pi} \int \tau(\rho_1) \frac{J_1(k_0 r_0 S(\rho, \rho_1, \varphi, \varphi_1))}{S(\rho, \rho_1, \varphi, \varphi_1)} \cdot \exp\left[\frac{ik_0 \rho_0 [\rho_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \rho \cos(\varphi - \varphi_0)]}{-F_1}\right] \rho_1 d\rho_1 d\varphi_1, \quad (1.5)$$

$$S(\rho, \rho_1, \varphi, \varphi_1) = \sqrt{\frac{\rho^2 + \rho_1^2}{F_2^2} + \frac{2\rho\rho_1}{F_1 F_2} \cos(\varphi - \varphi_1)},$$

$J_1(x)$ – функция Бесселя первого порядка, R_{in} – радиус кольцевой диафрагмы.

Пренебрегая в (1.6) влиянием конечной ширины кольцевой диафрагмы, положим $\tau_0(\rho) = R_{in} \delta(\rho - R_{in})$. Тогда

$$a(\rho, \varphi) = -\frac{r_0 R_{in}^2}{\lambda F_1 F_2} \int_0^{2\pi} \frac{J_1(k_0 r_0 S(\rho, R_{in}, \varphi, \varphi_1))}{S(\rho, R_{in}, \varphi, \varphi_1)} \cdot \exp\left[\frac{ik_0 \rho_0 [R_{in} \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \rho \cos(\varphi - \varphi_0)]}{-F_1}\right] d\varphi_1. \quad (1.6)$$

Кольцевая диафрагма D диаметром 12 мм и шириной кольца 80 мкм размещалась в передней фокальной плоскости ($F_1 = 50$ см) линзы L_1 . В окрестности задней фокальной плоскости линзы формируется, как известно [1], бesselев пучок (рисунок 3). Диафрагма S с круговым отверстием радиусом r_0 равным 185 мкм, центр которой расположен в точке с цилиндрическими координатами (ρ_0, φ_0) ориентировалась перпендикулярно оптической оси схемы в зоне существования бesselева пучка. Линза L_2 ($F_2 = 20$ см) формировала локальный Фурье-спектр бesselева пучка, двумерное распределение интенсивности которого измерялось CCD – матрицей.

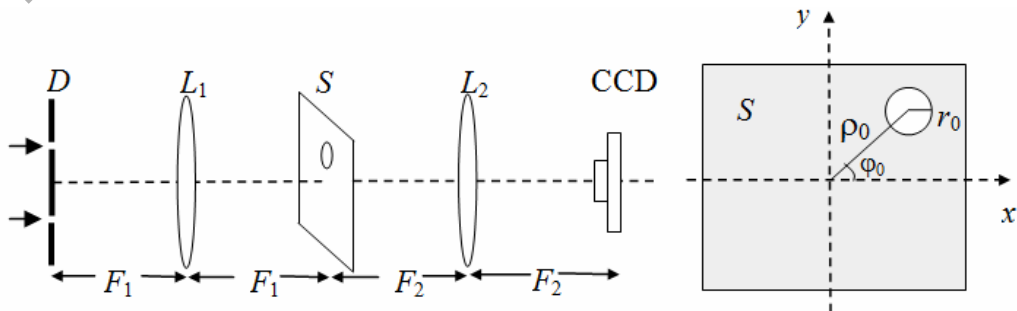


Рисунок 2 – Оптическая схема для измерения локального пространственного спектра бesselева пучка, формируемого кольцевой диафрагмой. D – кольцевая диафрагма, $L_{1,2}$ – Фурье – преобразующие линзы, S – экран с круговым отверстием

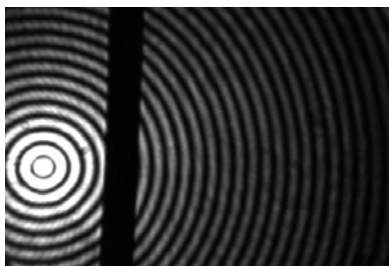


Рисунок 3 – Фрагмент бesselева пучка, формируемого в фокальной плоскости линзы L_1 . Для оценки характерных пространственных размеров показана темная полоса, шириной 80 мкм

На рисунке 3 показаны результаты измерений спектра ПЧ, полученные при различных положениях круговой диафрагмы относительно оптической оси.

