

В нерелятивистском случае ($\gamma=1$) при $v_z=0$ выражение (2) переходит в дисперсионное уравнение, приведенное в работе [5].

Для волн, распространяющихся вдоль пучка ($k_z=0$), дисперсионное уравнение распадается на два: для устойчивых продольных и поперечных волн. Дисперсионное уравнение для продольных волн описывает обычную пучковую неустойчивость, инкремент которых стремится к нулю в релятивистском случае.

Учитывая, что толщина пучков в накопителях мала $\Delta < 0,01$ см, а $k_z \gg \frac{\pi}{\Delta}$ и, следовательно, выполняется условие

$$\gamma^2 \ll \frac{k_z^2 \Omega^2}{k^2 (\omega^2 + c^2 k_y^2)}, \quad (3)$$

и считая, что пучки движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1=c$ и $v_2=-c$, из соотношения (2) получаем

$$c^2 k^2 + \Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \omega = \frac{4\Omega_1^2 \Omega_2^2 k_z^2 c^2}{(\omega^2 - c^2 k_y^2)^2}. \quad (4)$$

Исследовав графически обе части уравнения (4), можно убедиться, что при выполнении условия

$$k_y^4 c^2 (c^2 k^2 + \Omega_1^2 + \Omega_2^2) < 4\Omega_1^2 \Omega_2^2 k_z^2 \quad (5)$$

получается решение с нарастающей амплитудой ($Im\omega > 0$). При $\omega^2 - c^2 k_y^2 \ll c^2 k_z^2$ решение уравнения (4) будет иметь вид

$$\omega^2 = k_y^2 c^2 - \frac{2\Omega_1^2 \Omega_2^2 k_z^2 c^2}{(\Omega_1^2 + c^2 k_z^2)^{1/2}}. \quad (6)$$

В случае $k_y \rightarrow 0$ получим максимальный инкремент нарастания

$$Im\omega = \frac{(2\Omega_1 \Omega_2 k_z c)^{1/2}}{(\Omega_1^2 + c^2 k_z^2)^{1/4}}. \quad (7)$$

При $\Omega_{1,2} \ll ck_z$ (условие, справедливое для накопленных пучков) получим

$$Im\omega = \sqrt{2\Omega_1 \Omega_2}; \quad \tau = (2\Omega_1 \Omega_2)^{-1/2}. \quad (8)$$

Сравнив время τ со временем взаимодействия сгустков, можно определить максимальную плотность в сгустках для случая, когда неустойчивость из-за коллективных взаимодействий несущественна. В частности, для сгустков с одинаковой плотностью получим

$$n < \frac{m_0 c^2}{8\pi e^2 \gamma l^2}, \quad (9)$$

где l — длина сгустка.

Для электронных или электрон-позитронных пучков

$$n < \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{\gamma l^2}.$$

Например, для электронных пучков с энергией 100 Мэв и длиной сгустка 40 см или энергией 250 Мэв и длиной сгустка 60 см $n < 2 \cdot 10^{10}$ см⁻³.

Авторы искренне благодарны Я. Б. Файнбергу за обсуждение результатов работы.

Поступило в Редакцию 18/II 1965 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Ammon, D. Ritson. International Conference on High Energy Accelerators, USA, 1961, p. 471.
2. Е. М. Мороз. ЖТФ, 33, 455 (1963).
3. F. Delcroix. Compt. rend. Acad. sci. colon., 256, 2305 (1963).
4. D. Finkelstein, P. A. Sturrock. Stability of Relativistic Self-Focusing Streams. Plasma Physics. Ed. J. Drummond. 1961, p. 224.
5. J. Neufeld, P. Doyle. Phys. Rev., 121, 654 (1961).

