

УДК 548.55

## РАЗВИТИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ ОПТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ КРИСТАЛЛОВ В ИНСТИТУТЕ КРИСТАЛЛОГРАФИИ РАН

А.Ф. Константинова

*Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова РАН, Москва, Россия*

## DEVELOPMENT OF RESEARCHES OF OPTICAL ACTIVITY OF CRYSTALS IN INSTITUTE OF CRYSTALLOGRAPHY OF THE RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

A.F. Konstantinova

*A.V. Shubnikov Institute of Crystallography, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

В статье содержится краткое описание исследований, основанных на научных идеях академика Ф.И. Фёдорова и выполненных в области исследования оптической активности прозрачных и поглощающих кристаллов в Институте кристаллографии РАН. Представлены результаты изучения поляризационных характеристик собственных волн одно- и двуосных кристаллов в зависимости от толщины кристаллического слоя, температуры и других параметров. В статье содержится информация о приборах и методах исследования, разработанных и используемых в ИК РАН для получения информации об оптических свойствах (о компонентах тензора гирации, показателях преломления, величине циркулярной анизотропии, циркулярного дихроизма и др.) кристаллов – как оптически активных, так и не проявляющих гиротропии – в их различных фазовых состояниях. В отдельном разделе статьи представлены поляризационные характеристики излучения, прошедшего через кристаллический слой или отражённого им, рассчитанные с применением методов компьютерного моделирования на основе теоретических соотношений, соответствующих различным по точности приближениям. Статья дополнена обширным списком научных работ, использованных при подготовке рукописи.

**Ключевые слова:** научные идеи Ф.И. Фёдорова, ковариантные методы, прозрачные и поглощающие кристаллы, одноосные и двуосные кристаллы, рефракция, абсорбция, оптическая активность, удельное вращение, циркулярное двуупреломление, циркулярный дихроизм, тензор гирации, дисперсия, собственные волны, азимут поляризации, эллиптичность, коэффициент отражения, спектрополяриметр, дихрограф, спектрофотометрическая установка, теоретические расчёты, экспериментальное исследование, компьютерное моделирование.

In the article a brief description of the researches based on scientific ideas of academician F.I. Fedorov and executed in the field of research of optical activity of transparent and absorbing crystals in the Institute of Crystallography of the Russian Academy of Sciences is given. Results of study of polarizing characteristics of eigen waves uniaxial and biaxial crystals depending on the thickness of a crystal layer, temperature and other parameters are presented. In the article the information about devices and the methods of research developed and used in the Institute of Crystallography of the Russian Academy of Sciences for obtaining the information about optical properties of crystals (about components of gyration tensor, parameters of refraction, value of circular anisotropy, circular dichroism, etc., as optical active crystals, and not showing gyrotropy, in various phase conditions) is presented. The polarizing characteristics of the radiation passed through a crystal layer or reflected by it and calculated with the application of methods of computer modelling on the basis of the theoretical relations corresponding to variations of accuracy approximation are described. The article is added to the extensive list of the scientific works used for preparation of the manuscript.

**Keywords:** F.I. Fedorov's scientific ideas, covariant methods, transparent and absorbing crystals, uniaxial and biaxial crystals, refraction, absorption, optical activity, specific rotation, circular birefringence, circular dichroism, gyration tensor, dispersion, eigen waves, azimuth of polarization, ellipticity, reflection coefficient, spectropolarimeter, dichrograph, spectrophotometric setup, theoretical calculations, an experimental research, computer modelling.

### Введение

Фёдор Иванович Фёдоров открыл путь в науку многим молодым людям, в числе которых были студенты физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, на кафедре «Кристаллография и кристаллофизика». Начиная с 1958 г. преподаватель из Беларуси Ф.И. Фёдоров читал курс лекций по кристаллооптике и акустике и все студенты получили прекрасное образование по этим предметам [1]. Среди них и автор настоящей обзорной статьи, освоившая ковариантные методы описания световых пучков и их практическое применение в ходе выполнения дипломной работы под руководством первооткрывателя метода – Ф.И. Фёдорова.

К 1958 году с явлением оптической активности в кристаллах было связано много исследований и некоторые вопросы уже были решены [2], [3], но измерение углов поворота плоскости поляризации проводилось, как правило, только для света, распространяющегося в направлении оптической оси кристалла [4]. Точного решения задачи о распространении света в оптически активных кристаллах произвольного среза тогда не было. Поэтому первой научной задачей, решённой автором настоящей статьи под руководством Ф.И. Фёдорова, стала задача о распространении света в прозрачном оптически активном кристалле с учётом многократных отражений [5]. Работа автора в лаборатории кристаллооптики

Института кристаллографии (ИК РАН), возглавляемой С.В. Грум-Гржимайло, началась с изучения проявления оптической активности в кристаллах в направлении оптической оси и перпендикулярно ей по просьбе А.В. Шубникова [6]. В результате совместного с Ф.И. Фёдоровым теоретического расчёта было показано, что при прохождении света через установленные в скрещённом положении две пластинки кварца, вырезанные параллельно оптической оси, линейное двупреломление компенсируется, но эллиптическое двупреломление, обусловленное оптической активностью имеет место [7]. Позже, после опубликования работ [8], [9], в которых предлагались новые уравнения связи, вышла статья [10], в которой задача о прохождении света решалась с использованием уравнений связи, записанных в новой форме. Было показано, что в ситуациях, когда величина двупреломления мала, результаты применения старых и новых уравнений связи приблизительно одинаковы. Для кристаллов с большой анизотропией ( $0,5 \div 1$ ) учёт дополнительных членов в материальных уравнениях при определении поляризации прошедшего света необходим.

Долгое время считалось, что оптической активностью могут обладать кристаллы 15 классов симметрии, хотя в [11] предполагалось, что таких классов 18. Тем не менее, по-прежнему считали, что кристаллы планальных классов средних сингоний  $3m$ ,  $4mm$ ,  $6mm$  оптически неактивны, несмотря на то, что в [12] Ф.И. Фёдоровым было обосновано, что эти кристаллы также могут обладать оптической активностью и что она проявляется только при наклонном падении света на кристалл. Аналогичная задача с учётом многократных отражений была решена в [13], и выяснилось, что в оптически активном кристалле отражённая волна будет эллиптически поляризована при определённой ориентации оптической оси относительно плоскости падения. При этом эллиптичность как отражённой, так и прошедшей волны пропорциональна антисимметричной компоненте псевдотензора гирации. Было показано, что подбирая среду, окружающую пластинку, с показателями преломления близкими показателям преломления кристалла, можно добиться увеличения эллиптичности отражённого света. Позже такая же задача была решена с новыми уравнениями связи [14]. В кристаллах планальных классов оптическая активность проявляется только при наклонном падении. Экспериментальное исследование оптической активности кристаллов CdS (класс симметрии  $3m$ ) было проведено в [15]. В настоящее время многие исследователи считают, что эти кристаллы «слабо» активные [16], но некоторые по-прежнему считают эти кристаллы неактивными [17].

Многочисленные результаты, полученные при изучении оптических свойств кристаллов,

можно систематизировать по разным признакам, и полностью описать их в одной статье невозможно. Поэтому рассмотрим те из выполненных в ИК РАН исследований, в которых изучаются оптические свойства одноосных и двуосных, прозрачных и поглощающих, оптически активных и не проявляющих этого свойства кристаллов методами теоретической и экспериментальной оптики и компьютерного моделирования.

### 1 Исследование одноосных прозрачных кристаллов

Начиная с работ Ф.И. Федорова, в ИК РАН стало развиваться исследование оптической активности кристаллов, и было проведено множество работ, по этой тематике. На основе полученных в этом направлении научных результатов были разработаны и созданы новые приборы, а также для исследования оптически активных поглощающих кристаллов предложены различные варианты методов, отличных от методов исследования изотропных веществ.

В ИК РАН совместно со специальным конструкторским бюро (СКБ) был разработан и изготовлен спектрополяриметр, специально предназначенный для исследования оптической активности кристаллов в спектральном диапазоне ( $0,23 \div 0,6$ ) мкм с чувствительностью от ( $0,0025 \pm 0,0001$ )° до ( $0,005 \pm 0,0005$ )° в диапазоне измеряемых углов от 0 до 360° [18]. Аналогичный прибор был создан для электрооптических измерений [19]. На этих приборах проводились измерения углов поворота плоскости поляризации изотропных и одноосных кристаллов в направлении оптической оси [20], [21] (рисунок 1).

Результаты совместных с Федоровым работ [5], [7] стали основой для использования этих приборов в целях исследования поглощающих одноосных и двуосных кристаллов не только вдоль оптической оси, но и в других направлениях. Позже многие методы исследования различных кристаллов были описаны в [22].

Приведем примеры теоретических и экспериментальных исследований, проведённых благодаря идеям Ф.И. Федорова. Первым был исследован кристалл кварца, пластинка из которого была вырезана параллельно оптической оси [23]. Показано, что компоненты псевдотензора гирации (далее для краткости приставку «псевдо» будем опускать) имеют противоположный знак по сравнению с компонентами тензора гирации в направлении оптической оси. Поэтому при некоторой ориентации оптической оси в пластинке кристалл становится неактивным. Также были проведены измерения с использованием двух скрещённых пластинок и подтверждено, что в этой ситуации действительно эллиптичность прошедшего света в два раза больше чем при использовании одной пластинки величина азимута прошедшего света равна  $\sim 15'$  (рисунок 2).