Из рисунка видно, что локальный спектр ПЧ бesselева пучка радикально изменяется при смещении зоны локализации вне оптической оси. Полное кольцо трансформируется в пару дуг, угловой размер которых постепенно уменьшается. Ориентация оси максимальной интенсивности спектра при этом совпадает с направлением смещения круговой диафрагмы. В эксперименте, соответствующем рисунку 4, азимутальный угол φ_0 равен нулю.

Проводилось численное моделирование экспериментальной схемы на рисунке 2, используя формулу (1.7). Результаты расчета интенсивности в спектре приведены на рисунке 5. Как видно, имеется хорошее соответствие с экспериментальными измерениями.

Из рисунков видно, что локальный спектр БСП не является, как правило, кольцевым. Исключения составляют случаи, когда центр

ограничивающей диафрагмы расположен на оси пучка или когда смещение невелико, так что центральный максимум не выходит за пределы диафрагмы. Следовательно, кольцевой спектр реализуется только в относительно узкой приосевой зоне пучка. Вдали от центра спектр дуговой, причем азимутальная ориентация дуг поворачивается при повороте диафрагмы относительно оси пучка. Суммирование таких относительно повернутых локальных спектров дает известный интегральный кольцевой спектр.

Приведенные результаты позволяют корректировать известную плосковолновую интерпретацию бesselевых пучков. Речь идет о представлении бesselевых пучков, как состоящих из совокупности плоских волн, волновые векторы которых лежат на поверхности кругового конуса. Ясно, что такая интерпретация не является корректной применительно к произвольной области пучка, за исключением его центральной области. Во внеосевой области пучка волновые векторы плоских волн заполняют лишь часть кругового конуса, ограниченную по азимутальной координате. При достаточном удалении от оси пучка форма спектра ПЧ приближается к двухточечной (рисунки 4, 5), что соответствует приближенно двум плоским волнам.

Более детальное описание указанного изменения спектра можно осуществить, используя графические зависимости максимальной интенсивности от азимутального угла (рисунок 6). Равномерное распределение интенсивности A_0 соответствует несмещенной диафрагме. При наличии смещения возникает модуляция с двумя максимумами, ширина которых уменьшается с увеличением смещения. Отметим также наличие на графиках относительно мелкомасштабной модуляции, происхождение которой пока неясно.

