

УДК 539.12

## НОВЫЙ ПОДХОД К УЧЕТУ ПОПРАВОК НА МАССУ МИШЕНИ В СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЯХ НУКЛОНА

В.И. Лашкевич, О.П. Соловцова

*Международный центр перспективных исследований,  
Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Гомель*

## NEW APPROACH TO TARGET MASS CORRECTIONS IN THE NUCLEON STRUCTURE FUNCTIONS

V.I. Lashkevich, O.P. Solovtsova

*International Center for Advanced Studies,  
P. Sukhoi Gomel State Technical University, Gomel*

Получены новые выражения для физических структурных функций неупругого лептон-адронного рассеяния, в которых учтена их зависимость от массы мишени и которые согласуются со спектральным свойством. Показано, что массовые поправки к структурным функциям, рассчитанные новым методом, заметно отличаются от результатов, полученных стандартным методом Джорджи-Политцера и в рамках подхода Стеффенса-Мельничука.

**Ключевые слова:** неупругое лептон-адронное рассеяние, структурные функции, поправки на массу мишени.

New expressions for physical structured functions of the inelastic lepton-hadron scattering which contain a dependence on a target mass and are in agreement with the spectral property, are obtained. We demonstrate that target mass corrections to structure functions calculated by using the new method noticeably differ from the standard Georgi-Politzer method, as well as from the Steffens-Melnitchouk approach.

**Keywords:** inelastic lepton-hadron scattering, structure function, target mass corrections.

### Введение

При анализе процесса неупругого лептон-адронного рассеяния широко используется метод операторного разложения. В работе [1] этот метод был применен в целях учета поправок на массу мишени в структурных функциях нуклона. Такой метод включения в рассмотрение массовых поправок называют методом Джорджи-Политцера (или  $\xi$ -скейлинга). Было установлено, что при  $Q^2$  порядка нескольких ГэВ<sup>2</sup> и менее эффектами, обусловленными наличием массы у мишени, пренебречь нельзя, особенно при больших значениях бёркеновской переменной  $x$ . Однако структурные функции, получаемые методом Джорджи-Политцера, имеют существенный недостаток: при стремлении бёркеновской переменной  $x$  к единице они не стремятся к нулю. Это обстоятельство было отмечено вскоре после опубликования работы [1] и получило название «пороговой проблемы». Эта проблема с момента возникновения и до сих пор широко обсуждается в научной литературе; в одних работах, эта проблема просто констатируется, как известный факт, а в других – ищется способ ее решения.

В работе Соловцова [2] было показано, что пороговая проблема обусловлена тем, что моменты структурных функций, вычисленные в приближении лидирующего твиста, в результате

суммирования рядов не обладают необходимыми аналитическими свойствами по переменной Нахтмана  $\xi$ . Ситуация аналогична той, которая возникает в КХД при суммировании рядов в теории возмущений – появляются призрачные полюса в выражении для инвариантного заряда КХД  $\alpha_s$ . В работе Д.В. Ширкова и И.Л. Соловцова [3] был предложен метод устранения таких особенностей нефизического происхождения, который заключался в наложении вытекающего из представления Челлена-Лемана требования  $Q^2$ -аналитичности. В работе же [2], по сути, такой подход распространен на структурные функции нуклона, которые зависят от двух аргументов, и соответствующие представления, аккумулирующие фундаментальные свойства теории такие, как релятивистская инвариантность, спектральность и причинность, имеют, по сравнению с представлением для одноаргументных функций, более сложный вид. В этой статье рассмотрение основывалось на 4-х мерном интегральном представлении Йоста-Лемана-Дайсона (ЙЛД), которое было предложено в работе [4] для так называемого симметричного случая, а в работе [5] – в более общем случае. Как показано в [2], при использовании представления ЙЛД возникает новая скейлинговая переменная  $\xi_S$ , моменты структурных функций по которой являются аналитическими функциями. При этом условие

спектральности для структурных функций выполняется автоматически и отмеченной выше проблемы при стремлении бёркеновской переменной  $x$  к единице не возникает. Основываясь на идеях и результатах работы [2], авторы настоящей статьи в работе [6] получили новые выражения для структурных функций – с учётом эффектов, обусловленных наличием массы у мишени, но без учета КХД-поправок. В настоящей работе продолжены исследования в этом направлении. Здесь выполнен расчет структурных функций нуклона в приближении лидирующего твиста с учётом наличия массы у нуклона и с учётом КХД-поправок в двухпетлевом приближении.