УДК 539.125.5

Ксеноновые колебания в реакторе

И. П. Бачериков

В стационарном состоянии поток нейтронов в каждой точке реактора на тепловых нейтронах находится в равновесии с концентрацией Xe^{135} , образующегося при выгорании горючего. При изменении мощности или перераспределении нейтронного поля после перемещения регулирующих стержней равновесие нарушается и наступает переходный режим, который в устойчивом по отношению к ксеноновым колебаниям реакторе завершается установлением нового равновесия. Критичность при таком переходе может сохраниться за счет отрицательного мощностного эффекта реактивности. В случае ксеноновой неустойчивости [1,2] будут происходить нарастающие колебания распределения нейтронов около нового равновесия или монотонный уход от него. Неизбежные в переходном режиме местные отклонения распределения нейтронов могут оказывать нежелательными вследствие температурных ограничений. Поэтому необходимо знать величину этих отклонений, особенно если система регулирования

не рассчитана на их подавление. Ниже приводится методика их оценки.

Обозначим: $\Phi_1(r)$ — первоначальное равновесное распределение нейтронов; $\Phi_2(r)$ — распределение нейтронов сразу после нарушения равновесия и $\Phi_3(r)$ — новое установившееся распределение. Распределение нейтронов в переходном режиме выразим через отклонение от нового равновесного распределения, т. е. $\Phi(r, t) = \Phi_3(r) + \varphi(r, t)$, а отклонение разложим в ряд

$$\varphi(r, t) = \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_j(r, t) \equiv \sum_{j=0}^{\infty} A_j(t) H_j(r) \quad (1)$$

по подходящим собственным функциям (пространственным гармоникам) стационарной системы с материальным параметром $B_H^2(r)$ и той же геометрией, что и рассматриваемая система. Эти функции удовлетво-

ряют нормировке $\int H_j^2 dv = 1$ и уравнению $\nabla^2 H_j + B_H^2 H_j + h_j^2 H_j = 0$, где h_j^2 — собственные значения ($h_0 = 0$).

Пусть $\varphi \ll \Phi_3$, а гармоники H_j выбраны таким образом, чтобы в соответствии с работой [1] можно было получить уравнение для частоты их колебаний $\omega_j^2 + p_j \omega_j + q_j = 0$. Начальное отклонение $\varphi(r, 0) = \Phi_2(r) - \Phi_3(r)$. Начальную производную $\frac{d\varphi}{dt}(r, 0)$ можно найти из справедливого для переходного режима уравнения для концентрации J^{135} (предшественника Xe^{135}) и разложения этой концентрации в ряд аналогично выражению (1).

Формула для j -й гармоники будет иметь вид

$$\varphi_j(r, t) = e^{U_j t} \left[(\bar{\varphi}_j - U_j \bar{\varphi}_j) \frac{\sin v_j t}{v_j} + \bar{\varphi}_j \cos v_j t \right] H_j(r), \quad (2)$$

где $\omega_j = U_j \pm v_j \sqrt{-1}$;

$$\bar{\varphi}_j = \int \frac{d\varphi}{dt}(r, 0) H_j dv; \quad \bar{\varphi}_j = \int \varphi(r, 0) H_j dv;$$

$$(\bar{\varphi}_j - U_j \bar{\varphi}_j) = \left(P_j - \frac{q_j}{\lambda_j} - \lambda_j \right) \int \Phi_1 H_j dv + \left(\lambda_j - \frac{P_j}{2} \right) \int \Phi_2 H_j dv + \left(\frac{q_j}{\lambda_j} - \frac{P_j}{2} \right) \int \Phi_3 H_j dv;$$

λ_j — постоянная распада J^{135} .