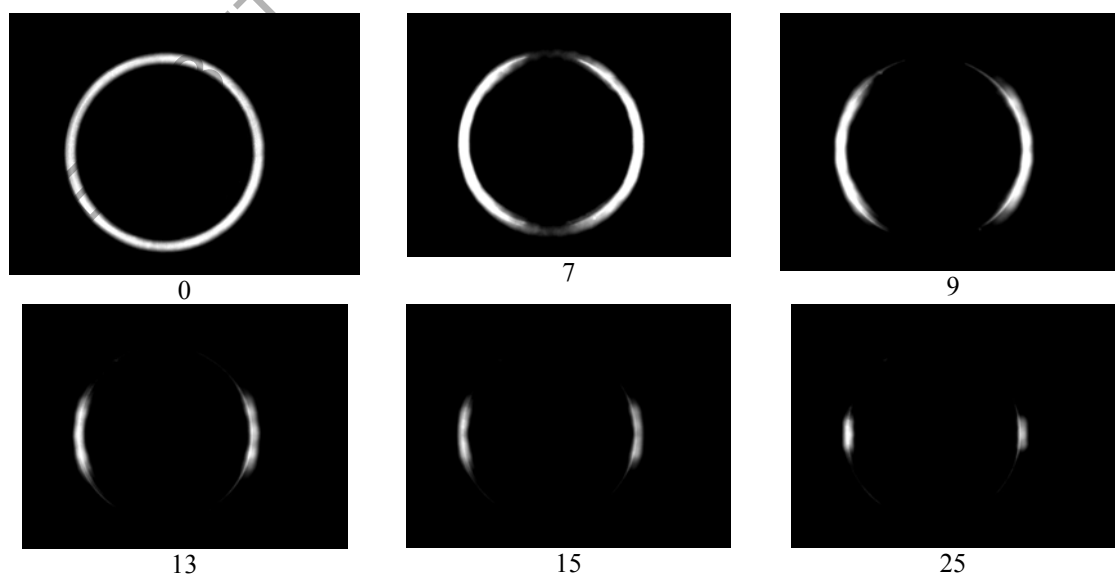


Рисунок 4 – Динамика изменения локального спектра ПЧ бesselева пучка при удалении от его центра. Величина смещения $\rho_0 = (30 \cdot m)$ мкм, где m – номер рисунка

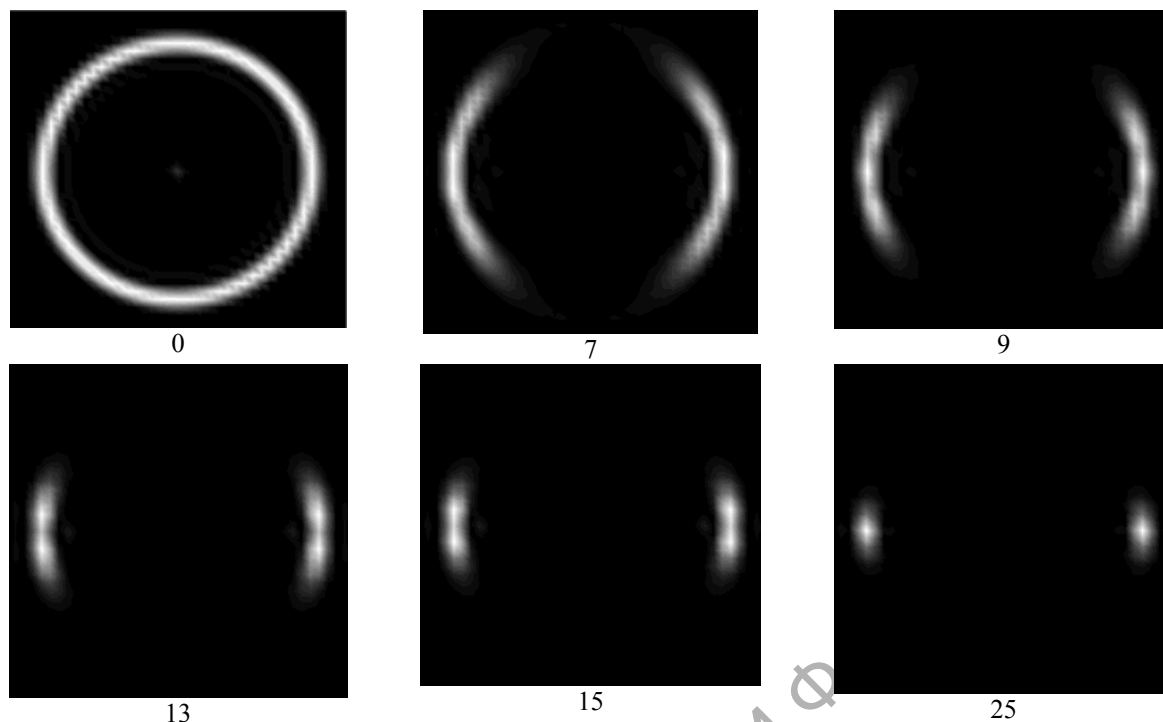


Рисунок 5 – Расчет распределения интенсивности локального спектра ПЧ бesselева пучка. Величина смещения, как на рисунке 4