### 1 Метод Джорджи-Политцера

В приближении лидирующего твиста при учете массы мишени структурные функции нуклона имеют вид (см., например, [7], [8])

$$F_2(x, Q^2) = \frac{x^2}{\xi^2 \cdot r^3} F_2^0(\xi, Q^2) + \frac{6\varepsilon x^3}{r^4} \int_{\xi}^1 \frac{F_2^0(y, Q^2)}{y^2} dy + \frac{12\varepsilon^2 x^4}{r^5} \int_{\xi}^1 dy \int_y^1 \frac{F_2^0(z, Q^2)}{z^2} dz, \quad (1.1)$$

$$F_1(x, Q^2) = \frac{x}{\xi \cdot r} F_1^0(\xi, Q^2) + \frac{\varepsilon x^2}{r^2} \int_{\xi}^1 \frac{F_2^0(y, Q^2)}{y^2} dy + \frac{2\varepsilon^2 x^3}{r^3} \int_{\xi}^1 dy \int_y^1 \frac{F_2^0(z, Q^2)}{z^2} dz, \quad (1.2)$$

$$F_L(x, Q^2) = \frac{x^2}{\xi^2 \cdot r} [F_2^0(\xi, Q^2) - 2\xi F_1^0(\xi, Q^2)] + \frac{4\varepsilon x^3}{r^2} \int_{\xi}^1 \frac{F_2^0(y, Q^2)}{y^2} dy + \frac{8\varepsilon^2 x^4}{r^3} \int_{\xi}^1 dy \int_y^1 \frac{F_2^0(z, Q^2)}{z^2} dz. \quad (1.3)$$

Здесь  $x = \frac{Q^2}{2\nu} = \frac{Q^2}{2q \cdot P}$  – переменная Бёркена,

$r = \sqrt{1 + 4\varepsilon x^2}$ ,  $\varepsilon = \frac{M^2}{Q^2}$ ,  $M$  – масса нуклона,  $\xi$  –

переменная Нахтмана

$$\xi = \frac{2x}{1 + \sqrt{1 + 4x^2\varepsilon}},$$

$$F_1^0(\xi, Q^2) = \lim_{M \rightarrow 0} F_1(x, Q^2)_{x=\xi},$$

$$F_2^0(\xi, Q^2) = \lim_{M \rightarrow 0} F_2(x, Q^2)_{x=\xi},$$

$$F_L^0(\xi, Q^2) = \lim_{M \rightarrow 0} F_L(x, Q^2)_{x=\xi}.$$

Выражение для функции  $F_2^0(x, Q^2)$  в следующем за лидирующим порядке приближении записывается в виде (см., например, [9]):

$$\frac{1}{x} F_2^0(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 \left\{ q(x, Q^2) + \bar{q}(x, Q^2) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ C_{2,q}^1 \left( \frac{x}{y} \right) [q(y, Q^2) + \bar{q}(y, Q^2)] + C_{2,g}^1 \left( \frac{x}{y} \right) \cdot G(y, Q^2) \right] \right\}, \quad (1.4)$$

где

$$C_{2,q}^1(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{1+z^2}{1-z} \left( \ln(1-z) - \frac{3}{4} \right) + \frac{1}{4} (9+5z) \right],$$

$$C_{2,g}^1(z) = [z^2 + (1-z)^2] \cdot \ln \frac{1-z}{z} - 1 + 8z(1-z),$$

$$\int_x^1 f \left( \frac{x}{y} \right) \cdot \frac{dy}{y} q(y) = \int_x^1 \frac{dy}{y} \cdot f \left( \frac{x}{y} \right) \left[ q(y) - \frac{x}{y} q(x) \right] - q(x) \int_0^x f(y) dy,$$

а функции  $q(x, Q^2), \bar{q}(x, Q^2)$  – это функции распределения кварков и антикварков в нуклоне,  $G(x, Q^2)$  – функция распределения глюонов,  $e_q$  – заряды кварков. Соответствующее выражение для продольной структурной функции  $F_L^0(x, Q^2)$  имеет вид

$$\frac{1}{x} F_L^0(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \cdot \sum_q e_q^2 \left\{ \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ C_{L,q}^1 \left( \frac{x}{y} \right) (q(y, Q^2) + \bar{q}(y, Q^2)) + 2 C_{L,g}^1 \left( \frac{x}{y} \right) \cdot G(y, Q^2) \right] \right\}, \quad (1.5)$$

где  $C_{L,q}^1(z) = \frac{8}{3}z$ ,  $C_{L,g}^1(z) = 2z(1-z)$ .

