Оценка проводимости низкотемпературной (U — F)-плазмы высокой плотности

Л. П. КУДРИН

УДК 533.9

Оценивается электронная и ионная электропроводность плазмы в области температур 0,4—3 *эв* в условиях термодинамического равновесия. Оценка показывает, что определяющую роль играют некулоновские процессы столкновения электронов в плазме. Таким образом, электропроводность может отличаться от спитцеровской на несколько порядков величины.

Электропроводность плазмы важно знать для определения оптимальных термодинамических условий в различных технических приложениях, для оценки диффузии магнитного поля и т. д. При этом наименее исследованы область высоких давлений p (сотни атмосфер и более) и область температур T, составляющих доли и единицы электронвольт. Низкотемпературная плазма (для части рассматриваемой области T и p) неидеальна, так как кулоновская энергия на среднем расстоянии между частицами сравнима с kT. Вычисление проводимости неидеальной плазмы, а также ее термодинамических функций связано с принципиальными трудностями, потому что эта задача, вообще говоря, является задачей без малого параметра. Поскольку неизвестно уравнение состояния неидеальной плазмы, невозможно вычислить с достаточной точностью равновесные концентрации отдельных компонент плазмы. Кроме того, информация об элементарных процессах столкновения электронов с атомами и молекулами настолько бедна, что уточнение уравнения состояния не внесло бы существенного уточнения в расчет проводимости (σ). Поэтому речь может идти лишь об оценке σ. В настоящей работе вычисляется σ плазмы, исходным газом для которой является UF_6. Условно назовем такую плазму (U — F)-плазмой.

Рассмотрим плазму, находящуюся в состоянии термодинамического равновесия при температуре T. При этом электронная проводимость может быть выражена через подвижность электронов K_e:

$$\sigma = \frac{en_e v}{E} = en_e K_e;$$
$$K_e \approx \frac{e}{m}\cdot\frac{L}{\bar{v}} = \frac{e}{m}\cdot\left(\frac{3kT}{m}\right)^{-1/2}\cdot\frac{1}{nq_c}, \tag{1}$$

где m, e, $\bar{v}$ — масса, заряд и средняя скорость электронов; L — средняя длина свободного пробега электрона до столкновения; q_c — сечение столкновения; n — плотность частиц-мишеней. Учет дебаевского экранирования, а также электрон-электронных столкновений, согласно работе [1], приводит к следующему выражению для σ:

$$\sigma_{\text{сп}} = 2{,}64\cdot10^{-4}\,\frac{F(Z)}{Z\ln\lambda}\,T^{3/2}\ \textit{мо/см},\quad \lambda = \frac{h}{r_0}, \tag{2}$$

где Z — заряд иона; h — дебаевский радиус; F — слабая функция Z. Необходимо отметить, что, когда плотности электронов и положительных ионов не совпадают (из-за наличия отрицательных ионов), выражение (2) следует умножить на n_e/n_i, чем в инженерных расчетах иногда пренебрегают. Следовательно, для однозарядных ионов для кулоновской составляющей сопротивления получим выражение вида

$$\eta_1 = 6{,}54\cdot10^3 T^{-3/2}\ln\lambda\cdot\frac{n_i}{n_e}\ (\textit{ом}\cdot\textit{см}).$$

Записывая, аналогично выражению (1), сопротивление, обусловленное некулоновскими процессами столкновения электронов, получим

$$\eta_2 = 2{,}40\cdot10^2\,\frac{T^{1/2}}{n_e}\sum_k n_k q_k, \tag{3}$$

где q_k — сечение столкновения электрона с частицей k-й компоненты плазмы, имеющей плотность n_k. Тогда

$$\sigma = \frac{1}{\eta_1+\eta_2}. \tag{4}$$

Равновесный состав термодинамически идеальной (U — F)-плазмы, а также уравнение состояния были вычислены в работе [2], в которой в области температур 0,4—3 *эв* учитывались следующие компоненты: U, U^+, U^{++}, F, F^+, F^-, e, F_2, UF_n ($n = 1, \ldots, 6$). Оказалось, что основными составляющими плазмы являются F, F^-, F_2 и U.