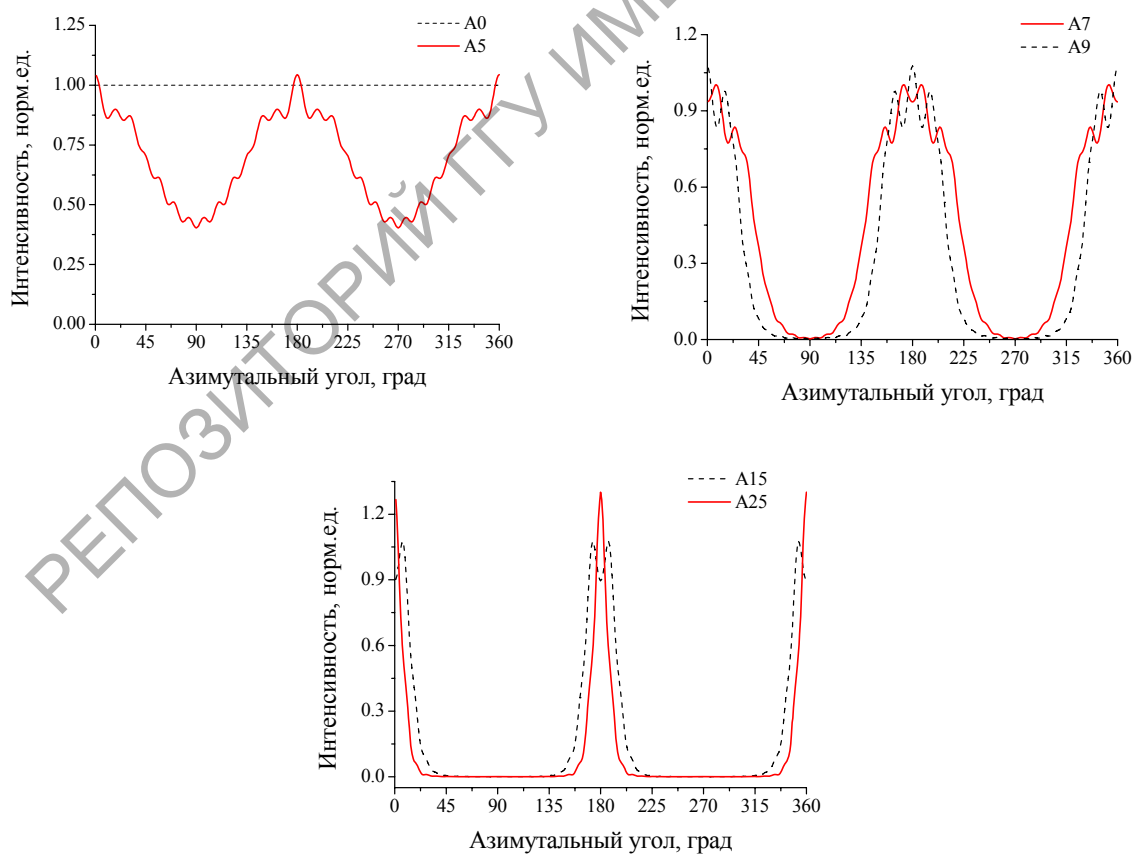


Рисунок 6 – Зависимость максимального значения интенсивности локального пространственного спектра от азимутального угла. Обозначения A0, A5 и т. д. соответствуют изображениям 0, 5, и т.д. на рисунках 4 и 5