### 2 Новый метод учета массовых поправок

Метод, предложенный в работе Соловцова [2], базируется на интегральном представлении ЙЛД, из которого следует, что естественной скейлинговой переменной является новая переменная

$$\xi_s = x \sqrt{\frac{1 + 4\varepsilon x^2}{1 + 4\varepsilon}},$$

моменты по которым становятся аналитическими функциями в комплексной плоскости  $Q^2$  с разрезом вдоль отрицательной оси. В соответствии с этим методом вместо функции партонного распределения  $F(\xi)$  вводится новая функция

$$F(x, Q^2) = \begin{cases} F(\beta_-) - F(1), & 0 \leq x < \bar{x}, \\ F(\beta_-) - F(\beta_+), & \bar{x} \leq x \leq 1, \end{cases} \quad (2.1)$$

где

$$\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\varepsilon^2}},$$

$$\beta_{\pm} = \frac{x\sqrt{1+4\epsilon x^2}}{1+4\epsilon x^2+4\epsilon^2 x^2} \left( 1+2\epsilon \pm 2\epsilon \sqrt{\frac{1-x^2}{1+4\epsilon x^2}} \right).$$

Функция (2.1) удовлетворяет условию спектральности  $F(x, Q^2) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow 1$ . Отметим, что выражение (2.1) было получено без учета КХД поправок.

На рисунке 1 представлена зависимость структурных функций  $2xF_1(x, Q^2)$  и  $F_2(x, Q^2)$  от переменной  $x$ . В расчетах использовалось партонное распределение модельного вида

$$F(x) = \sqrt{x(1-x)^3},$$

применяемое при обработке экспериментальных данных. Из рисунка 1 видно, что даже при значениях  $Q$  больших, чем масса нуклона, имеется заметное отличие в результатах, полученных различными методами. Отметим, что детальное сравнение можно найти в работе [6].

Модифицируя выражения для структурных функций (1.1)–(1.3) с учетом (2.1), получаем:

$$\begin{aligned} F_2(x, Q^2) &= \frac{x^2}{\beta_-^2 \cdot r^3} F_2^0(\beta_-, Q^2) + \\ &+ \frac{6\epsilon x^3}{r^4} \int_{\beta_-}^1 \frac{F_2^0(y, Q^2)}{y^2} dy + \\ &+ \frac{12\epsilon^2 x^4}{r^5} \int_{\beta_-}^1 dy \int_y^1 \frac{F_2^0(z, Q^2)}{z^2} dz, \\ F_1(x, Q^2) &= \frac{x}{\beta_-^r} F_1^0(\beta_-, Q^2) + \\ &+ \frac{\epsilon x^2}{r^2} \int_{\beta_-}^1 \frac{F_2^0(y, Q^2)}{y^2} dy + \\ &+ \frac{2\epsilon^2 x^3}{r^3} \int_{\beta_-}^1 dy \int_y^1 \frac{F_2^0(z, Q^2)}{z^2} dz, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} F_L(x, Q^2) &= \frac{x^2}{\beta_-^2 r} F_L^0(\beta_-, Q^2) + \\ &+ \frac{4\epsilon x^3}{r^2} \int_{\beta_-}^1 \frac{F_2^0(y, Q^2)}{y^2} dy + \\ &+ \frac{8\epsilon^2 x^4}{r^3} \int_{\beta_-}^1 dy \int_y^1 \frac{F_2^0(z, Q^2)}{z^2} dz \end{aligned}$$