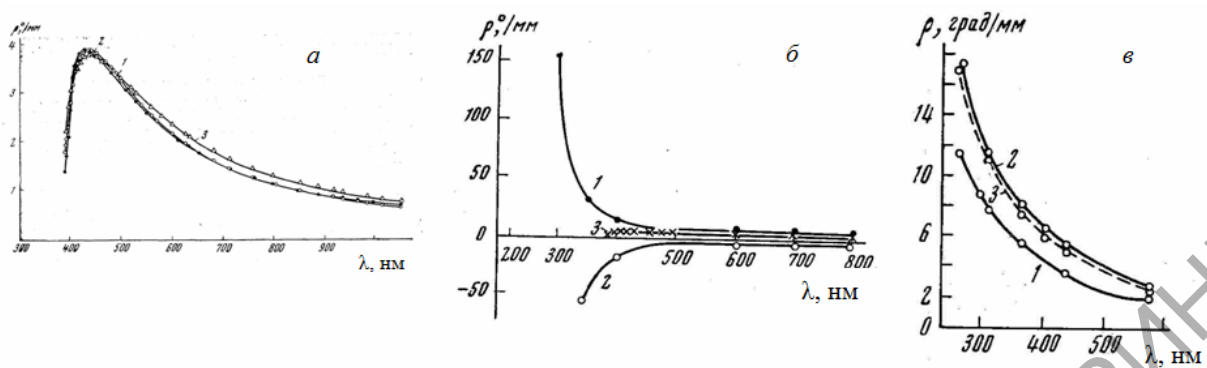


Рисунок 1 – Дисперсия вращения плоскости поляризации света в разных кристаллах  
 а) кристалл  $\text{Na}_3\text{SbS}_4 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ : 1 – экспериментальная кривая, 2 – кривая, рассчитанная по формуле Друде, 3 – кривая, рассчитанная по формуле Чандрасекара; б) схематическое пояснение происхождения дисперсии вращательной способности кристалла  $\text{NaSbS}_4 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ ; в) дисперсия вращательной способности в кристаллах  $\text{CaS}_2\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  (1),  $\text{SrS}_2\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  (2),  $\text{SrCaS}_2\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  (3)

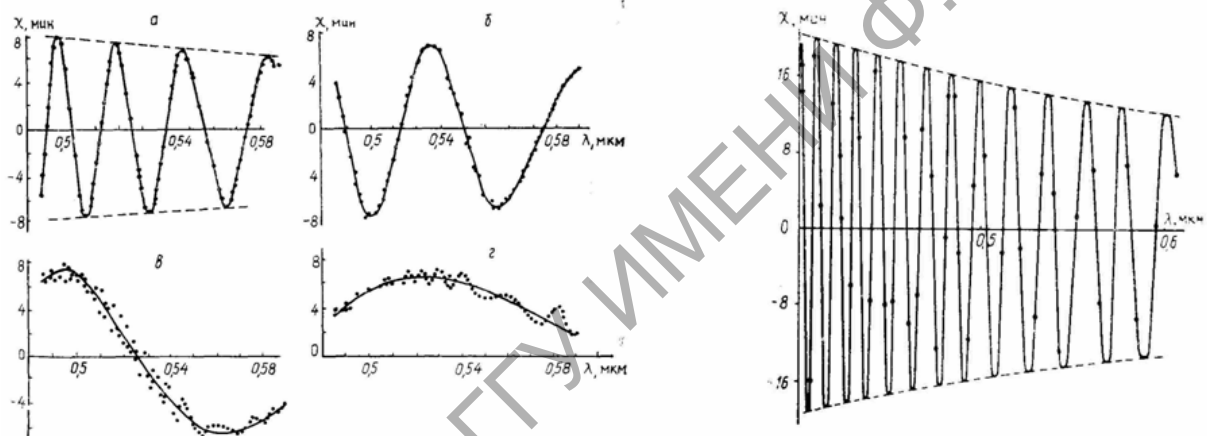


Рисунок 2 – Зависимость азимута поляризации прошедшего света  $\chi$  от длины волны для пластинок из правого кварца различной толщины:  
 слева – для одной пластинки: а –  $d = 1$  мм, б –  $d = 0,5$  мм, в –  $d = 0,2$  мм, г –  $d = 0,1$  мм;  
 справа – для двух скрещённых пластинок;  $d = 1,5$  мм

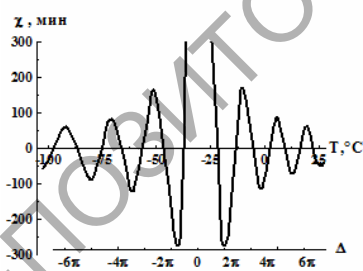


Рисунок 3 – Проявление оптической активности в кристалле  $\text{NH}_4\text{H}_3(\text{SeO}_3)_2$  при изменении температуры  $T$ :  
 $d = 2.57$  мм,  $\lambda = 0.633$  мкм

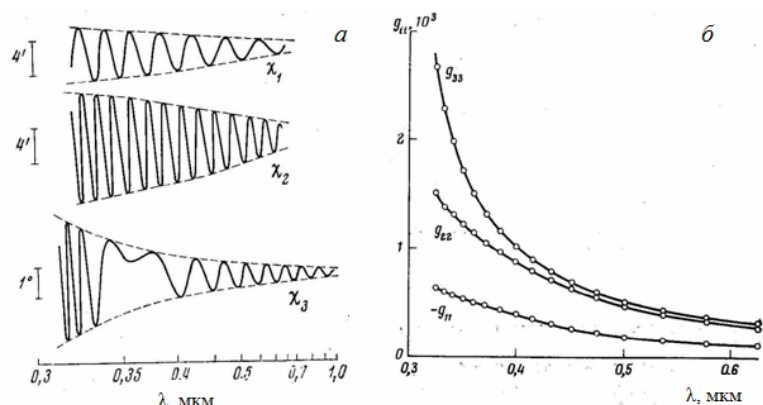


Рисунок 4 – Зависимость азимута поляризации света, прошедшего через кристалл  $\alpha$  –  $\text{NiO}_3$ , от длины волны для пластинок трёх различных срезов:  $\chi_1, \chi_2, \chi_3$  – для  $x, y, z$  – срезов соответственно (а). Дисперсия трёх компонентов тензора гирации кристалла  $\alpha$  –  $\text{NiO}_3$  при комнатной температуре (б)

Затем были исследованы кристаллы тригидроселенита аммония  $\text{NH}_4\text{H}_3(\text{SeO}_3)_2$  (класс симметрии 222), которые при определенной длине волны и температуре становятся одноосными (рисунок 3). При распространении света вдоль оси в этих кристаллах наблюдается вращение плоскости поляризации, а в других направлениях при увеличении угла между направлением распространения света и оптической осью кристалла имеют место осцилляции азимута поляризации прошедшего света, обусловленные одновременно проявлением оптической активности и двупреломления [24].

Аналогичные измерения были выполнены с использованием пластинок из кристалла  $\alpha$  –  $\text{HfO}_3$  (симметрия 222) [25], [26]. Этот кристалл является важным нелинейно-оптическим материалом, и результаты исследования его свойств могут представлять практический интерес (рисунок 4). Измерения проводились на трех срезах ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), чтобы определить азимут и эллиптичность света, прошедшего через пластинку. В результате были получены значения всех компонентов тензора гирации. Оказалось, что в этом кристалле, как и

в кварце, компоненты тензора гирации имеют разные знаки и, следовательно, существуют направления, в которых кристалл становится неактивным.

Некоторые измерения были проведены с применением пластинок, вырезанных из других кристаллов. На рисунке 5, например, приведены результаты исследования кубического кристалла  $\text{K}_2\text{CO}_2(\text{SO}_4)_3$ , который при понижении температуры по сравнению с  $T_c$  ( $T_c = 125$  К) в области фазового перехода переходит в несобственную сегнетоэлектрическую фазу, и из изотропного кристалла становится двупреломляющим. Это хорошо видно, так как при  $T = 127$  К график зависимости разности угла  $\alpha$  (поворот пластинки вокруг нормали к ней) и азимута поляризации прошедшего света  $\chi$  – практически прямая, как для изотропного кристалла. По мере удаления от этой точки осцилляции величины  $(\alpha - \chi)$  увеличиваются. На рисунке 5 б видно, что при фазовом переходе величина линейного двупреломления изменяется скачком, в то время как величина циркулярного двупреломления изменяется плавно [27].

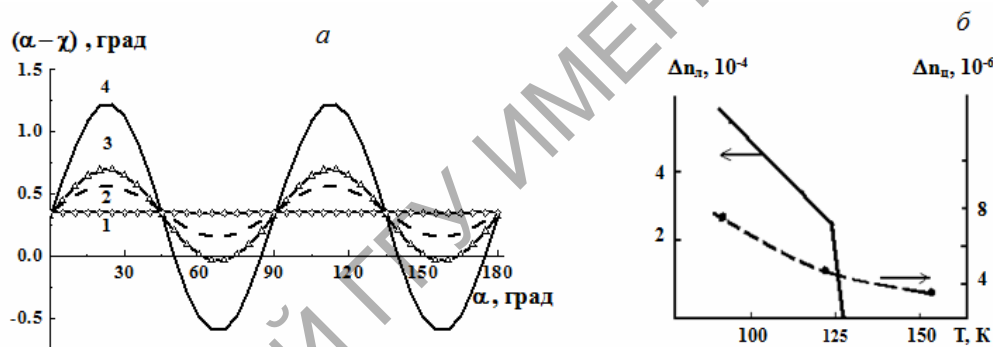


Рисунок 5 – Зависимости  $(\alpha - \chi)$  от  $\alpha$  для пластинки толщиной  $d = 0,075$  мм, вырезанной из кристалла  $\text{K}_2\text{CO}_2(\text{SO}_4)_3$ , при  $\lambda = 0,64$  мкм при разных температурах: 1 – 127 К; 2 – 125 К, 3 – 120 К, 4 – 99 К (а).