Главная задача при расчете σ — оценка сечений столкновений электронов с различными компонентами плазмы. Столкновения включают рассеяние электронов на атомах, ионах, молекулах, а также захват электронов, обусловленный различными механизмами (фотозахват, рекомбинация и т. д.). Отметим, что сечение кулоновского рассеяния электронов на ионах на большие углы составляет от $10^3\pi a_0^2$ при энергии электрона 0,4 *эв* до $10\pi a_0^2$ при 3 *эв* (a_0 — боровский радиус).

Рассеяние электронов атомами. Основной процесс рассеяния медленных электронов атомами — упругое рассеяние. Неупругое рассеяние существенно, когда энергия падающего электрона сравнима с энергией возбуждения атома. Если электрон обладает энергией, достаточной в этом смысле для неупругого соударения, то, грубо говоря, вероятность упругого и неупругого соударений примерно одинакова. Сечения упругого рассеяния атомами колеблются в широких пределах: от $q_{\text{мин}} \approx \pi a_0^2$ (геометрического сечения) до значений, на три-четыре порядка превышающих πa_0^2. Теоретический предел для парциального сечения q_l, как упругого, так и неупругого, определяется величиной

$$q_l^{\text{макс}} = \frac{4\pi\,(2l+1)}{k^2},$$

где k и l — волновое число и орбитальное квантовое число электрона соответственно. Более определенное значение q при малых прицельных параметрах (большие углы рассеяния) может быть получено с помощью рассмотрения сечения так называемого поляризационного захвата [3]. В классическом случае это соответствует задаче о «падении» частицы на центр [4] в некотором эффективном потенциале. Тогда

$$q = 2\pi \sqrt{\frac{\alpha e^2}{2E}}\,. \tag{5}$$

Сравнение значений q, вычисленных по формуле (5), с экспериментальными данными для некоторых атомов [3, 5] позволяет заключить, что формула (5) дает правильную оценку по порядку величины и, как правило, оценку снизу, причем она наиболее точна для атомов с большой поляризуемостью α. Например, известно, что сечения рассеяния медленных электронов на атомах щелочных металлов очень велики. Вычисление q для цезия при энергии электронов $E = 0{,}2$ *эв* ($\alpha = 360$ ат. ед) дает значение $310\ \pi a_0^2$, что лишь вдвое меньше экспериментального [3]. Нас интересует рассеяние медленных электронов прежде всего на атомах урана и фтора. Для q урана в литературе нет ни экспериментальных, ни теоретических данных. Величина α для урана была вычислена в работе [6] на основе статистической модели атома (модель Томаса — Ферми — Дирака с корреляционной поправкой):

$$\alpha = \frac{4}{9Za_0}\,[\langle r^2\rangle]^2; \quad \langle r^2\rangle = 4\pi \int_0^R r^4 \rho(r)\,dr,$$

где $\rho(r)$ — плотность атомных электронов; R — граница атома.

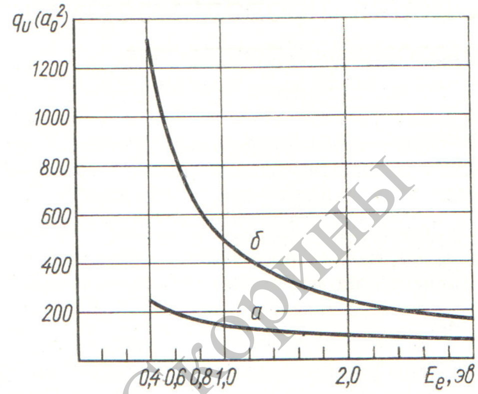


Рис. 1. Сечение рассеяния медленных электронов на атомах урана, рассчитанное по формуле (5) (кривая *а*) и квазиклассическим методом (кривая *б*).