при  $0 \leq x \leq \bar{x}$  и

$$\begin{aligned} F_2(x, Q^2) &= \frac{x^2}{r^3} \left[ \frac{F_2^0(\beta_-, Q^2)}{\beta_-^2} - \frac{F_2^0(\beta_+, Q^2)}{\beta_+^2} \right] + \\ &+ \frac{6\epsilon x^3}{r^4} \int_{\beta_-}^{\beta_+} \frac{F_2^0(y, Q^2)}{y^2} dy + \\ &+ \frac{12\epsilon^2 x^4}{r^5} \int_{\beta_-}^{\beta_+} dy \int_y^1 \frac{F_2^0(z, Q^2)}{z^2} dz, \\ F_1(x, Q^2) &= \frac{x}{r} \left[ \frac{F_1^0(\beta_-, Q^2)}{\beta_-} - \frac{F_1^0(\beta_+, Q^2)}{\beta_+} \right] + \\ &+ \frac{\epsilon x^2}{r^2} \int_{\beta_-}^{\beta_+} \frac{F_2^0(y, Q^2)}{y^2} dy + \\ &+ \frac{2\epsilon^2 x^3}{r^3} \int_{\beta_-}^{\beta_+} dy \int_y^1 \frac{F_2^0(z, Q^2)}{z^2} dz, \\ F_L(x, Q^2) &= \frac{x^2}{r} \left[ \frac{F_L^0(\beta_-, Q^2)}{\beta_-^2} - \frac{F_L^0(\beta_+, Q^2)}{\beta_+^2} \right] + \\ &+ \frac{4\epsilon x^3}{r^2} \int_{\beta_-}^{\beta_+} \frac{F_2^0(y, Q^2)}{y^2} dy + \\ &+ \frac{8\epsilon^2 x^4}{r^3} \int_{\beta_-}^{\beta_+} dy \int_y^1 \frac{F_2^0(z, Q^2)}{z^2} dz. \end{aligned} \quad (2.3)$$

при  $\bar{x} \leq x \leq 1$ .

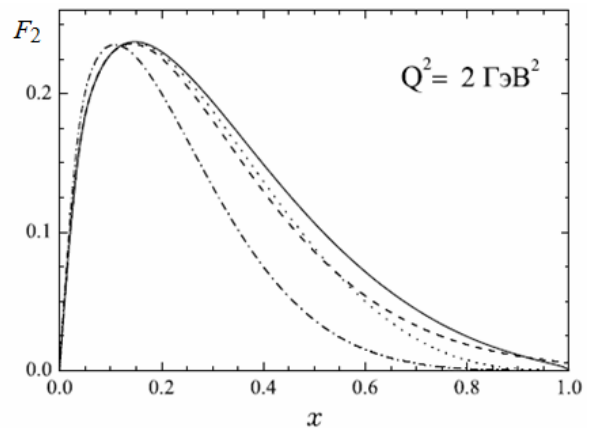
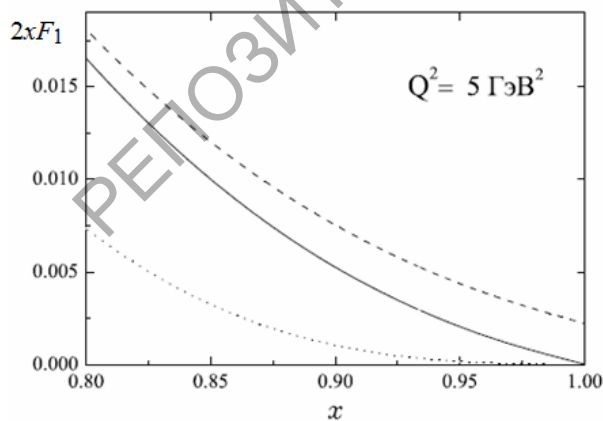


Рисунок 1 – Поведение структурных функций  $2xF_1(x, Q^2)$  (слева) и  $F_2(x, Q^2)$  (справа) от переменной  $x$ .

Сплошная линия соответствует результатам наших расчетов по методу Соловцова;

пунктирная – стандартному методу Джорджи-Политцера [1];

штрих-пунктирная – работе Стеффенса – Мельничука [11].