Зависимость величины линейного ( $\Delta n_l$ ) и циркулярного ( $\Delta n_c$ ) двупреломлений от температуры в области фазового перехода кристалла  $\text{K}_2\text{CO}_2(\text{SO}_4)_3$  при  $\lambda = 0,43$  мкм (б)

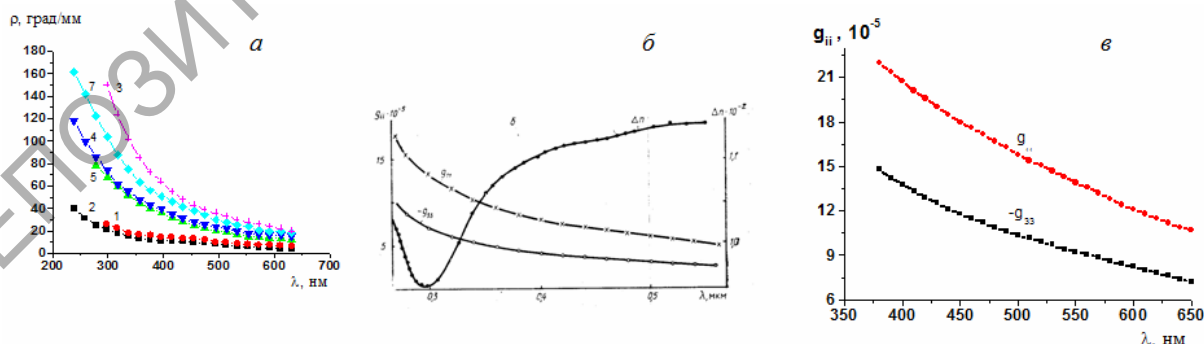


Рисунок 6 – Удельное вращение кристаллов: 1 –  $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ , 2 –  $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{GeO}_{14}$ , 3 –  $\text{La}_3\text{Ga}_{5,5}\text{Nb}_{0,5}\text{O}_{14}$ , 4 –  $\text{Ca}_3\text{Ga}_2\text{Ge}_4\text{O}_{14}$ , 5 –  $\text{Sr}_3\text{Ga}_2\text{Ge}_4\text{O}_{14}$ , 7 –  $\text{SiO}_2$  (а). Дисперсия компонентов тензора гирации и величина двупреломления кристалла  $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ : 1 –  $g_{11}$ , 2 –  $g_{33}$ , 3 –  $\Delta n$  (б).

Дисперсия компонентов тензора гирации  $g_{11}$  и  $g_{33}$  кристалла  $\text{Sr}_3\text{Ga}_2\text{Ge}_4\text{O}_{14}:\text{Cr}^{3+}$  (в)

Особенно интересны были измерения, выполненные с кристаллами семейства лангаситов, которые по типу симметрии (32) и по некоторым свойствам близки к кварцу. Для некоторых кристаллов этого семейства были впервые измерены показатели преломления и поглощения, а также удельное вращение плоскости поляризации  $\rho(\lambda)$  в направлении оптической оси [28]. Значения  $\rho(\lambda)$  для этих кристаллов приведены на рисунке 6а. Результаты измерений компонентов тензора гирации и величины двупреломления кристаллов  $\text{La}_3\text{Ga}_3\text{SiO}_{14}$  приведены на рисунке 6б. На рисунке 6в представлены результаты измерений компонент тензора гирации для кристалла  $\text{Sr}_3\text{Ga}_2\text{Ge}_4\text{O}_{14}:\text{Cr}^{3+}$ . Видно, что, также, как и у кварца, компоненты тензора гирации, соответствующие направлению вдоль оси, и параллельно оси имеют разные знаки [29].

Позже многие измерения были проведены при изучении некоторых других кристаллов, описанных в [30].

## 2 Исследование поглощающих кристаллов

После того, как были получены точные выражения для азимута и эллиптичности света, прошедшего через пластинку из оптически активного поглощающего кристалла, появилась возможность проводить количественное изучение свойств таких кристаллов [31]. В ИК РАН был создан дихрограф для измерения параметров и характеристик поглощающих кристаллов [32]. Этот прибор отличается от всех серийных дихрографов наличием специального приспособления, обеспечивающего возможность проведения измерений не только для изотропных сред, но и для кристаллов в направлениях, отличных от оптической оси. Для этого был сделан специальный держатель, вместе с которым можно было вращать образец и тем самым обеспечивать условия, в которых можно не учитывать линейное двупреломление.

Первым кристаллом, исследованным на этом дихрографе, был кристалл бензила, который при длине волны  $\lambda = 0,4205$  мкм становится изотропным в отношении двупреломления. Измерения проводились на очень тонких пластинках, и на спектрополяриметре было определено удельное вращение плоскости поляризации при распространении света вдоль оси, когда кристалл становится изотропным. На основе этих данных и результатов измерения циркулярного дихроизма на дихрографе удалось получить значения всех компонентов тензора гирации [33], [34] (рисунок 7).

На спектрополяриметре и дихрографе была исследована целая серия кристаллов и для некоторых кристаллов были определены значения циркулярного двупреломления и дихроизма [30]. Например, были определены значения компонентов тензора гирации (для действительной и мнимой части) поглощающего одноосного кристалла сульфата никеля  $\alpha - \text{NiSO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  [35] (рисунок 8).

С помощью дихрографа удалось также найти разность эллиптичностей собственных волн, распространяющихся в кристаллах кварца [36], а также провести измерения при исследовании некоторых двуосных кристаллов [37].

В это же время для оптически активных кристаллов были получены матрицы Джонса с учетом многократных отражений и матрицы Мюллера [38]. Матрица Мюллера была представлена в виде произведения трех матриц, одна из которых зависит от параметров поляризации собственных волн, а вторая – от показателей преломления, показателей поглощения и толщины пластинки. Матрица Мюллера удобна для расчёта интенсивности, азимута, эллиптичности и степени поляризации света, прошедшего через систему, состоящую из пластинки с любым набором оптических свойств, и различных устройств, необходимых для измерений.

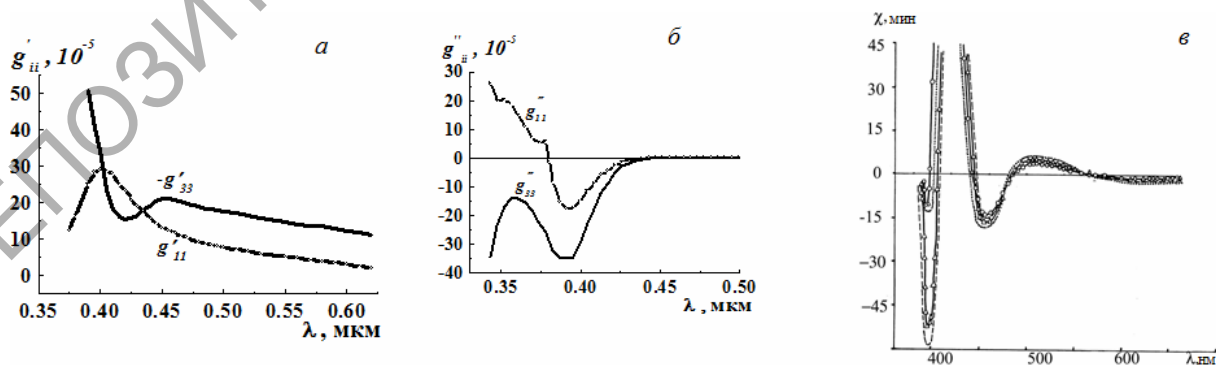


Рисунок 7 – Дисперсия действительной части  $g'_{ii}$  компонентов тензора гирации для кристалла бензила (а). Дисперсия мнимой части  $g''_{ii}$  компонентов тензора гирации для кристалла бензила (б). Зависимость азимута  $\chi$  поляризации прошедшего света от длины волны для образца толщиной  $d = 40$  мкм (в)

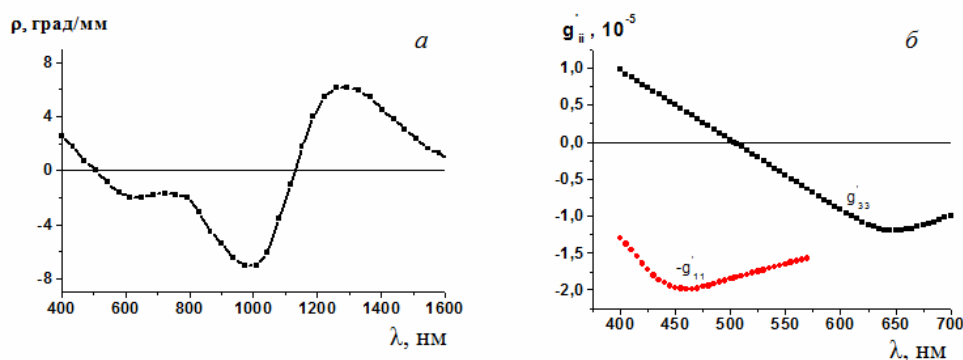


Рисунок 8 – Дисперсия вращения плоскости поляризации света, распространяющегося вдоль оптической оси в кристалле сульфата никеля (а).  
Дисперсия компонентов тензора гирации  $g_{11}$  и  $g_{33}$  кристалла сульфата никеля (б)

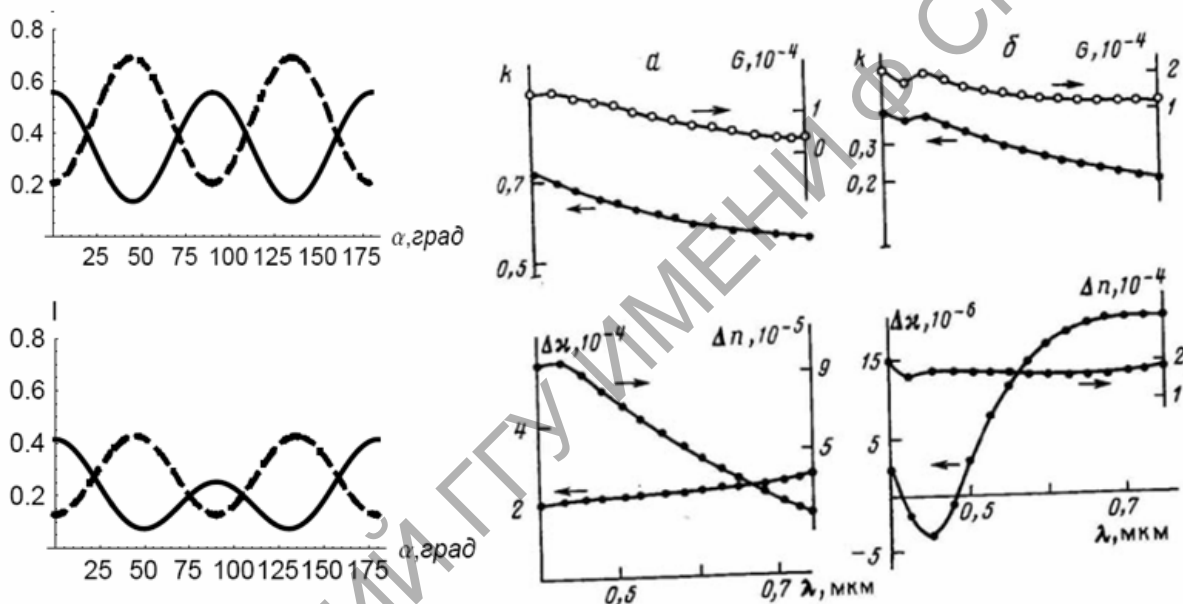


Рисунок 9 – Зависимость интенсивности света, прошедшего через пластинку, вырезанную из кристалла коричневого кварца ( $d = 2,48$  мм), расположенную между поляризатором и анализатором, от угла поворота пластинки вокруг нормали к ней (левый фрагмент): вверху – для прозрачного кристалла, внизу – для поглощающего; сплошная линия – поляризатор и анализатор параллельны, пунктирная – скрещены. Зависимость оптических параметров кристаллов: а) зеленый кварц,  $d = 1,425$  мм; б) коричневый кварц,  $d = 2,48$  мм (правый фрагмент)

Было показано, что при распространении света в направлениях, удаленных от оптической оси, можно пользоваться приближенными соотношениями. С применением матриц Мюллера были получены соотношения для интенсивности света, прошедшего через систему поляризатор – исследуемая пластинка – анализатор [39]. На основе этих соотношений определены аналитические выражения для вычисления эллиптичности собственных волн; угла между большими полуосями эллипсов поляризации, характеризующего степень неортогональности этих волн; а также параметров, связанных с двупреломлением и дихроизмом [40], [41].