Полученная таким образом величина $\alpha = 4 \cdot 10^{-24}$ *см*^{3} = 33 ат. ед. равна экспериментально измеренной поляризуемости ксенона. Это, по-видимому, позволяет утверждать, что α_{U} на самом деле больше, так как атом ксенона — атом с замкнутыми электронными оболочками. Зависимость $q_{\text{U}}(E)$ представлена на рис. 1 (кривая *а*). Для оценки сечения рассеяния на уране сверху был предпринят расчет сечения в квазиклассическом приближении. Такой расчет не является корректным, ввиду того что при рассматриваемых скоростях электронов основной вклад в сечение вносят члены с $l < 4$. Кроме того, в таком расчете невозможно учесть рассеяние на малые углы, так как одним из условий квазиклассичности рассеяния является неравенство $\theta l \gg 1$, где θ — угол рассеяния. Однако для расчета диффузионного сечения, которое и необходимо, т. е.

$$q_d = \int q(\theta)\,(1 - \cos\theta)\,d\theta,$$

трудность с малыми углами отпадает. Это сечение можно представить через фазы рассеяния δ_l:

$$q_d = \frac{2\pi}{E} \sum_l (l+1)\sin^2(\delta_l - \delta_{l+1}). \tag{6}$$

Здесь E — энергия электрона, ат. ед.;

$$\delta_l = \int_{y_1}^{\infty} \left\{ 2\left[E + \frac{Z}{y}\,\psi\left(\frac{y}{\mu}\right) + \varepsilon\right] - \frac{\left(l+\frac{1}{2}\right)^2}{y^2} \right\}^{1/2} dy - \int_{y_2}^{\infty} \left[2(E+\varepsilon) - \frac{(l+1/2)^2}{y^2} \right]^{1/2} dy, \tag{7}$$

где $\frac{z\psi(x)}{x}$ — безразмерный потенциал атома; ε — вариационный параметр; $\mu = 0{,}834\, a_0 Z^{-1/3}$.

Потенциал атома урана был вычислен ранее в работе [7] в приближении статистической модели атома с поправкой на корреляцию электронов. Вычисление q_d и δ_l показало, что основной вклад в q_d вносят парциальные сечения с $l = 1$ и $l = 2$. Зависимость $q_d\,(E)$ представлена на рис. 1 (кривая *б*). Неопределенность в оценке сечений особенно велика при малых энергиях. Поэтому для оценки σ в дальнейшем расчет ведется в двух вариантах.

Экспериментальные данные для фтора также отсутствуют. В работе [8] было вычислено q_{F} в интервале энергий 0—15 *эв*. Несмотря на небольшую величину q_{F} ($\sim \pi d_0^2$) вклад рассеяния электронов на атомах фтора достаточно велик из-за высокой концентрации этих атомов в плазме.

Фотозахват электронов с образованием отрицательных ионов. Наличие в плазме большой концентрации ионов F^- указывает на необходимость рассмотрения процессов с образованием отрицательных ионов. Радиационный захват

$$e + A \longrightarrow A^- + \hbar\nu$$

достаточно хорошо исследован теоретически и для ряда атомов — экспериментально [5]. В работе [8] вычислено сечение фотоотрыва для иона F^-. Оно слабо зависит от энергии электронов. Расчет с помощью принципа детального равновесия дает для сечения фотозахвата при энергии электрона 1,75 *эв*

$$q_c^{\mathrm{F}} \approx 10^{-6} \pi a_0^2.$$

Такая малая величина сечения позволяет пренебречь вкладом этого процесса, несмотря на высокую концентрацию атомов фтора в плазме.

Образование отрицательных ионов в тройных столкновениях. Если плотность электронов не слишком мала ($>10^{13}$ *см*$^{-3}$), ионы F^- образуются в основном при тройных столкновениях типа

$$A + e + e \longrightarrow A^- + e;$$
$$A + B + e \longrightarrow A^- + B.$$

При равных плотностях электронов и атомов вероятность образования отрицательных ионов в первом случае на три-четыре порядка больше, чем во втором [9]. Для фтора, к сожалению, нет ни теоретических, ни экспериментальных данных. Однако сечение разрушения отрицательного иона Cl^- электронным ударом было вычислено в работе [10]. С помощью принципа детального равновесия можно показать, что сечение прилипания электронов при $T = 0{,}4$ *эв* $q_{\mathrm{n}}^{\mathrm{Cl}} \approx 4 \cdot 10^{-17}$ *см*^{2}. Поэтому трудно ожидать, чтобы в рассматриваемой области температур сечение прилипания с образованием F^- в тройных столкновениях превышало геометрическое с учетом того, что сродство фтора и хлора к электрону практически одинаково.

