ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 621.384.6

О декрементах колебаний в ускорителях при наличии произвольных энергетических потерь

А. А. Коломенский

Частицам в ускорителях приходится испытывать энергетические потери, обусловленные различными эффектами (ионизацией и тормозным излучением на остаточном газе, магнитотормозным излучением и др.). Эти потери и их компенсация за счет высокочастотного ускоряющего поля приводят к двум следствиям: 1)благодаря дискретности потерь происходит возбуждение колебаний (бетатронных и синхротронных) за счет механизма, аналогичного возбуждению колебаний при воздействии шума на осциллятор; 2) энергетические потери приводят в среднем к появлению силы, которая может играть роль положительного или отрицательного трения, действующего на колебания. До настоящего времени этот вопрос рассматривался только для одного частного случая — потери на магнитотормозное излучение при релятивистском движении электрона (см., например, работу [1], гл. 5).

В настоящей работе получены формулы для декрементов бетатронных и синхротронных колебаний при наличии произвольных энергетических потерь. Эти формулы, справедливые при любой энергии частиц, позволяют судить о величине и знаке трения, связанного с потерями, а также об эффективности того или иного способа искусственного затухания колебаний.

Отвлечемся от упомянутого возбуждения колебаний, связанного с флуктуациями потерь. Это возбуждение существенно зависит от конкретных условий, в частности от функции распределения флуктуаций.

Пусть мгновенная мощность энергетических потерь P зависит от полной энергии частицы E, магнитного поля в данной точке B, радиальной координаты x (в направлении нормали к равновесной орбите), а также от обобщенного азимута θ: $P = P(E, B, x, \theta)$.

Для определения декрементов колебаний рассмотрим уравнение движения частицы:

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{B}] + e\mathscr{E} - \frac{P}{v^2}v, \tag{1}$$

где последнее слагаемое представляет собой силу торможения, связанную с энергетическими потерями; $\mathbf{v}$, m — скорость и полная масса частицы соответственно; $\mathscr{E}$ — электрическое поле. Уравнение (1) справедливо в том случае, когда диссипативная сила направлена против скорости.

Из выражения (1) можно получить линеаризованные уравнения, описывающие движение в плоскости симметрии циклического ускорителя в окрестности равновесной орбиты (см. работу [1], гл. V, § 2):

$$\frac{d^2x}{d\theta^2} + \left(\Gamma_1 + \frac{\Gamma}{\beta^2}\right)\frac{dx}{d\theta} + \frac{K^2}{K_0^2}(1-n)\,x = \frac{K}{K_0^2}\cdot\frac{\varepsilon}{E_s}; \tag{2}$$

$$\frac{1}{E}\cdot\frac{d\varepsilon}{d\theta} = -\frac{eV\sin\varphi_s}{2\pi E}\eta - \Gamma(\theta)\left[\left(\frac{\partial\ln P}{\partial\ln E} - \frac{1-\beta^2}{\beta^2}\right)\frac{\varepsilon}{E} + \left(1 - n\frac{\partial\ln P}{\partial\ln B} + \frac{1}{K}\cdot\frac{\partial\ln P}{\partial x}\right)Kx\right], \tag{3}$$

где $K = K(\theta)$ — кривизна орбиты; $2\pi/K_0$ — длина орбиты; $n = -\frac{1}{KB}\cdot\frac{\partial B}{\partial x}$ — показатель поля; $\beta = \frac{v}{c}$; $\varepsilon = E - E_s$; $\eta = \varphi - \varphi_s$, причем φ_s и E_s — равновесные значения фазы и энергии соответственно; q — кратность ускорения; ω — угловая частота обращения; V — амплитуда ускоряющего напряжения;

$$\frac{d\eta}{d\theta} = q\left(Kx - \frac{\Delta\beta}{\beta}\right);\quad \Gamma = \frac{P}{\omega E};\quad \Gamma_1 = \frac{1}{E}\cdot\frac{dE_s}{d\theta}. \tag{4}$$

Замкнутая возмущенная орбита $x_0(\theta)$ описывается выражением

$$x_0(\theta) = \frac{\psi(\theta)}{K_0}\cdot\frac{\varepsilon}{E}, \tag{5}$$

где $\psi(\theta)$ — известная периодическая функция орбиты.

Из уравнений (2)—(5), используя методы, примененные в работе [1] (см. гл. V, § 3 или приложение Г), можно найти выражения для связанных с энергетическими потерями декрементов радиальных бетатронных колебаний $\langle\zeta_x\rangle$ и синхротронных колебаний $\langle\zeta_s\rangle$:

$$\langle\zeta_x\rangle = \frac{1}{2}\left\langle\Gamma\left(\frac{1}{\beta^2} - F\right)\right\rangle; \tag{6}$$

$$\langle\zeta_s\rangle = \frac{1}{2}\left\langle\Gamma\left(\frac{\partial\ln P}{\partial\ln E} - \frac{1-\beta^2}{\beta^2} + F\right)\right\rangle, \tag{7}$$

где $\langle\ \rangle$ означает усреднение по θ;

$$F = \frac{K\psi}{K_0}\left[\left(1 - n\frac{\partial\ln P}{\partial\ln B}\right) + \frac{1}{K}\cdot\frac{\partial\ln P}{\partial x}\right]. \tag{8}$$