Для измерения оптических параметров различных кристаллов на базе спектрофотометра был создан новый прибор. В нём поляризатор, анализатор и исследуемую пластинку, укрепленные в специальных держателях, можно было поворачивать с определенным шагом в синхронном и асинхронном режиме [40], [42]. На этом приборе было проведено много измерений – не только оптически активных (таких, как кварц, легированный железом; лангаситы, фтористый литий), но и различных других кристаллов [43]. Методика измерений описана в [40], [42]. На рисунке 9 представлены результаты исследования кристаллов кварца, окрашенных примесью

железа в зеленый или коричневый цвета, в интервале от 0,4 до 0,75 мкм, вырезанных с небольшим отклонением от оптической оси.

В [44] описано, каким образом проводились измерения для каждого образца при определенном значении длины волны падающего света. С использованием этих данных для кристалла кварца, легированного железом, при  $\lambda = 0,55$  мкм и  $d = 2,48$  мм были вычислены следующие значения величин:  $k = 0,296$ ,  $\Delta = -98,68^\circ + 360^\circ$ ,  $\delta = 0,256$ ,  $\varphi = 7,172^\circ$  [44]. Если кристалл прозрачный, то при параллельных поляризаторах максимальные значения величин совпадают, если кристалл поглощающий, они различны.

После исследования изотропных и одноосных кристаллов были проведены исследования некоторых двуосных поглощающих кристаллов. Эти кристаллы отличаются тем, что при изменении длины волны падающего света имеет место дисперсия оптической оси. Поэтому, используя необходимые соотношения, даже вдоль оси невозможно определить величину удельного вращения плоскости поляризации. Для этого вначале надо было разобраться, как ведут себя собственные волны в поглощающих оптически активных кристаллах; предварительно было ясно только, что волны вблизи оптических осей неортогональны [9]. Такой расчет был проведен с применением ковариантных методов Ф.И. Федорова, и было определено, какова величина неортогональности, и как её наличие нужно учитывать при исследовании таких кристаллов [45]. Более подробно на этом вопросе остановимся позже.

Соответствующие измерения были проведены при изучении поглощающих кристаллов-дигидратов, относящихся к классу симметрии 222, у которых в видимой области спектра имеются различные полосы поглощения: форматов иттрия (ДФИ), эрбия (ДФЭ) и гольмия (ДФГ).

Показано, что в этих кристаллах неортогональность собственных волн является малой величиной, достигающей значения  $(2 \div 3)^\circ$  в самых сильных полосах поглощения [46]. На рисунке 10а показано, как изменяется величина  $(\alpha - \chi)$  для образца из ДФЭ. На рисунке 10б приведены дисперсионные зависимости эллиптичностей для кристаллов ДФИ, ДФЭ и ДФГ вблизи одной из оптических осей [47]. На рисунке 10 в представлены зависимости  $\rho(\lambda)$  для всех этих кристаллов. Видно, как изменяется эллиптичность собственных волн в этих кристаллах при приближении к оптической оси: чем больше величина двупреломления, тем более резко изменяется эллиптичность вблизи оси.

### 3 Исследования некоторых неактивных кристаллов

Одновременно с работами, связанными с изучением оптической активности, проводились измерения оптических свойств неактивных кристаллов. Не останавливаясь подробно на этих работах, приведём примеры нескольких из них, в которых также использовались ковариантные методы Ф.И. Федорова.

Например, на основе идей Ф.И. Федорова о низкосимметричных поглощающих кристаллах [1], были проведены исследования на некоторых кристаллах [48]. При этом рассматривались два рода поверхностей – рефракции и абсорбции. Было показано, что в сильно поглощающих кристаллах поверхности абсорбции и рефракции – сложные двухполостные поверхности, описываемые уравнениями высоких порядков. В слабо поглощающем кристалле голубого топаза угол между круговыми осями  $26''$ , а в сильно поглощающем кристалле сурьмяного блеска он равен  $7^\circ$ .

На основе идей Ф.И. Федорова проводились различные теоретические исследования.

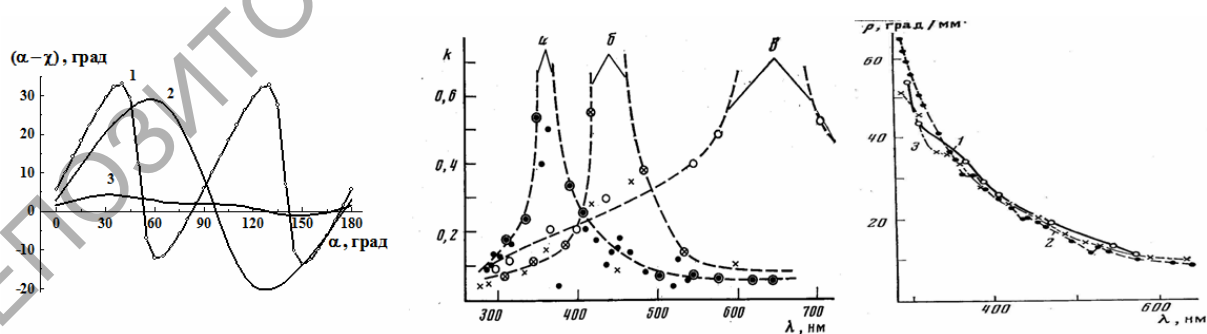


Рисунок 10 – Зависимости  $(\alpha - \chi)$  от  $\alpha$  для пластинки, вырезанной из кристалла ДФЭ ( $d = 0,135$  мм) для различных длин волн: 1 –  $\lambda = 0,293$ , 2 –  $\lambda = 0,378$ , 3 –  $\lambda = 0,501$  мкм (слева). Значения эллиптичности  $k(\lambda)$  для кристаллов ДФЭ (а), ДФГ (б) и ДФИ (в). Кружками обведены значения эллиптичностей, измеренные вне полос поглощения. Штриховыми линиями изображены зависимости  $k(\lambda)$ , рассчитанные без учёта влияния поглощения (в центре). Дисперсия удельного вращения  $\rho(\lambda)$  для кристаллов ДФИ (1), ДФЭ (2) и ДФГ (3) (справа)

В работах В.Н. Любимова [49], [50] рассматривался магнитоэлектрический эффект (МЭ). Были исследованы нормальные и лучевые показатели преломления, поляризация волн и явления необратимости распространения света, обусловленные МЭ; получено уравнение лучей, пригодное для описания произвольного магнитного кристалла, обладающего МЭ.

Чтобы правильно устанавливать  $\lambda/4$ -пластинку в качестве компенсатора при эллипсометрических измерениях, исследовано влияние многократных отражений на состояние поляризации света, прошедшего через неё. В [51] такое исследование проведено для слюдяной четвертьволновой пластинки, в [52] – для пластинки из кварца. Для определения параметров отраженного света проводились различные эллипсометрические измерения, например, в работах [53], [54] определялась анизотропия некоторых кристаллов.

На спектрофотометрической установке измерения проводились для таких материалов как алмазы, в которых поглощение обусловлено пластической деформацией [55], фианиты с различным содержанием вольфрама [56], фториды с различными редкоземельными элементами [57], пористый кремний [58] и многие другие материалы.

Проводились измерения при изучении кристалла  $\text{KGd}(\text{WO}_4)_2:\text{Nd}^{3+}$ , для которого с помощью соотношения Крамерса-Кронига нужно было определить оптические свойства и изменение показателей преломления в полосах поглощения [59]. Кроме упомянутых, проводились другие многочисленные экспериментальные исследования, которые здесь рассматривать не будем.

Следует обратить внимание, что почти во всех экспериментальных работах проводились измерения показателей преломления, показателей поглощения, эллиптичности собственных волн [60]. В конце концов, в результате сравнения результатов расчета и последующих измерений определяли, как правильно определять эти параметры и параметры оптической активности и каким образом необходимо проводить измерения для таких кристаллов. Не лишнее ещё раз подчеркнуть, что большинство работ, о которых в этом разделе прямо или косвенно шла речь, было выполнено благодаря фундаментальным работам Ф.И. Федорова. Если бы не они, возможно, многих результатов, полученных в Институте кристаллографии, другими методами не удалось бы достичь.

#### 4 Моделирование

До сих пор речь шла о расчетах, при выполнении которых с использованием ковариантных методов требовалось делать довольно сложные аналитические выкладки. Такие расчеты проводились на ЭВМ, которые существовали в то время.

Сравнительно недавно появилось новое поколение компьютеров, обеспечивающих совсем другие возможности по сравнению с тем, как было раньше. Чтобы получить численные результаты на основе предложенных Ф.И. Федоровым теоретических расчетов, в начале исследования оптической активности (1960) приходилось считать на арифмометре. Позже, когда появились такие компьютеры, как М-220, Nord, Mera (70–80 гг. XX века), наконец-то появилась возможность решать многие экспериментальные и теоретические задачи [43]–[46], [51], но для выполнения численных расчётов тоже требовалось много времени.