Электрон-ионная рекомбинация. Электроны и ионы могут рекомбинировать в результате ударно-радиационной рекомбинации (сложного процесса, переходящего в радиационную рекомбинацию в предельном случае разреженной плазмы), а также при диссоциативной рекомбинации, включающей связанный безызлучательный переход.

Теоретические оценки и эксперимент [5] показывают, что при рассматриваемых плотностях радиационная двухчастичная рекомбинация типа

$$A^+ + e \longrightarrow A + \hbar\nu$$

маловероятна. В широком интервале энергий электронов для многих однозарядных ионов A^+ коэффициент рекомбинации $\alpha^* \approx \overline{v} q_r\,(\overline{v}) \approx \approx 10^{-12}$ *см*^{3}/*сек*. Следовательно, в наших условиях $q_r \approx 10^{-19} \div 10^{-20}$ *см*^{2}. Данных по диссоциативной рекомбинации практически нет, однако на основании оценок можно утверждать, что сечение этого процесса $q \lessdot \pi a_0^2$. К счастью, потенциал ионизации молекул UF_n оказывается достаточно высоким (~ 10 *эв*), так что плотность молекулярных ионов мала. Поэтому вкладом диссоциативной рекомбинации в частоту столкновений можно пренебречь.

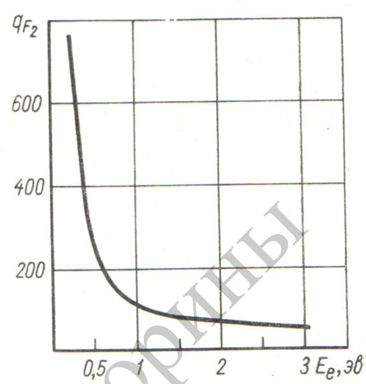
При больших плотностях электронов существенную роль играют процессы тройной рекомбинации

$$A^+ + e + e \longrightarrow A' + e;$$
$$A^+ + e + B \longrightarrow A' + B'.$$

Задача об ударно-радиационной рекомбинации для водорода была решена Бейтсом [5]. Аналогичные расчеты, проведенные в работе [5] для ионов щелочных металлов, указывают на слабую чувствительность α^* к структуре однозарядных ионов. Недавно выполненный более тщательный расчет ударно-радиационной рекомбинации в цезиевой плазме [11] подтверждает этот вывод, поскольку α^*_{Cs} совпадает с α^*_{H} с точностью до двойки. Этот результат подтвержден экспериментальными работами, выполненными на ударных трубах и в дугах [5, 12]. Поэтому в нашем случае для расчета ударно-радиационной рекомбинации использовались кривые Бейтса для электрон-протонной рекомбинации. Оценим максимальную величину сечения для нашей минимальной температуры $T = 0{,}4$ *эв* и $n_e = 10^{19}$ *см*$^{-3}$. Величина $\alpha^* \approx 2 \cdot 10^{-7}$ *см*^{3}/*сек*, т. е. $q_{\text{рек}} \approx 5 \cdot 10^{-14}$ *см*^{2} $= 5 \cdot 10^2 \pi a_0^2$. Таким образом, сечение рекомбинации может быть сравнимо с сечением рассеяния медленных электронов на атомах. Коэффициент рекомбинации для многозарядных ионов с зарядом Z легко пересчитывается через коэффициенты для однозарядных ионов [5]:

$$\frac{1}{Z}\,\alpha^*(Z,\, Z^7 n_e,\, Z^2 T) = \alpha^*(1,\, n_e,\, T). \qquad (8)$$

Р и с. 2. Сечение рассеяния медленных электронов на молекулах F_2.



Столкновения медленных электронов с молекулами. Для сечений столкновений электронов с молекулами фторидов урана нет ни экспериментальных, ни теоретических данных. Однако для молекулярных галогенов экспериментальные сечения имеют сходные энергетические зависимости. Так, у сечений для I_2, Cl_2 и Br_2 в области $E = 1{,}2 \div 1{,}6$ *эв* отмечается резкий минимум, а при $E < E_{\text{мин}}$ сечения резко возрастают. В области $E = 0{,}3 \div 0{,}4$ *эв* сечение q_s может достигать сотен геометрических сечений. Трудно ожидать сильного отклонения сечений рассеяния на молекулах F_2 от этих значений.