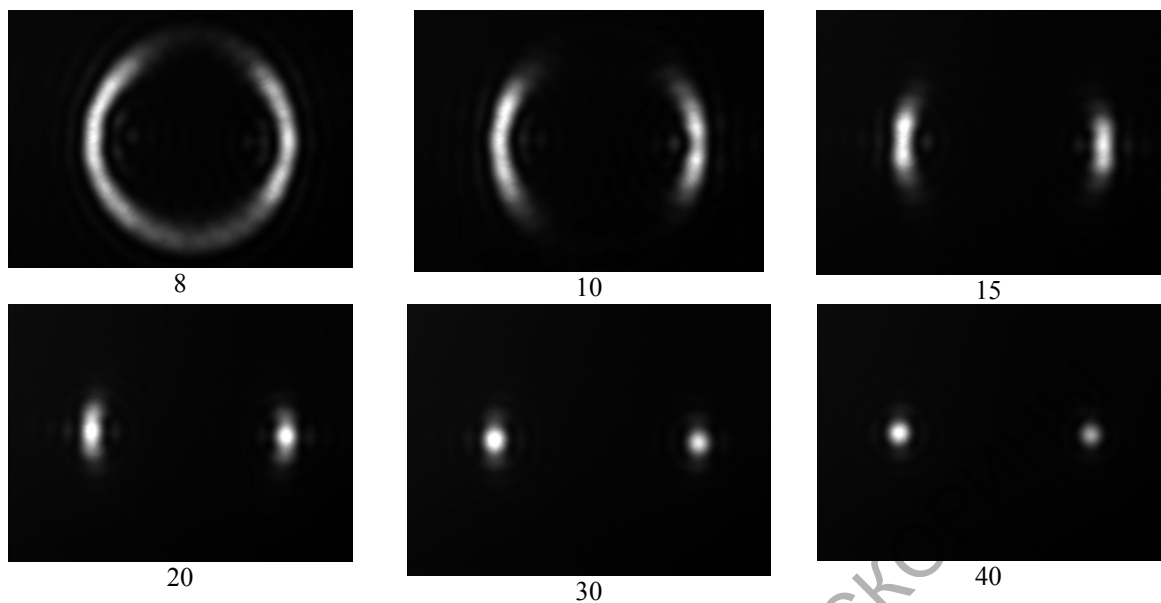


Рисунок 7 – Экспериментальное распределение интенсивности локального спектра ПЧ бesselева пучка, полученного аксиконом. Величина смещения равна номеру под рисунком, умноженному на 30 мкм