С началом производства современных компьютеров (1990–2000 гг.) появилась возможность проводить исследования сложных многослойных структур, используя матричный метод Д. Берремана [61], [62]. С применением методики, описанной в этих работах, можно решать задачи о распространении света в пластинке и слоистой системе, состоящей из ряда пластинок с различными свойствами, более коротким путем, отказываясь от громоздкого аналитического решения и используя численные расчеты.

Мы попытались, используя ковариантный метод Ф.И. Федорова, метод матриц Д. Берремана и пакет компьютерных программ «Mathematica», найти связь между разными описаниями оптической активности кристаллов различных классов симметрии. Кроме того, стало возможным определить, какие приближения допустимо использовать при исследовании в каждой конкретной ситуации [63], [64]. Успешность применения метода Берремана в большой степени зависит от вида уравнений связи.

В результате сравнения показателей преломления и уравнений, определяющих поляризацию падающего и прошедшего света, полученных на основе точных и приближенных соотношений, было показано, что при малых углах отклонения оптической оси от направления нормали к поверхности пластинки приближенные формулы действительно неприменимы. Поэтому в этих условиях при расчётах надо пользоваться точными соотношениями, несмотря на их громоздкость.

Для примера приведём рассчитанные при разных условиях значения эллиптичностей собственных волн в кристаллах кварца (рисунок 11).

Было проведено довольно много вычислений, по итогам которых сравнивались точные и приближенные значения параметров прошедшего и отраженного света. Результаты такого сравнения можно найти в [65].

Остановимся на нескольких примерах, которые иллюстрируют в основном результаты расчёта характеристик отражённого света.



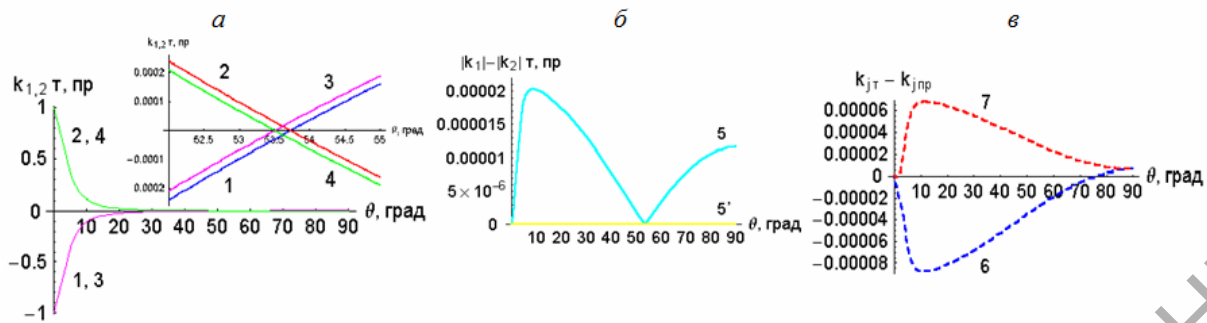


Рисунок 11 – а) Зависимости эллиптичностей собственных волн  $k_1$  и  $k_2$ , рассчитанные по точным (кривые 1 и 2) и приближенным (кривые 3 и 4) формулам; б) зависимости разности эллиптичностей  $k_1$  и  $k_2$ , рассчитанные по точным (кривая 5) и приближенным (кривая 5') формулам; в) зависимости абсолютной разности между соответствующими эллиптичностью  $k_j$ , рассчитанными по точным и приближенным формулам ( $j = 1$  – кривая 6,  $j = 2$  – кривая 7) от угла  $\theta$  между оптической осью и направлением нормали к поверхности пластинки из праворащущего кварца при нормальном падении света ( $n_o = 1,54$ ,  $n_e = 1,55$ ,  $\alpha_{11} = -3,3 \cdot 10^{-5}$ ,  $\alpha_{33} = 6,9 \cdot 10^{-5}$ )

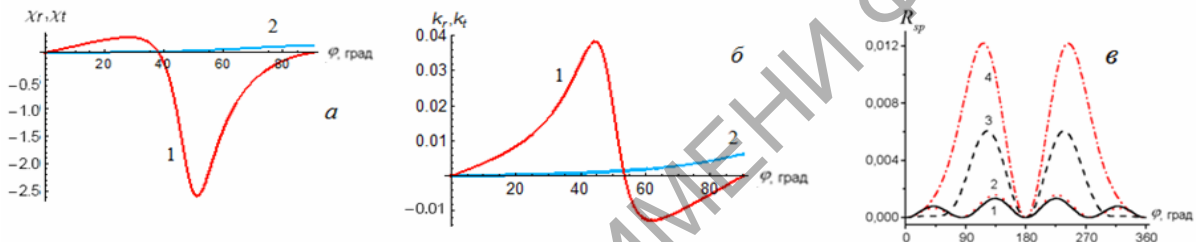


Рисунок 12 – Зависимости азимутов поляризации (а) и эллиптичностей (б) отраженного (1) и прошедшего (2) света от угла падения при  $s$ -поляризации падающего света:

$$n_i = 1,0, n_t = 3,9, n_o = 1,5; n_e = 1,7; \theta = 90^\circ; d = 100 \text{ нм}; \alpha_{12} = -0,01; \alpha_{11} = 0;$$

зависимости недиагонального коэффициента отражения  $R_{sp}$  от угла поворота  $\phi$  одноосной пластинки вокруг нормали к её поверхности при  $p$ -поляризации падающего света:

$n_i = 3,0, n_o = 1,5, n_e = 1,55, d = 2000 \text{ \AA}, \phi = 70^\circ$ . Показатель преломления внешней среды  $n_i = 1,0$  (кривые 1, 2),  $n_i = 1,495$  (кривые 3, 4). Кривые 1 и 3 соответствуют негиротропной пластинке, кривые 2 и 4 – оптически активной пластинке ( $\alpha_{12} = 0,03$ ) и рассчитаны при  $\theta = 75^\circ$  (в);  $n_i$  – показатель преломления верхней среды,  $n_t$  – показатель преломления подложки

Для кристаллов планальных классов симметрии с антисимметричным тензором гирации ( $\alpha_{12} \neq 0$ ), о которых было сказано выше [13], [14], влияние величины показателя преломления внешней среды продемонстрировано на рисунке 12. Анализируя графики, представленные на рисунке 12, видим, что изменения азимута и эллиптичности отраженного и прошедшего света обусловлены только оптической активностью. Отметим также, что на рисунке 12 в при сближении значений показателя преломления внешней среды и меньшего значения показателя преломления пластинки все кривые сохраняют симметричный вид независимо от наличия оптической активности.

В целях демонстрации возможностей расчёта и построения трехмерных иллюстраций на рисунках 13 и 14 представлены зависимости энергетического коэффициента отражения  $R$  и коэффициентов матрицы отражения  $R_{ij}$  одновременно от двух независимых параметров,

рассчитанные для пластинки из одноосного оптически активного кристалла в предположении о  $p$ -поляризации падающего света. Зависимость  $R(\phi, d)$  от угла падения имеет характерный вид: минимум локализован в области угла Брюстера, число осцилляций кривых  $R$  закономерно увеличивается при возрастании толщины пластинки.

Следует подчеркнуть, что оптической активностью обусловлено увеличение значений недиагональных коэффициентов матрицы отражения даже при симметричной ориентации оптической оси, когда соответствующие элементы в отсутствие оптической активности равны нулю. Степень влияния оптической активности непосредственно зависит от показателей преломления внешних сред, угла падения и от угла ориентации оптической оси. Это обстоятельство может быть использовано для определения оптических параметров кристаллов различными методами.

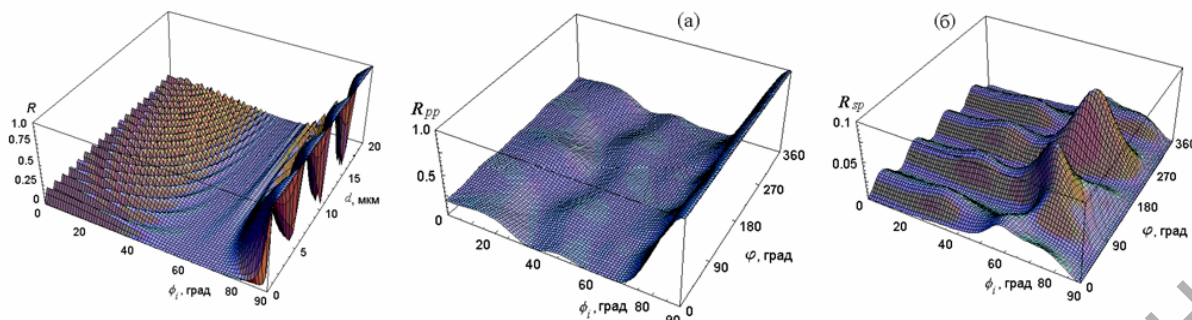


Рисунок 13 – Зависимость отражательной способности по интенсивности  $R$  от угла падения света  $\phi$  и толщины  $d$  пластинки из одноосного оптически активного кристалла  $n_i = 1, n_t = 1, n_l = 1,55, n_2 = 1,56, \alpha_{11} = \alpha_{22} = -10 \cdot 10^{-5}, \alpha_{33} = 3 \cdot 10^{-5}$

Рисунок 14 – Зависимости диагонального  $R_{pp}$  и недиагонального  $R_{sp}$  элементов матрицы отражения по интенсивности от угла падения света  $\phi$  и угла  $\varphi$  поворота кристаллической пластинки вокруг нормали к её поверхности для одноосного оптически активного кристалла  $n_i = 1, n_t = 1, n_l = 1,65, n_2 = 1,7; \alpha_{11} = \alpha_{22} = -0,02, \alpha_{33} = 0,005, \theta = 60^\circ, \psi = 0, d = 2 \text{ мкм}$