Кроме рассмотренного выше рассеяния медленных электронов молекулами имеет место диссоциативное прилипание электронов к молекулам:

$$AB + e \longrightarrow A^+ + B^- + e.$$

Для большинства исследованных молекул $q_{\text{п}} \leqslant 10^{-17}$ *см*^{2}, однако для молекул галогенидов это сечение может быть существенно большим. Например, q_{SF_6} при $E = 0{,}1$ *эв* составляет $5{,}7 \cdot 10^{-16}$ *см*^{2}. Точное знание сечений столкновений электронов с молекулами UF_n не является важным из-за малой концентрации этих молекул в плазме при $E > 0{,}5$ *эв*. Поэтому при оценке проводимости предполагалось, что сечение рассеяния на этих молекулах складывается из сечений рассеяния на атомах урана и фтора. Этого нельзя сказать о молекулах F_2, для которых необходимо точное знание сечений ввиду их большой концентрации. За неимением других данных примем $q_{F_2} = q_{Cl_2}$ (сечение рассеяния на F_2 приведено на рис. 2). На рис. 3 представлены частоты столкновений (γ), соответствующие основным (некулоновским) элементарным процессам, для начальных давлений $p_0 = 1{,}6$ *атм* и $p_0 = 10$ *атм*. Как видно из рисунков, процессами, вносящими основной вклад в γ, являются процессы рассеяния электронов на уране, молекулах F_2, атомарном фторе, ударно-радиационная рекомбинация. На этом же рисунке представлены кривые суммарной частоты столкновений γ для двух вариантов, соответствующих верхней и нижней оценкам рассеяния электронов на атомах урана. При $T \leqslant 1$ *эв* основной вклад вносит рассеяние на атомах урана и молекулах F_2. При более высоких температурах существенно рассеяние на атомах фтора. Наконец, при $kT \approx 2$ *эв* становится важной ударно-радиационная рекомбинация, причем основной вклад в этот процесс вносит рекомбинация на двукратно заряженных ионах.

На рис. 4, *а*, *б*, *в* представлена проводимость плазмы соответственно для p_0, равных 1,6; 3,2 и 10 *атм*, причем кроме проводимости, вычисленной в двух вариантах по формуле (4), для сравнения приведены проводимости, рассчитанные по формуле (2) и по формуле (2), поправленной на отношение плотностей ионов и электронов.

На рис. 5 для нескольких значений T приведена зависимость σ (первый вариант) от величины начального давления p_0 гексафторида урана. Расхождение вычисленной проводимости со значениями σ_{Cn}, особенно при низких температурах, велико. Так, для $p_0 = 1{,}6$ *атм* и $T = 0{,}7$ *эв* $\frac{\sigma}{\sigma_{\text{Cn}}} = \frac{0{,}7}{52} = 1{,}3 \cdot 10^{-2}$. При более низких T это отношение составляет несколько порядков. Для $p_0 = 10$ *атм* и $T = 0{,}7$ *эв* $\frac{\sigma}{\sigma_{\text{Cn}}} = \frac{6 \cdot 10^{-2}}{50} = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$. Формулой (2) с поправкой на отношение плотностей, необходимой в плазме с большой концентрацией отрицательных ионов, можно пользоваться лишь для грубой оценки при $T > 3$ *эв*. Рис. 5 дает возможность грубой интерполя-