Партонному распределению соответствуют точки

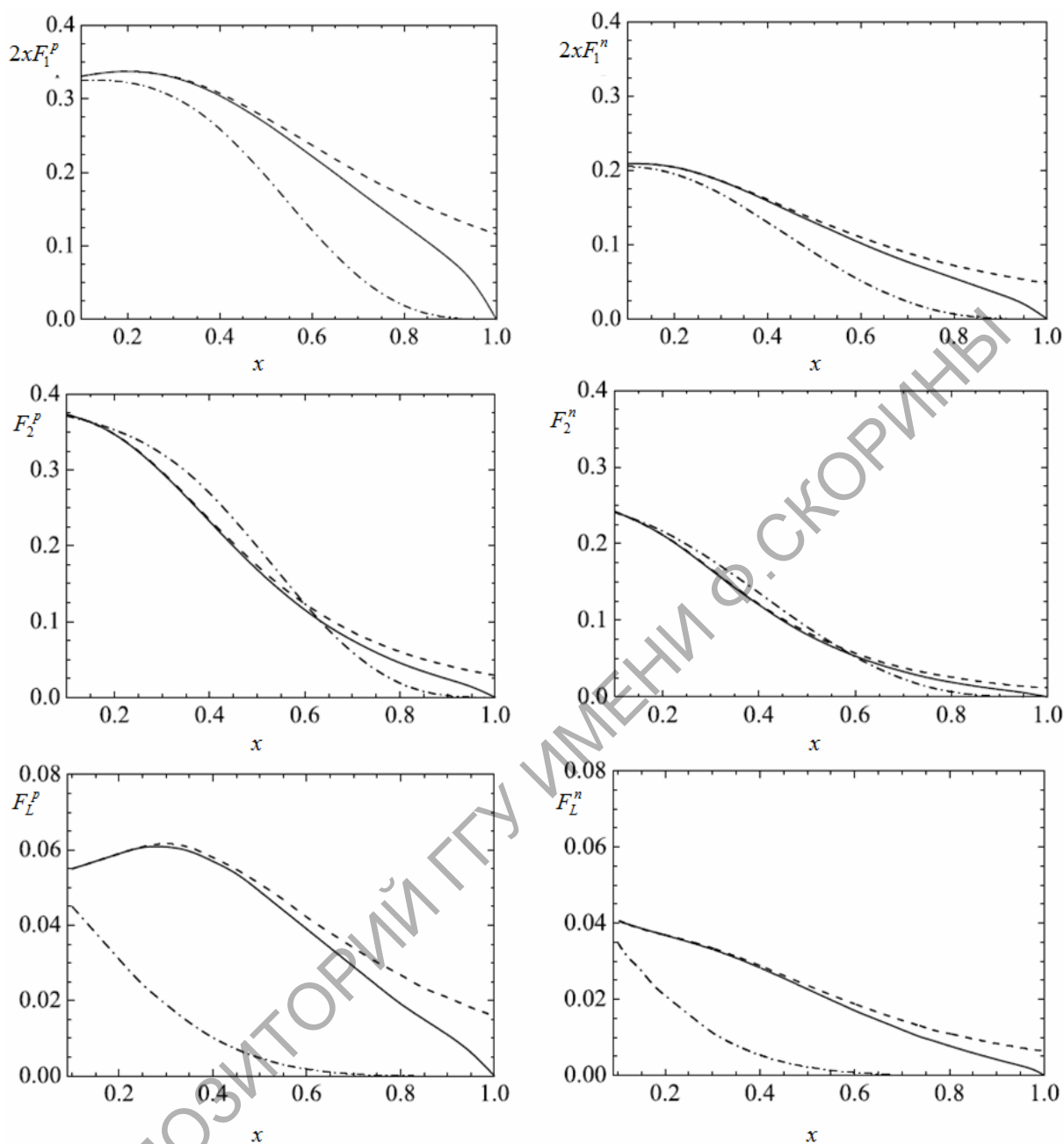


Рисунок 2 – Зависимость структурных функций протона (слева) и нейтрона (справа) при  $Q^2 = 1 \text{ ГэВ}^2$  от переменной  $x$ . Сплошные линии соответствуют результатам расчета по методу Соловцова, пунктирные – стандартному методу Джорджи-Политцера, штрих-пунктирные – результатам расчётов без учёта поправок на массу мишени.

Так как поправки на массу мишени наиболее существенны на энергетическом масштабе порядка массы нуклона, то в нашем анализе мы ограничились вкладами в структурные функции от легких кварков. Функции распределения легких  $u$ ,  $d$  и  $s$  кварков и антикварков в нуклоне, а также распределения глюонов нами были взяты из работы [9], где также фиксировалось значение масштабного параметра КХД:  $\Lambda = 0,248 \text{ ГэВ}$ . Отметим, что распределения, приведенные в

других работах, в области  $x > 0,2$ , в которой становятся существенными поправки на массу мишени, близки к распределениям Глюка и др. [9], отличия же возникают при малых значениях  $x$ . Инвариантный заряд в двухпетлевом приближении с учётом трех активных кварков имеет вид:

$$\frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} = \frac{2}{9\ln(L)} - \frac{128}{9^3} \cdot \frac{\ln(L)}{L^2}, \quad L = \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right).$$

Результаты расчетов при  $Q^2 = 1 \text{ ГэВ}^2$  с учетом КХД вклада приведены на рисунке 2, на котором изображены структурные функции протона и нейтрона, вычисленные с использованием выражений (1.1)–(1.5), (2.2) и (2.3).