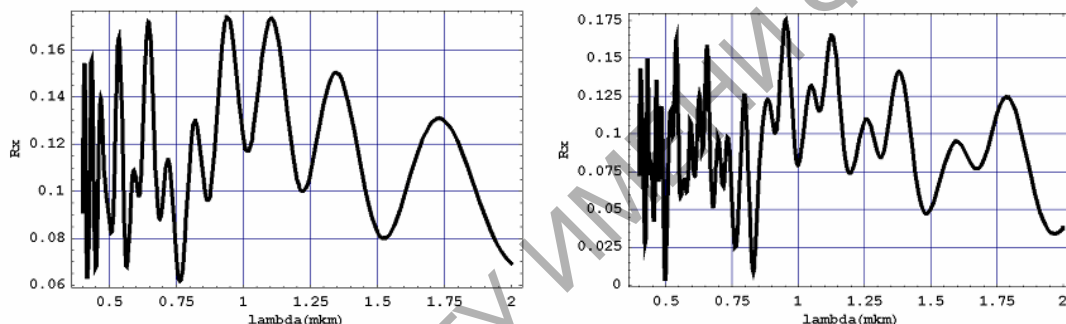


Рисунок 15 – Дисперсионные зависимости  $R_x$  при угле падения  $\varphi = 65^\circ$ . Для многослойной системы показатель преломления подложки  $n_t = 3,8, n_i = 1$ . Слева – одиночный слой с  $d_1 = 1,85 \text{ мкм}$ ; справа – 11 слоёв, первый из них с  $d_1 = 1,85 \text{ мкм}$ , остальные 10 слоёв с  $d = 0,185 \text{ мкм}$  и чередующимися значениями показателя преломления:  $n_{\text{четн}} = 3,4$  и  $n_{\text{нечетн}} = 3,6$ . В обеих ситуациях для первого слоя характерна дисперсия показателя преломления и удельного вращения плоскости поляризации: соответственно  $n^2(\lambda) = 1 + 0,25 \lambda^2 / (\lambda^2 - 0,128^2)$  и  $\rho(\lambda) = (0,0703 + 0,0468 \lambda^2) / (\lambda^2 - 0,128^2)$

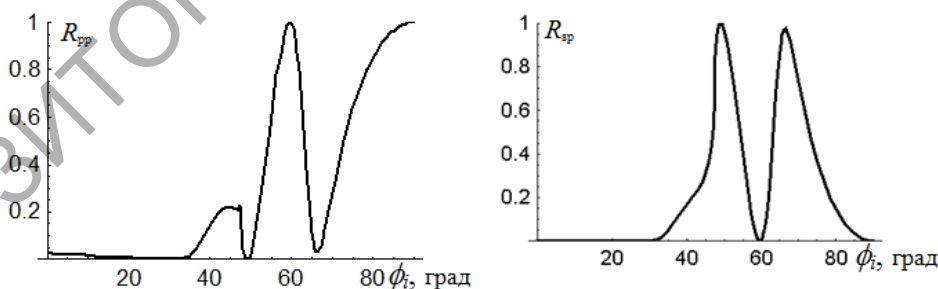


Рисунок 16 – Зависимость коэффициентов отражения  $R_{pp}, R_{sp}$  от угла падения  $\phi$  для изотропной оптически активной пленки толщиной  $d = 400 \text{ нм}$  на подложке с показателем преломления  $n_t = 1,4; n_i = 1,9, n_0 = 1,5, \alpha_0 = 0,3$

Особенно удобно использовать одновременно идеи Ф.И. Фёдорова и пакет компьютерных программ «Mathematica» для расчёта характеристик довольно сложных систем, в которых любой слой является оптически активным. В качестве примеров на рисунке 15 приведены

результаты расчёта, выполненного для двух таких систем.

В [66] рассмотрено полное внутреннее отражение (ПВО) от изотропных, анизотропных и оптически активных плёнок и подробно описано ПВО от полубесконечной изотропной оптически активной среды. Обнаружено, что наиболее ярко

ПВО проявляется при исследовании азимута поляризации отражённого света. Указано на возможность использования явления ПВО для анизотропных тонких пленок как способа неразрушающей оптической проверки качества. Установлено, что даже небольшие изменения оптических свойств пленок могут существенно влиять на характеристики отражённого света. Явление ПВО можно использовать для определения оптических свойств и для контроля качества и однородности тонкопленочных кристаллических структур. Зависимости коэффициентов матрицы отражения в условиях ПВО на границе изотропной оптически активной пленки представлены на рисунке 16.

В [45], [67] подробно для низкосимметричных оптически активных поглощающих кристаллов описаны закономерности изменения эллиптичности собственных волн и интенсивности прошедшего света. Показано, что вблизи оптических осей различие в абсолютных значениях эллиптичности волн и степень их отклонения от ортогональности могут быть весьма

существенны и оказывать значительное влияние на точность расчета параметров прошедшего света. Нам показалось интересным рассмотреть некоторые особенности распространения света в двуосных поглощающих оптически активных кристаллах класса симметрии 222 при распространении света в направлении их оптических осей [68].

В [68] показано, в каких условиях можно пользоваться приближенными соотношениями, полученными без учета многократных отражений. На рисунках 17 и 18 хорошо видно, как изменяется эллиптичность собственных волн, а также как изменяется интенсивность прошедшего света при изменении поляризации падающего света. Видно, что при распространении света вдоль оси, выполняя расчёты по приближенным формулам, можно получить совсем неправильные результаты. Кроме того, выполнен анализ коноскопических картин, смоделированных для двуосных поглощающих оптически активных кристаллов в целях выявления отличий (рисунок 19).

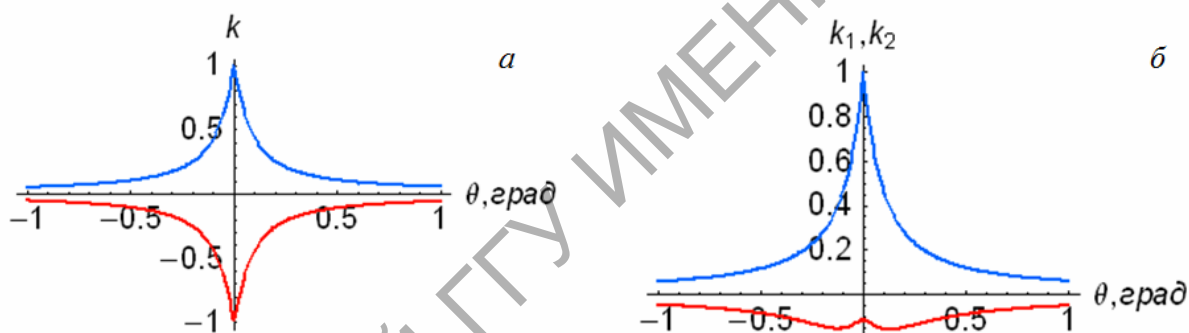


Рисунок 17 – Зависимость эллиптичности собственных волн в кристалле класса 222 от угла  $\theta$  между нормалью и одной из оптических осей: а – оптически активный; б – оптически активный поглощающий;  $N_1 = 1,645 + i \cdot 1 \cdot 10^{-4}$ ,  $N_2 = 1,65 + i \cdot 1,5 \cdot 10^{-4}$ ,  $N_3 = 1,68 + i \cdot 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\alpha_{11} = -2,5 \cdot 10^{-5} - i \cdot 1,5 \cdot 10^{-7}$ ,  $\alpha_{22} = -3 \cdot 10^{-5} - i \cdot 2 \cdot 10^{-7}$ ,  $\alpha_{33} = 4 \cdot 10^{-5} + i \cdot 3 \cdot 10^{-7}$ .

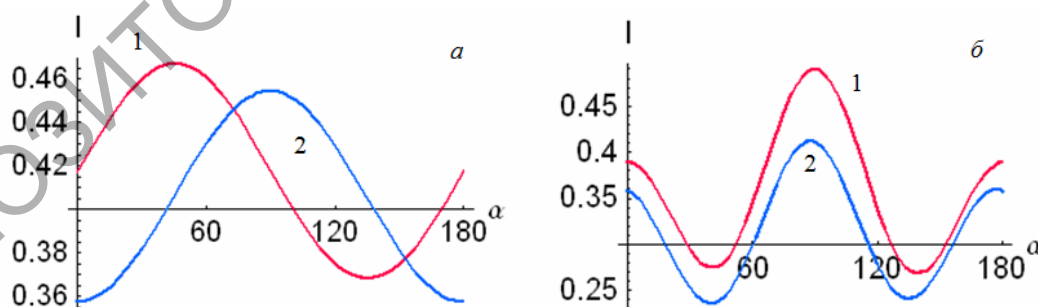


Рисунок 18 – Зависимость интенсивности  $I$  прошедшего света от азимута  $\alpha$  поляризации падающего света при параллельных поляризаторах  
 $a - \theta = 0^\circ$ ,  $\Delta = -8,24^\circ$ ,  $\delta = -0,0009$ ;  $b - \theta = -1^\circ$ ,  $\Delta = -75,4^\circ$ ,  $\delta = -0,12$ ;  
 $I$  – приближённое решение, 2 – точное решение;  
 $N_1 = 1,645 + i \cdot 1 \cdot 10^{-4}$ ,  $N_2 = 1,65 + i \cdot 1,5 \cdot 10^{-4}$ ,  $N_3 = 1,68 + i \cdot 2 \cdot 10^{-4}$ ,  
 $\alpha_{11} = -2,5 \cdot 10^{-5} - i \cdot 1,5 \cdot 10^{-7}$ ,  $\alpha_{22} = -3 \cdot 10^{-5} - i \cdot 2 \cdot 10^{-7}$ ,  $\alpha_{33} = 4 \cdot 10^{-5} + i \cdot 3 \cdot 10^{-7}$ ,  $d = 0,3$  мм