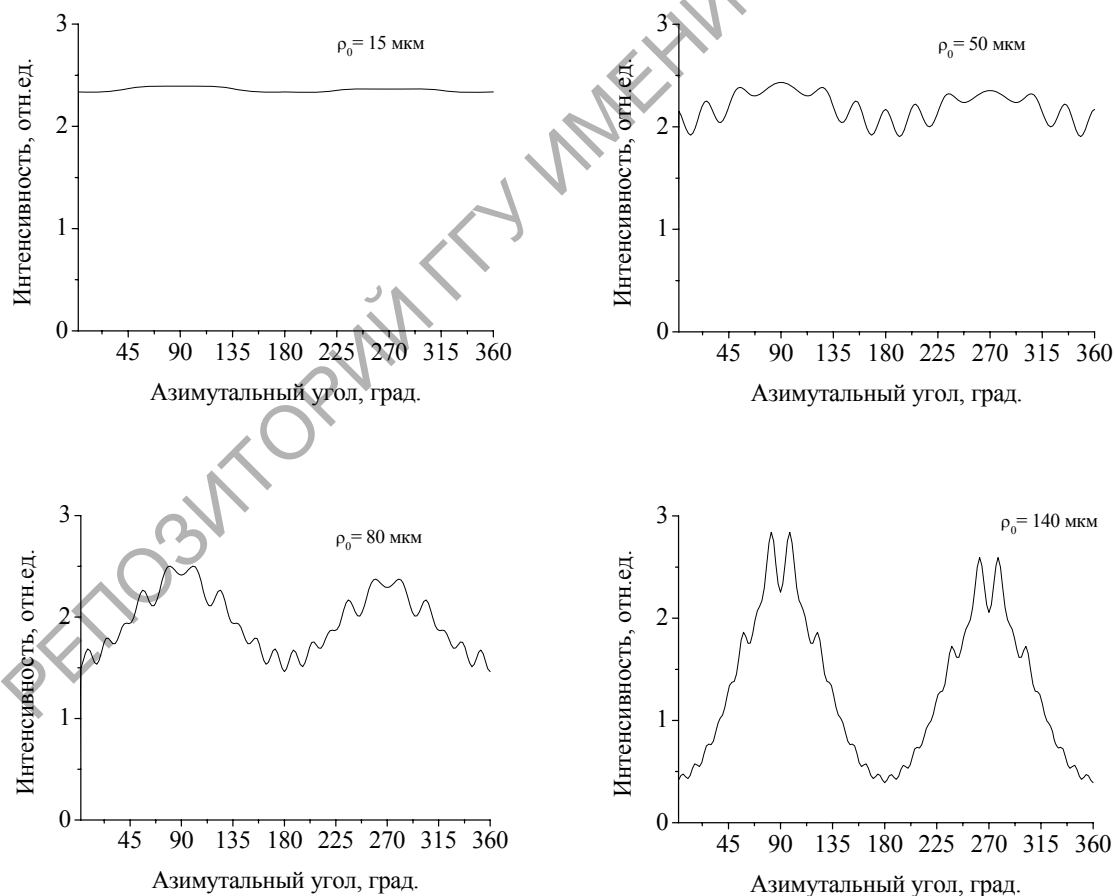


Рисунок 8 – Рассчитанные азимутальные зависимости интенсивности локального спектра БСП, формируемого аксиконом. Случай, когда ось пучка находится в пределах круговой апертуры.

Параметры задачи: угол конусности $\gamma = 0.9$ град, фокальное расстояние линзы $f = 0.3$ м, радиус апертуры $r_0 = 185$ мкм, полуширина $w = 6$ мм