### Заключение

В условиях, когда точность экспериментальных данных постоянно повышается и актуальными становятся задачи об изучении таких тонких КХД эффектов, как вклады высших твистов, целесообразно в теоретических подходах опираться на методы, согласованные с общими принципами квантовой теории поля.

В настоящей работе были получены выражения для структурных функций  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_L$  массивного нуклона, которые удовлетворяют условию спектральности и включают в себя КХД-поправки в следующем за лидирующим порядке. Показано, что при  $Q^2 \sim 1 \text{ ГэВ}^2$  и меньше, получаемые с использованием новых выражений результаты заметно отличаются от результатов применения стандартного метода Джорджи-Политцера и подхода Стеффенса-Мельничука. Наиболее существенное отличие сравнимых подходов проявляется в области больших значений бёркеновской переменной  $x$ . Известно, что поправки на массу мишени (относящиеся к кинематическим) влияют на извлекаемую из экспериментальных данных о глубокоупругом лептон-адронном рассеянии  $x$ -зависимость вклада высших твистов (определяемых динамикой процесса). Как следует из результатов обработки экспериментальных данных, в области больших значений бёркеновской переменной  $x$  вклад высших твистов возрастает. Поэтому можно ожидать, что применение новых выражений позволит точнее получить информацию о величине вклада высших твистов и уточнить характер  $x$ -зависимости этого вклада. В дальнейшем мы планируем провести такие исследования.

Авторы выражают благодарность академику РАН Д.В. Ширкову за постоянную поддержку исследований и полезные замечания.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Georgi, H.* Freedom at Moderate Energies: Masses in Color Dynamics / H. Georgi, H.D. Politzer // *Phys. Rev. D.* – 1976. – Vol. 14. – P. 1829–1891.
2. *Solovtsov, I.L.* Integral representation for structure functions and target mass effects / I.L. Solovtsov // *Part. Nucl. Lett.* – 2000. – Vol. 101. – P. 10–18.
3. *Shirkov, D.V.* Analytic model for the QCD running coupling with universal  $\alpha_s(0)$  value / D.V. Shirkov, I.L. Solovtsov // *Phys. Rev. Lett.* – 1997. – Vol. 79. – P. 1209–1212.
4. *Jost, R.* Integral-Darstellung kausaler Kommutatoren / R. Jost, H. Lehmann // *Nuov. Cim.* – 1957. – Vol. 5. – P. 1598–1610.
5. *Dyson, F.J.* Integral representations of causal commutators / F.J. Dyson // *Phys. Rev.* – 1958. – Vol. 110. – P. 1460–1464.
6. *Соловцова, О.П.* Представление Йоста-Лемана-Дайсона и эффекты, связанные с массой мишени / О.П. Соловцова, В.И. Лашкевич // *ТМФ.* – 2009. – Т. 160, № 3. – С. 471–486.
7. *De Rújula, A.* Demythification of Electroproduction, Local Duality and Precocious Scaling / A. De Rújula, H. Georgi, H.D. Politzer // *Annals of Phys.* – 1977. – Vol. 103. – P. 315–405.
8. *Kretzer, S.* Target mass corrections to electroweak structure functions and perturbative neutrino cross-sections / S. Kretzer, M.H. Reno // *Phys. Rev. D.* – 2004. – Vol. 69. – P. 034002.
9. *Gluck, M.* Dynamical parton distributions of the proton and small  $x$  physics / M. Gluck, E. Reya, A. Vong // *Z. Phys. C.* – 1995. – Vol. 67. – P. 433–448.
10. *Steffens, F.M.* Target mass corrections revisited / F.M. Steffens, W. Melnitchouk // *Phys. Rev. C.* – 2006. – Vol. 73. – P. 055202.
11. *Kataev, A.L.* Improved fits to the  $x F_3$  CCFR data at the next-to-next-to-leading order and beyond / A.L. Kataev, G. Parente, A.V. Sidorov // *ЭЧАЯ.* – 2003. – Т. 34, № 1. – С. 43–873.

*Работа выполнена при финансовой поддержке БелРФФИ (грант № Ф10Д-001) и РФФИ (грант № 11-01-00182).*

*Поступила в редакцию 01.06.11.*