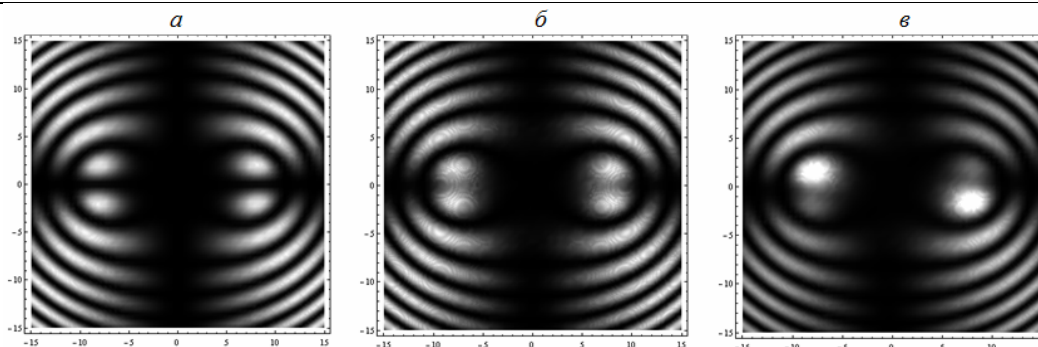


Рисунок 19 – Коноскопические картины пластинки из двуосного кристалла (пластинка вырезана перпендикулярно биссектрисе острого угла между оптическими осями)

*a* – кристалл оптически неактивный поглощающий, *б* – активный непоглощающий, *в* – активный поглощающий;  $N_1 = 1,6498 + i \cdot 1 \cdot 10^{-5}$ ,  $N_2 = 1,65 + i \cdot 1,5 \cdot 10^{-5}$ ,  $N_3 = 1,68 + i \cdot 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $\alpha_{11} = -2,5 \cdot 10^{-5} - i \cdot 1,5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\alpha_{22} = -3 \cdot 10^{-5} - i \cdot 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $\alpha_{33} = 4 \cdot 10^{-5} + i \cdot 3 \cdot 10^{-5}$ ,  $\lambda = 632,8$  нм,  $d = 3$  мм

Коноскопические картины прозрачных двуосных кристаллов были впервые смоделированы в [69]. Коноскопические картины двуосных поглощающих, но неактивных кристаллов изучены в [59]. Сравним «наблюдаемые» в скрещённых поляризаторах коноскопические картины, рассчитанные для прозрачных и поглощающих кристаллов ромбической сингонии 222 в условиях, когда пластинки вырезаны из них перпендикулярно острой биссектрисе угла между оптическими осями. Основное различие состоит в том, что в области углов близких к направлениям выхода оптических осей при наличии поглощения нарушается симметрия расположения пятён и, как хорошо видно на рисунке 19, интенсивности сопряжённых пятён в каждой их паре существенно отличаются, что можно объяснить влиянием циркулярного дихроизма на распределение интенсивности света.

К сожалению, в 1983 году появилась книга Х.К. Чена [70] «Теория электромагнитных волн. Бескоординатный подход», которая является примером совершенно невероятного плагиата. Чен фактически перевёл на английский язык большую часть книги Ф.И. Фёдорова «Оптика анизотропных сред» и четвертую главу из «Теории гиротропии», в основном сохраняя последовательность изложения и часто не изменяя даже обозначений вводимых величин. Открытое письмо о книге Чена было опубликовано в журнале «Кристаллография» [71].

### Заключение

Таким образом, в Институте кристаллографии РАН под влиянием работ Ф.И. Фёдорова и благодаря его идеям осуществлялась деятельность учёных в области как теоретической, так и экспериментальной кристаллооптики. В ИК РАН были созданы специальные приборы, такие как спектрополяриметр, дихрограф, спектрофотометрическая установка, на которых возможно проведение различных измерений не только для

изотропных веществ, но и для анизотропных кристаллов. На основе полученных научных результатов были предложены различные методы определения параметров света, включая эллиптичность собственных волн, азимут, степень поляризации и интенсивность прошедшего и отраженного света в оптически активных поглощающих кристаллах.

В большей части работ по кристаллооптике, конечно, принимали участие научные сотрудники и аспиранты ИК РАН, соприкасаясь тем самым с наследием Ф.И. Фёдорова и до сих пор активно применяя его методы в своей работе.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Фёдоров, Ф.И. Оптика анизотропных сред / Ф.И. Фёдоров. – Минск : Изд-во АН БССР, 1958. – 380 с.
2. Szivessy, G. Lattice optics of active crystals / G. Szivessy, C. Munster // Ann. Phys. – 1934. – В. 20, № 7. – S. 703–736.
3. Bruhat, M.M.G. Le pouvoir rotatoire de quartz pour des rayons perpendiculaires a l'axe optique et sa dispersion dans l'ultraviolet / M.M.G. Bruhat, P. Grivet // Le journal de Physique et le Radium – 1935. – S. 7 – Т. 6. – S. 12–26.
4. Техническая энциклопедия: справочник физических, химических и технических величин: в 12 т. – М. : Советская энциклопедия, 1932. – Т. 3.
5. Фёдоров, Ф.И. Прохождение света через пластинку из одноосных оптически активных кристаллов аксиальных классов / Ф.И. Фёдоров, А.Ф. Константинова // Оптика и спектроскопия. – 1962. – Т. 12. – С. 407–411.
6. Шубников, А.В. Основы оптической кристаллографии / А.В. Шубников. – Москва : Изд-во АН СССР, 1958. – 207 с.
7. Фёдоров, Ф.И. Прохождение света через пластинку из одноосных оптически активных кристаллов. II. Пластинки параллельные оптической оси / Ф.И. Фёдоров, А.Ф. Константинова //

Оптика и спектроскопия. – 1962. – Т. 12, № 4. – С. 505–509.

8. Бокуть, Б.В. К феноменологической теории оптически активных кристаллов. / Б.В. Бокуть, А.Н. Сердюков, Ф.И. Фёдоров // Кристаллография. – 1970. – Т. 15, № 5. – С. 1002–1006.

9. Фёдоров, Ф.И. Теория гиротропии / Ф.И. Фёдоров // Минск : Наука и техника, 1976. – 456 с.

10. Бокуть, Б.В. Распространение света в оптически активных одноосных кристаллах / Б.В. Бокуть, А.Ф. Константинова, А.Н. Сердюков // Кристаллография. – 1972. – Т. 17, № 4. – С. 812–815.

11. Voigt, W. Zur Theorie des Lichtes für aktive Kristalle. Über specifische optische Eigenschaften hemimorpher Kristalle. / W. Voigt // Göttinger Nachrichten. – 1903. – S. 155–202.

12. Фёдоров, Ф.И. К теории оптической активности кристаллов. II. Кристаллы кубической сингонии и планальных классов средних сингоний. / Ф.И. Фёдоров // Оптика и спектроскопия. – 1959. – Т. 6, № 3. – С. 377–383.

13. Фёдоров, Ф.И. К вопросу об оптической активности кристаллов планальных классов средних сингоний / Ф.И. Фёдоров, Б.В. Бокуть, А.Ф. Константинова // Кристаллография. – 1962. – Т. 7, № 6. – С. 910–915.

14. Константинова, А.Ф. Проявление оптической активности в одноосных кристаллах планальных классов / А.Ф. Константинова, Б.В. Набагов // Кристаллография. – 1995. – Т. 40, № 2. – С. 219–222.

15. Ивченко, Е.Л. Естественная оптическая активность кристаллов CdS в экситонной области спектра / Е.Л. Ивченко, С.А. Пермогоров, А.В. Селькин // Письма в ЖЭТФ. – 1978. – Т. 27. – С. 27–29.

16. Агранович, В.М. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов / В.М. Агранович, В.Л. Гинзбург. – М. : Наука, 1979. – 432 с.

17. Ньюхем, Р.Э. Свойства материалов. Анизотропия, симметрия, структура / Р.Э. Ньюхем. – М. : – 2007. – 652 с.

18. Фотозлектрический спектрополяриметр для измерения вращения плоскости поляризации света в кристаллах / З.Б. Перекалина [и др.] // Кристаллография. – 1965. – Т. 10, № 2. – С. 270–272.

19. Прецизионная поляриметрическая установка и её применение для исследования изменения вращения плоскости поляризации света и поворотного электрооптического эффекта в сегнетоэлектриках / Н.Р. Иванов [и др.] // Кристаллография. – 1967. – Т. 12, № 2. – С. 307–313.

20. Беляев, Л.М. Дисперсия вращения плоскости поляризации света в кристаллах сульфонов

тимоната натрия / Л.М. Беляев, З.Б. Перекалина, А.Ю. Климова // Кристаллография. – 1970. – Т. 15, № 3. – С. 584–586.

21. Климова, А.Ю. Исследование дисперсии вращательной способности в смешанных кристаллах (SrCa)S<sub>2</sub>O<sub>6</sub>·4H<sub>2</sub>O / А.Ю. Климова, З.Б. Перекалина, Л.М. Беляев // Кристаллография. – 1973. – Т. 18, № 2. – С. 319–321.

22. Оптические свойства кристаллов / А.Ф. Константинова [и др.] // Минск : Наука и техника. – 1995. – 304 с.

23. Константинова, А.Ф. Оптическая активность кристаллов в направлениях, отличных от направления оптической оси. I. Одноосные кристаллы / А.Ф. Константинова, Н.Р. Иванов, Б.Н. Гречушников // Кристаллография. – 1969. – Т. 14, № 2. – С. 283–292.

24. Иванов, Н.Р. Оптическая активность кристаллов в направлениях, отличных от направления оптической оси. II. Двuosные кристаллы / Н.Р. Иванов, А.Ф. Константинова // Кристаллография. – 1970. – Т. 15, № 4. – С. 490–499.

25. Иванов, Н.Р. Дисперсия оптической активности двупреломляющих кристаллов / Модуляционная спектроскопия полупроводников. Материалы I Респ. colloквиума / Н.Р. Иванов, А.Ф. Константинова, О.А. Чихладзе. – Тбилиси : Изд. ин-та кибернетики АН ГрузССР, 1973. – С. 128.

26. Иванов, Н.Р. Экспериментальное определение тензора гирации в ромбическом кристалле α – NiO<sub>3</sub> / Н.Р. Иванов, О.А. Чихладзе // Кристаллография. – 1976. – Т. 21, № 1. – С. 125–132.

27. Оптическая активность кристаллов лангбейнитов / О.А. Батурина [и др.] // Кристаллография. – 1983. – Т. 28, № 4. – С. 731–735.