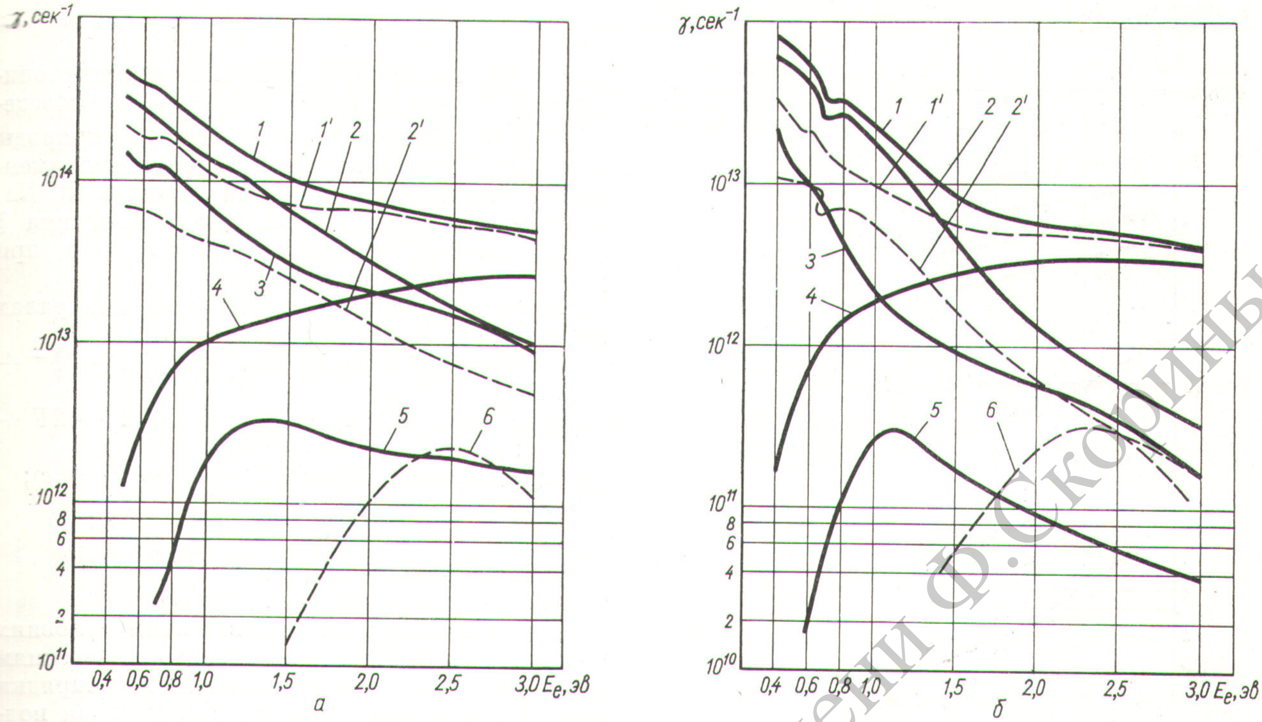


Рис. 3. Зависимость частоты столкновений электронов с отдельными компонентами плазмы от энергии электронов (*а* — $p_0 = 1{,}6$ *атм*, *б* — $p_0 = 10$ *атм*):

1, 1' — суммарное значение (первый и второй варианты расчета соответственно); *2, 2'* — рассеяние электронов на атома урана (первый и второй варианты); *3* — рассеяние электронов на молекулах F_2; *4* — рассеяние электронов на атома фтора; *5* — рекомбинация однозарядных ионов; *6* — двухзарядная рекомбинация.