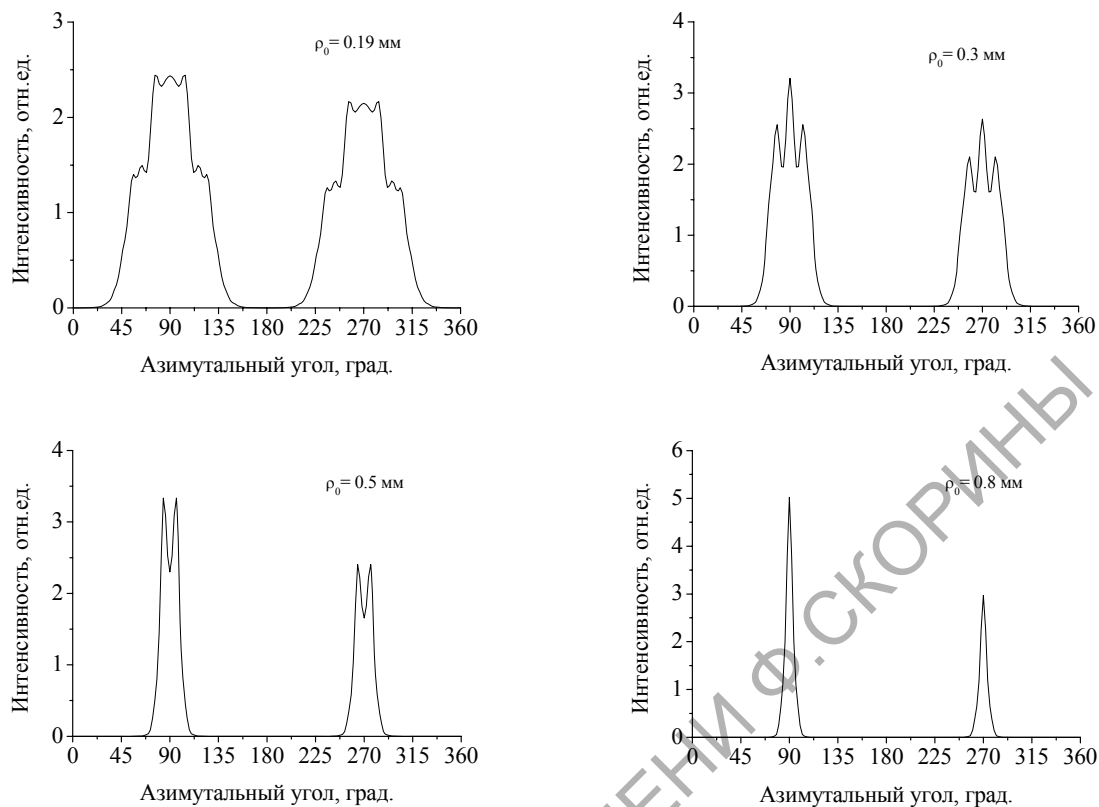


Рисунок 9 – Рассчитанные азимутальные зависимости интенсивности локального спектра БСП, формируемого аксиконом. Случай расположения круговой апертуры вне оси пучка. Параметры задачи: угол конусности $\gamma = 0.9$ град, фокальное расстояние линзы $f = 0.3$ м, радиус апертуры $r_0 = 185$ мкм, полуширина $w = 6$ мм

2 Схема на основе аксикона

Аналогичные исследования были проведены для бесселевых пучков, формируемых аксиконом. Диафрагма S размещалась в области максимального диаметра формируемого БСП. Здесь также наблюдалась трансформация кольцевого спектра в дуговой по мере смещения круговой апертуры (рисунок 9). Отличие здесь состоит в появлении асимметрии дугового спектра, которая увеличивается при увеличении смещения. Объяснение асимметрии состоит в том, что формируемый аксиконом пучок несколько отличается от строго бесселева. Формально это связано с неодинаковым вкладом в дифракционный интеграл двух стационарных точек, что приводит к некоторому отличию сходящейся и расходящейся конических волн, формирующих бесселев пучок. Расчет дифракционного интеграла методом стационарной фазы приводит к следующему выражению для поля, формируемого аксиконом

$$a(\rho, z) = [f_+(\rho, z)J_0(k_0\gamma\rho) - if_-(\rho, z)J_1(k_0\gamma\rho)], \quad (2.1)$$

где
$$f_{\pm}(\rho, z) = \frac{f_1(\rho, z) \pm f_2(\rho, z)}{2},$$

$$f_{1,2}(\rho, z) = \sqrt{1 \pm \frac{\rho}{\gamma z}} \exp\left(-\frac{(\gamma z \pm \rho)^2}{w^2}\right).$$

Расчет спектра проводился в предположении, что поле за аксиконом описывается формулой

$$a(\rho, \varphi) = 2\pi \int_0^{r_0-\rho_0} a(\rho_1, z) J_0\left(\frac{k_0\rho\rho_1}{F}\right) \rho_1 d\rho_1 + \int_{r_0-\rho_0}^{r_0+\rho_0} a(\rho_1, z) D(\rho, \rho_1, \varphi) \rho_1 d\rho_1, \quad (2.2)$$

где

$$D(\rho, \rho_1, \varphi) = \int_{\varphi_0-\Delta\varphi(\rho_1)}^{\varphi_0+\Delta\varphi(\rho_1)} \exp\left(-\frac{ik_0\rho\rho_1}{F} \cos(\varphi - \varphi_1)\right) d\varphi_1,$$

$$\Delta\varphi(\rho) = \arccos\left[\frac{\rho^2 + \rho_0^2 - r_0^2}{2\rho_0\rho}\right].$$

Формула (2.2) применима, когда $\rho_0 < r_0$. При $\rho_0 > r_0$ использовалась формула

$$a(\rho, \varphi) = \int_{\rho_0-r_0}^{\rho_0+r_0} a(\rho_1, z) D(\rho, \rho_1, \varphi) \rho_1 d\rho_1. \quad (2.3)$$

Результаты расчета двумерного распределения интенсивности показаны на рисунке 7. На рисунках 8 и 9 приведены одномерные графики, соответствующие максимальному значению интенсивности. Направление смещения круговой апертуры $\varphi_0 = 90$ град. Как видно, для приосевого расположения апертуры (рисунки 7, 8) с

увеличением ρ_0 имеет место, как и ранее, постепенная трансформация однородного кольцевого поля в две дуги. При внеосевом расположении апертуры (рисунки 7, 9) азимутальная неоднородность спектра ярко выражена. При этом действительно наблюдается асимметрия интенсивности двух дуг. Данная асимметрия, как видно, более существенна на периферии БСП (рисунок 9), чем в его центральной области (рисунок 8). Это в точности согласуется с изученной ранее структурой поля за аксиконом. А именно, вклад компоненты, содержащей БСП первого порядка возрастает при удалении от оси пучка.