28. Батурина, О.А. Оптические свойства пьезоэлектрических кристаллов со структурой тригонального Са – галлогерманата / О.А. Батурина [и др.] // Кристаллография. – 1987. – Т. 32, № 2. – С. 406–412.

29. Investigation of Trigonal (La<sub>1-x</sub>Ndx) 3Ga<sub>5</sub>SiO<sub>14</sub> Crystals. I. Growth and Optical Properties / А.А. Kaminskii [et al.] // Phys. stat. sol. – 1983. – Vol. 80 (a). – P. 387–398.

30. Калдыбаев, К.А. Гиротропия одноосных поглощающих кристаллов / К.А. Калдыбаев, А.Ф. Константинова, З.Б. Перекалина. – М. : Изд-во ин-та социально-эконом. и произв.-экологич. проблем инвестирования, 2000. – 294 с.

31. Особенности проявления оптической активности в поглощающих кристаллах / А.Ф. Константинова [и др.] // Кристаллография. – 1976. – Т. 21, № 6. – С. 1108–1112.

32. Дихрограф для измерения циркулярного дихроизма / З.Б. Перекалина [и др.] // Журн. прикладной спектроскопии. – 1985. – Т. XLIII. – С. 328–333.

33. Определение линейного двупреломления кристалла бензила в полосе поглощения /

- Б.Н. Гречушников [и др.] // Кристаллография. – 1978. – Т. 23, № 4. – С. 854–855.
34. *Оптическая активность и циркулярный дихроизм бензила* / К.А. Калдыбаев [и др.] // Кристаллография. – 1978. – Т. 23, № 4. – С. 779–787.
35. *Перекалина, З.Б.* Циркулярный дихроизм и оптическая активность в некоторых одноосных кристаллах / З.Б. Перекалина, К.А. Калдыбаев, А.Ф. Константинова // Кристаллография. – 1979. – Т. 24, № 4. – С. 847–850.
36. *Батулин, Н.А.* Влияние различия в эллиптичностях собственных волн и многократных отражений на сигнал, регистрируемый дихрографом / Н.А. Батулин, А.Ф. Константинова // Кристаллография. – 1987. – Т. 32, № 5. – С. 1184–1188.
37. *Особенности измерения дихроизма собственных волн низкосимметричных поглощающих гиротропных кристаллов с помощью дихрографа* / Н.А. Батулин [и др.] // Кристаллография. – 1985. – Т. 30, № 4. – С. 709–714.
38. *Шамбуров, В.А.* Обобщенные матрицы Джонса и Мюллера для недеполяризующих кристаллических пластинок / В.А. Шамбуров, Е.А. Евдищенко, А.И. Вислобоков // Кристаллография. – 1988. – Т. 33, № 3. – С. 554–560.
39. *Константинова, А.Ф.* Интерференция света в двупреломляющих пластинках, обладающих оптической активностью и поглощением / А.Ф. Константинова, А.И. Окорочков, Е.М. Уюкин // Кристаллография. – 1982. – Т. 27, № 5. – С. 1002–1004.
40. *Исследование ориентационной зависимости пропускания системы поляризатор – кристалл – анализатор* / А.Ф. Константинова [и др.] // Кристаллография. – 1990. – Т. 35, № 2. – С. 429–432.
41. *Константинова, А.Ф.* Определение элементов матрицы Мюллера и оптических параметров низкосимметричных поглощающих гиротропных кристаллов. / А.Ф. Константинова, Е.А. Евдищенко, И.Т. Улуханов // Кристаллография. – 1994. – Т. 39, № 5. – С. 790–797.
42. *Спектрополяриметрический комплекс для определения оптических анизотропных характеристик кристаллов* / А.Ф. Константинова [и др.] // Тезисы докладов Второй Национальной конференции по применению рентгеновского, синхротронного излучений, нейтронов и электронов для исследования материалов (РСНЭ-99). – М.: ИК РАН, 1999. – С. 410.
43. *Метод определения дихроизма и двупреломления кристалла с помощью спектрофотометра* / А.Ф. Константинова [и др.] // В сб. Оптика анизотропных сред. – М.: МФТИ, 1987. – С. 44–46.
44. *Константинова, А.Ф.* Спектрофотометрический метод определения оптических параметров гиротропных кристаллов / А.Ф. Константинова, И.Т. Улуханов, Б.Н. Гречушников. // Кристаллография. – 1991. – Т. 36, № 3. – С. 686–692.
45. *Окорочков, А.И.* Собственные волны в гиротропных поглощающих кристаллах ромбической сингонии / А.И. Окорочков, А.Ф. Константинова // Кристаллография. – 1984. – Т. 29, № 5. – С. 841–848.
46. *Оптическая активность кристаллов дигидратов формиатов гольмия, эрбия и иттрия* / А.И. Окорочков [и др.] // Кристаллография. – 1985. – Т. 30, № 3. – С. 596–598.
47. *Измерение циркулярного дихроизма двуосных кристаллов* / Н.А. Батулин [и др.] // Кристаллография. – 1986. – Т. 31, № 2. – С. 405–407.
48. *Поверхности светопоглощения голубого топаза* / А.М. Гончаренко [и др.] // Кристаллография. – 1961. – Т. 6, № 1. – С. 67–71.
49. *Любимов, В.Н.* Оптика кубических кристаллов с учетом магнитоэлектрического эффекта / В.Н. Любимов // Кристаллография. – 1968. – Т. 13, № 6. – С. 1008–1013.
50. *Любимов, В.Н.* Магнитоэлектрический эффект и необратимость распространения света в кристаллах / В.Н. Любимов. // Кристаллография. – 1969. – Т. 14, № 2. – С. 213–217.
51. *Расчет фазовых пластин – функциональных преобразователей спектрополяризационных анализаторов состава вещества* / Ю.П. Куренев [и др.] // Труды ВНИИАП. – Киев: ВНИИАП, 1978. – С. 67–76.
52. *Пахомов, А.Г.* Метод юстировки эллипсометра, устраняющий влияние оптической активности компенсатора / А.Г. Пахомов, В.А. Яковлев, А.Ф. Константинова // Журнал технической физики. – 1981. – Т. 51. – С. 442–444.
53. *Определение оптических постоянных одноосных поглощающих кристаллов методом эллипсометрии* / А.Г. Пахомов [и др.] / Ковариантные методы в теоретической физике. Оптика и акустика. – Минск, 1981. – С. 147–155.
54. *Филиппов, В.В.* Эллипсометрия анизотропных сред / В.В. Филиппов, А.Ю. Тронин, А.Ф. Константинова // Кристаллография. – 1994. – Т. 39, № 2. – С. 360–382.
55. *Зайцева, Т.М.* Анизотропия оптических свойств природных алмазов / Т.М. Зайцева, А.Ф. Константинова // Минералогический журнал. – 1989. – Т. 11, № 5. – С. 68–73.
56. *Влияние активаторов на оптические и механические свойства кристаллов  $ZrO_2 - Y_2O_3$*  / Г.Г. Кнаб [и др.] // Кристаллография. – 1990. – Т. 35, № 4. – С. 923–929.
57. *Sobolev, V.P.* The rare earth trifluorides / V.P. Sobolev. – Barcelona, 2000. – 528 с.
58. *Дисперсия оптической анизотропии в пленках наноструктурированного кремния* / Л.А. Головань [и др.] // Кристаллография. – 2004. – Т. 49, № 1. – С. 151–156.
59. *Исследование оптических свойств кристаллов  $KGd(WO_4)_2:Nd^{3+}$  с учетом поглощения*

/ А.Ф. Константинова [и др.] // Кристаллография. – 2007. – Т. 52, № 6. – С. 1114–1123.

60. Гречушников, Б.Н. Современная кристаллография / Б.Н. Гречушников. – Т.4. // Физические свойства кристаллов. – М. Наука. – 1981. Оптические свойства кристаллов. – С. 338 – 424.

61. Berreman, D.W. Optics in stratified and anisotropic media: 4x4-matrix formulation / D.W. Berreman // J. Opt. Soc. Am. – 1972. – Vol. 62, № 4. – P. 502–510.

62. Аззам, Р. Эллипсометрия и поляризованный свет / Р. Аззам, Н. Башара. – М. : Мир, 1981. – 583 с.

63. Использование современных математических пакетов для точного решения задач о распространении света в анизотропных слоистых средах. I. Общее решение граничных задач кристаллооптики / А.Ф. Константинова [и др.] // Кристаллография. – 2002. – Т. 47, № 4. – С. 702–710.

64. Использование современных математических пакетов для точного решения задач о распространении света в анизотропных слоистых средах. II. Оптически активные кристаллы / А.Ф. Константинова [и др.] // Кристаллография. – 2002. – Т. 47, № 5. – С. 879–887.

65. Набатов, Б.В. Решение принципиальных задач в теории оптической активности кристаллов: автореф. дис. канд. физ.-мат наук: 01.04.18 / Б.В. Набатов; Ин-т кристаллографии им. А.В. Шубникова РАН. – М. : 2003. – 152 с.

66. Полное внутреннее отражение в анизотропных кристаллах / А.Ф. Константинова [и др.] // Кристаллография. – 2008. – Т. 53, № 5. – С. 886–891.

67. Окорочков, А.И. Влияние неортогональности собственных волн в кристалле на поляризацию прошедшего света / А.И. Окорочков, А.Ф. Константинова // Кристаллография. – 1985. – Т. 30, № 1. – С. 105–113.

68. Особенности распространения света в оптически активных поглощающих кристаллах ромбической сингонии / А.Ф. Константинова [и др.] // Кристаллография. – 2011. – Т. 56, № 3. – С. 412–417.

69. Влияние оптической активности на интенсивность и параметры поляризации прошедшего света в кристаллах / А.Ф. Константинова [и др.] // Кристаллография. – 2003. – Т. 48, № 5. – С. 884–892.

70. Chen, H.C. Theory of electromagnetic waves. A coordinate-free approach / H.C. Chen. – New York: McGraw-Hill Book Company, 1983.

71. Гречушников, Б.Н. О ковариантных методах Ф.И. Фёдорова и их применении в кристаллофизике (по поводу плагиата Х.К. Чена) / Б.Н. Гречушников // Кристаллография. – 1987. – Т. 32, № 4. – С. 1070–1071.

Поступила в редакцию 08.06.11.