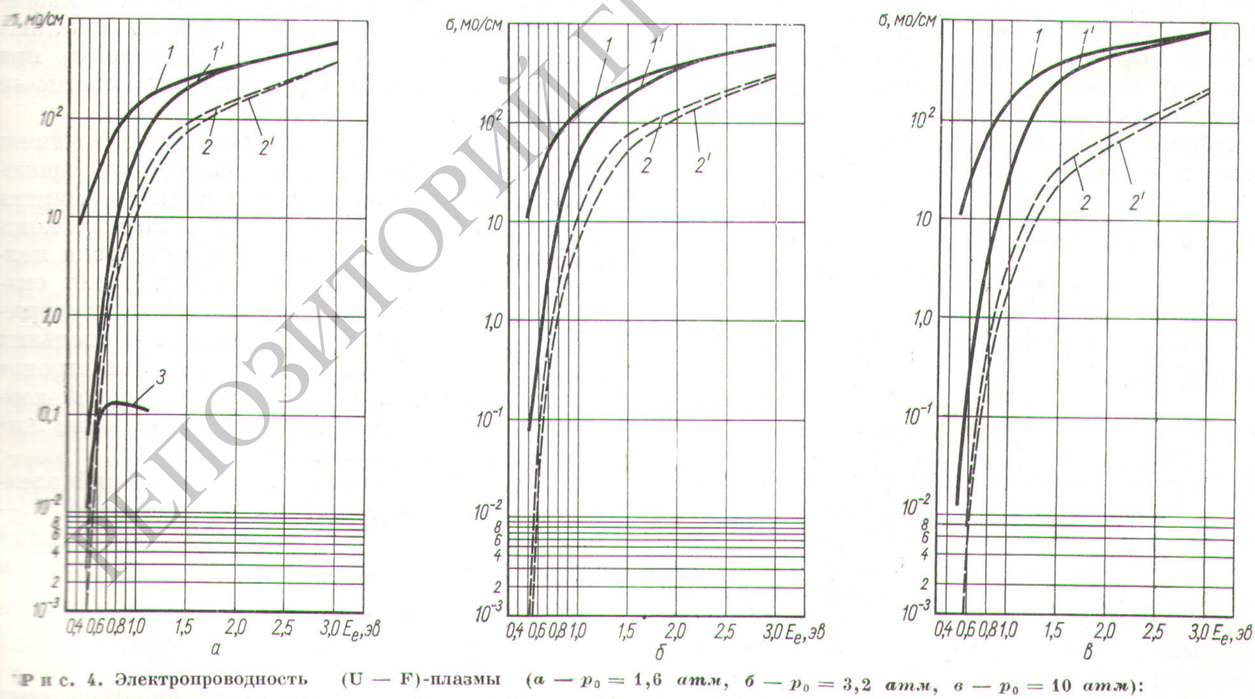


Рис. 4. Электропроводность (U — F)-плазмы (*а* — $p_0 = 1{,}6$ *атм*, *б* — $p_0 = 3{,}2$ *атм*, *в* — $p_0 = 10$ *атм*):

1.1' — проводимости, рассчитанные по формуле (2) и по формуле (2), поправленной на n_e/n_i; *2,2'* — вычисленная проводимость (первый и второй варианты расчета).

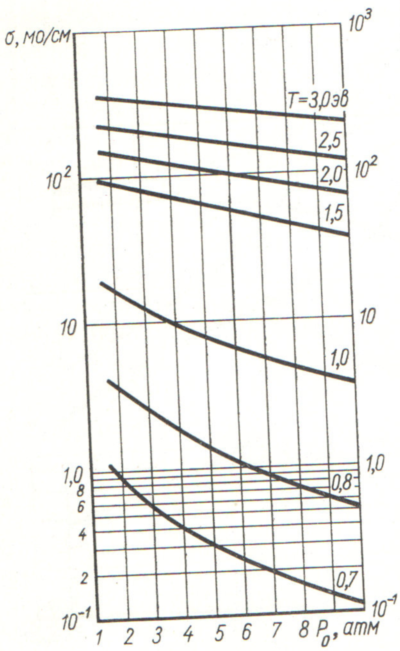


Рис. 5. Зависимость электропроводности плазмы от начального давления UF_6.

ции проводимости для различных p_0, причем для $T > 1$ *эв* эта интерполяция особенно удобна, так как зависимость $\sigma(p_0)$ практически линейна.

В связи с тем что при температурах в несколько десятых электронвольта электронная плотность мала, ионная проводимость плазмы может быть сравнимой с электронной, которая рассматривалась до сих пор, или даже может превышать ее. Ионная проводимость σ_i выражается через подвижность ионов K_i так же, как и σ_e через подвижность электронов:

$$\sigma_i = q_i n_i K_i; \quad \sigma_e = e n_e K_e.$$

Пусть ионы однозарядны, т. е. $q_i = e$. Тогда $\frac{n_i}{n_e} = \frac{K_e}{K_i}$. Если предположить [3], что $K = \frac{A}{\sqrt{\alpha M}}$, где A — const; M — приведенная масса, то

$$\frac{K_e}{K_i} \approx \sqrt{\frac{M_i}{M_e}}. \tag{9}$$

В (U — F)-плазме основной носитель ионного тока — ионы F^-. Легко найти, что для столкновений F^- с ионами в случае $n_e \ll n_i$ получается выражение (9) и при кулоновском рассеянии. Эта оценка показывает, что ионная проводимость существенна, если число ионов превышает число электронов более чем на два порядка величины.

Была проведена более корректная оценка σ_i для $p_0 = 1{,}6$ *атм*. Если считать, что сечение рассеяния ионов на атомах и молекулах описывается диффузионным сечением, произведение $\xi = K\sqrt{M}$ не должно зависеть от природы иона [5]. Этот факт проверялся экспериментально при изучении диффузии ионов в Li, Na, K, Rb, Ne, Ar и других газах. Величина ξ постоянна при низких температурах и при рассеянии ионов на молекулах [5].