Распределения нейтронов Φ_1 , Φ_2 и Φ_3 , удовлетворяющие уравнению

$$\nabla^2 \Phi + B^2(r, \Phi) \Phi = 0 \quad (3)$$

при произвольно неоднородном материальном параметре B^2 , достаточно просто рассчитываются путем разложения в ряд по однородным гармоникам:

$$\Phi \approx A_0 \sum_{j=0}^n a_j F_j, \quad (4)$$

где $a_j = \frac{A_j}{A_0}$; F_j удовлетворяют уравнению $\nabla^2 F_j + B_g^2 F_j + f_j^2 F_j = 0$; B_g^2 — геометрический параметр. После подстановки (4) в (3), умножения на F_i и интегрирования получим систему уравнений для коэффициентов $a_1, 2, \dots, n$:

$$\sum_{i=0}^n a_i b_{ij}^2 = a_j (1 + \lambda_j), \quad (5)$$

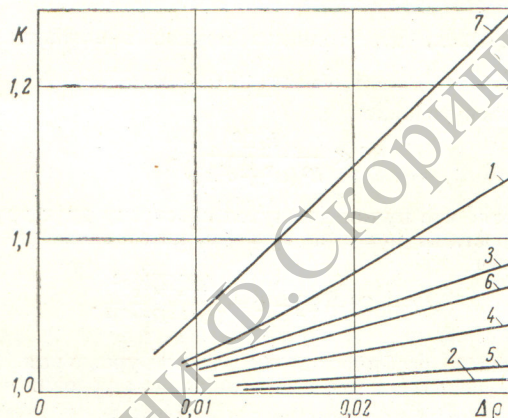
где

$$j=0, 1, \dots, n; \quad b_{ij}^2 = \frac{1}{B_g^2} \int B^2(r, \Phi) F_i F_j dv; \quad \lambda_j = \frac{f_j^2}{B_g^2}.$$

При этом $n+1$ -м неизвестным может быть мощность (коэффициент A_0), критический параметр B^2 или размеры реактора. Если B^2 зависит от искомого распределения, то в первом приближении в выражение

(5) подставляется ориентировочное распределение Φ и решение находится методом последовательных приближений. Для примера были рассчитаны отклонения

первой гармоники $\sqrt{\frac{2}{H}} \sin \frac{2\pi z}{H}$ в плоском реакторе, разделенном посередине на две зоны, отличающиеся друг от друга значением B_0^2 (см. рисунок). Аргументом



Максимальная относительная неравномерность $K = \frac{2}{\pi} K_{\text{макс}}$.

Переход от двух зон к однородному слою: 1 — Φ_1 ; 2 — Φ_2 ; 3—5 — отклонения при φ_{21} , равных $\frac{2}{3}$, 1 и 2 соответственно; 6 — отклонение при $\varphi_{21} = 1$ и $\alpha_\Phi = 0$. Переход от однородного слоя к двухзонному: 1 — Φ_2 и Φ_3 ; 7 — отклонение при $\varphi_{21} = 1/2 \div 2$.

служила разность реактивностей этих зон $\Delta\rho$. Материальный параметр использовался в виде

$$B^2 = B_0^2(r) + \alpha_X X(\Phi) + \alpha_\Phi \Phi(r),$$

где $X(\Phi)$ — относительное отравление Xe^{135} ; $\alpha_X = -5 \cdot 10^{-4}$; $\alpha_\Phi = -2,5 \cdot 10^{-18}$; толщина слоя $H = 250$ см; средний поток $\bar{\Phi}_2 = 4 \cdot 10^{13}$ нейтр/см²·сек. По оси ординат отложено отношение коэффициента неравномерности распределения нейтронов при максимальном отклонении к коэффициенту неравномерности $\pi/2$ для однородного слоя. Кривые на рисунке рассчитаны при различных отношениях новой средней мощности к первоначальной $\varphi_{21} = \bar{\Phi}_2/\bar{\Phi}_1$. Этот расчет показывает, что наибольшие отклонения нейтронного поля получаются при переходе к двухзонному слою (кривая 7).

Поступило в Редакцию 23/X 1964 г.
В окончательной редакции 27/V 1965 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. R a n d a l l, D. J o h n. Nucleonics, 16, No. 3 (1958).
2. А. Х и т ч к о к. Устойчивость ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1963.