Из выражений (6) и (7) найдем сумму декрементов

$$\sigma = \langle \zeta_x \rangle + \langle \zeta_s \rangle = \frac{1}{2} \left\langle \Gamma \left(1 + \frac{\partial \ln P}{\partial \ln E} \right) \right\rangle, \qquad (9)$$

характеризующую скорость изменения общего фазового объема колебаний в процессе движения. Найденное выражение (9) показывает, что эта скорость определяется только видом зависимости потерь от энергии E. Если мощность потерь P уменьшается при увеличении E быстрее, чем E^{-1}, то $\sigma < 0$, что соответствует возрастанию суммарного фазового объема, при котором нельзя добиться одновременного затухания бетатронных и синхротронных колебаний. Этого можно добиться при условии, если P спадает медленнее, чем E^{-1}, или тем более если P нарастает с E.

В качестве примера приведем приближенные оценки величины σ для некоторых частных случаев.

1. Потери на ионизацию ведут к раскачке колебаний при $\beta < \frac{1}{\sqrt{2}}$:

$$P \backsim \frac{1}{\beta}, \ \sigma \approx \frac{1}{2} \left\langle \Gamma \frac{2\beta^2 - 1}{\beta^2} \right\rangle. \qquad (10)$$

2. Потери на тормозное излучение дают раскачку колебаний при $\beta < \frac{1}{2}$:

$$P \backsim \beta E^2, \ \sigma \approx \frac{1}{2} \left\langle \Gamma \frac{4\beta^2 - 1}{\beta^2} \right\rangle. \qquad (11)$$

3. Потери на магнитотормозное релятивистское излучение ($\beta = 1$)

$$P \backsim E^2, \ \sigma = \frac{3}{2} \langle \Gamma \rangle \qquad (12)$$

приводят, как известно, к затуханию колебаний, что весьма существенно для работы электронных ускорителей и накопителей.

Вычисление среднеквадратичных значений амплитуд колебаний, возбуждаемых в результате потерь на ионизацию, тормозное излучение и т. д., с учетом трения, описываемого формулами (6) и (7), будет сделано в другой работе.

Поступило в Редакцию 25/V 1965 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей. М., Физматгиз, 1962.

УДК 539.107

О равномерном облучении поверхности объектов импульсным пучком электронов

Ю. С. Рябухин, А. Г. Васильев, А. Н. Беляков

В последние годы все большее распространение получает использование электронных ускорителей в качестве радиационных аппаратов [1, 2] (для модификации свойств полимерных изделий, стерилизации и т. д.). В связи с этим важной проблемой является обеспечение равномерности облучения поверхности объектов импульсным пучком электронов. Рассмотрим условия равномерного облучения плоских объектов.

Примем, что площадь облучаемой поверхности много больше площади неразвернутого пучка, ось пучка перпендикулярна поверхности, распределение тока в пучке симметрично относительно оси пучка и продолжительность импульса достаточно мала для того, чтобы «пятно» от импульса на поверхности практически не «размывалось» при движении объекта относительно пучка (или наоборот). Рассмотрим бесконечную плоскость, на которой центры пятен от импульсов образуют прямоугольную решетку с параметрами a и b (рис. 1).

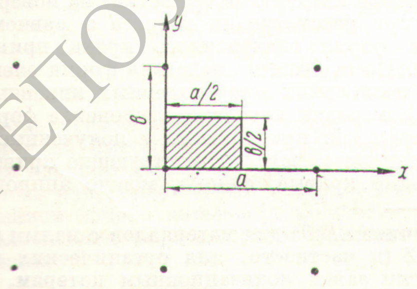

Рис. 1. Прямоугольная решетка, образуемая центрами пятен на поверхности.

Функция $D\ (x,\ y)$, определяющая дозу в точке с координатами $x,\ y$, зависит от распределения тока в сечении пучка и параметров решетки a и b. Если отклонение электронов от оси пучка подчиняется нормальному гауссову закону

$$I = I_{\text{макс}} e^{-r^2/2\sigma^2} \qquad (1)$$

(здесь $I_{\text{макс}}$ — плотность тока по оси пучка; I — плотность тока на расстоянии r от оси пучка в плоскости пятна; σ — стандартное отклонение электрона от оси пучка), то в заштрихованном прямоугольнике (см. рис. 1) функция $D\ (x,\ y)$ будет иметь вид

$$D\,(x,\ y) = C \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(na-x)^2}{2\sigma^2}} \right) \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(mb-y)^2}{2\sigma^2}} \right), \qquad (2)$$

где C — константа, определяемая величиной $I_{\text{макс}}$ и другими условиями облучения.

Не останавливаясь на вычислении различных числовых параметров распределения, рассмотрим одну величину, которая характеризует неравномерность облучения, — ε, т. е. отношение минимальной дозы $D_{\text{мин}}$ к максимальной $D_{\text{макс}}$. Очевидно, доза минимальна в точке с координатами $x = 0{,}5\ a$; $y = 0{,}5\ b$ и максимальна