Заключение

Таким образом, локальные пространственные спектры фрагментов бesselевых пучков, выделяемых радиально смещенными круговыми диафрагмами существенно отличаются от кольцевых. Данный вывод справедлив для случаев, когда исходный БСП формировался в схеме с круговой диафрагмой или аксиконом. Данное свойство локальных спектров необходимо принимать во внимание при интерпретации экспериментальных результатов, полученных с применением бesselевых пучков. Простейшим примером является задача профилометрии цилиндрических поверхностей коническими пучками [6], [7]. В случае, когда цилиндр смещен относительно оси пучка, то изменение локального углового спектра приведет к азимутальной модуляции интенсивности поля на его поверхности. При достаточно больших смещениях часть цилиндрической поверхности будет полностью неосвещенной. Второй пример связан с использованием БСП для локализации и манипуляции набором микрочастиц. Эффективность манипулирования набором частиц при этом может существенно зависеть от восстановления поля, экранированного частицами [8]. Из рассмотрения локальных спектров БСП следует, что условия восстановления поля за данной частицей в присутствии других частиц будут изменяться при изменении места расположения частицы относительно оси пучка.

Отметим также, что представляет интерес исследование локальных спектров не только единичных бesselевых пучков, но и их суперпозиций, включая БСП высших порядков [9], а также пучков бesselева типа, у которых угол конуса зависит от расстояния [10].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Durnin, J.* Exact solution for nondiffracting beams. I. The scalar theory / J. Durnin // *J. Opt. Soc. Am.* – 1987. – В 4. – P. 651.
2. *Bouchal, Z.* Bessel beams in the focal region / Z. Bouchal, J. Wagner, M. Olivik // *Opt. Eng.* – 1995. – Vol. 34. – P. 1680–1688.
3. *Chavez-Cerda, S.* Nondiffracting beams: travelling, standing, rotating and spiral waves / S. Chavez-Cerda, G.S. McDonald, G.H.C. New // *Opt. Commun.* – 1996. – № 123. – P. 225–233.
4. *Belyi, V.N.* Frequency conversion of Bessel light beams in nonlinear crystals / V.N. Belyi, N.S. Kazak, N.A. Khilo // *Quantum Electron.* – 2000. – № 30. – P. 753–766.
5. *Angular distribution of second harmonic radiation generated by Bessel beam* / R. Gadonas [et al.] // *Opt. Commun.* – 1999. – № 167. – P. 299–309.
6. *Grazing-incidence interferometry applied to the measurement of cylindrical surfaces* / T. Dresel [et al.] // *Opt. Eng.* – 1995. – № 34. – P. 3531–3535.
7. *Conical beam-based laser profilometer for testing roller bearings* / N. Khilo [et al.] // *Proc. SPIE.* – 2007. – № 6616. – P. 66162L–01 – 66162L–08.
8. *McGloin, D.* Bessel beams: diffraction in a new light / D. McGloin, K. Dholakia // *Contemp. Phys.* – 2005. – № 46. – P. 15–28.
9. *Generating superpositions of higher-order Bessel beams* / R. Vasilyeu [et al.] // *Opt. Express.* – 2009. – № 17. – P. 23389–23395.
10. *Bessel-like beams with z-dependent cone angles* / V. Belyi [et al.] // *Opt. Express.* – 2010. – № 18. – P. 1966–1973.

Поступила в редакцию 18.04.11.