Кроме механизма рассеяния на нейтралах имеют место следующие процессы:

резонансная перезарядка ($F^- + F \to F^- + F$);

отрыв при столкновении ($F^- + F \to 2F + e$);

ассоциативный отрыв ($F^- + F \to F_2 + e$);

рекомбинация $\left(\begin{matrix} F^- + U^+ \\ + F^+ \end{matrix}\right\} \to \left.\begin{matrix} UF \\ F_2 \end{matrix}\right)$;

тройная рекомбинация;

кулоновское рассеяние.

Анализ показывает, что в наших условиях подвижность ионов можно оценить по сечениям перезарядки. Сечение резонансной перезарядки оценено по теории Фирсова [5], которая подтверждена, в частности, опытами Далгарно [5]. Сравнимый вклад в сечение вносит также кулоновское рассеяние.

Как видно из рис. 5, ионная проводимость при $p_0 = 1{,}6$ *атм* и $T < 0{,}6$ *эв* выше электронной проводимости. Кривая для σ_i имеет максимум, поскольку при оценке вычислялась лишь подвижность ионов F^-. Уменьшение σ_i при $T > 0{,}6$ *эв* связано с уменьшением плотности этих ионов.

В заключение сделаем следующие замечания:

1. Стандартный метод увеличения проводимости — добавление легко ионизирующихся добавок, например щелочных металлов, которые при рассматриваемых T практически полностью ионизируются. Этот метод может оказаться эффективным лишь при высоких температурах, так как при T порядка нескольких десятых электронвольта плотность электронов существенно не возрастает из-за высокой концентрации атомов фтора, которые «съедают» электроны с образованием F^-.

2. Характерная частота столкновений электронов в (U — F)-плазме составляет 10^{13} — 10^{14} *сек*$^{-1}$, поэтому проводимость в реальных случаях фактически не зависит от частоты внешнего поля. (Для поля с частотой ω $\sigma \sim \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \omega^2}$.)

3. Для улучшения достоверности полученных величин необходимо в первую очередь вы-

числить или измерить сечения рассеяния медленных электронов на уране и F_2. Необходимо также учитывать термодинамическую неидеальность плазмы.

Автор признателен М. И. Чибисову и Б. М. Смирнову за обсуждение данных по сечениям элементарных процессов.

Поступила в Редакцию 20/VIII 1966 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Спитцер. Физика полностью ионизованной плазмы. М., «Мир», 1965.
2. А. И. Базь, В. И. Сапожников. Аннотация доклада на конференции в Новосибирске. Новосибирск, Изд-во СО АНСССР, 1966 г.
3. Г. Месси, Г. Бархоп. Электронные и ионные столкновения. М., Изд-во иностр. лит., 1957.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика. М., Физматгиз, 1961.
5. Атомные и молекулярные процессы. Под ред. Д. Бейтса. М., «Мир», 1964.
6. W. Erma. Phys. Rev., **132**, 1100 (1963).
7. Л. П. Кудрин, М. Я. Мазеев. Атомная энергия, **22**, 83 (1967).
8. I. Cooper, I. Martin. Phys. Rev., **126**, 1482 (1962).
9. М. И. Чибисов. ЖЭТФ, **49**, 852 (1965).
10. H. Massey, R. Smith. Proc. Roy Soc., **A155**, 472 (1936).
11. В. А. Абрамов. «Теплофизика высоких температур», **3**, 23 (1965).
12. I. Wada, R. Kuchtli. Phys. Rev. Letters, **10**, 513 (1963).

Стационарный перенос моноэнергетических нейтронов в неоднородных средах

А. В. СТЕПАНОВ

УДК 539.125.25

Рассмотрено прохождение моноэнергетических нейтронов от стационарного источника в неоднородной среде, которое можно описать с помощью уравнения Больцмана с флуктуирующими коэффициентами. Выведено уравнение для потока нейтронов, усредненного по флуктуациям в среде. Получено решение этого уравнения в предельных случаях, когда характерный размер неоднородности $l \gg \lambda_{s0}$ (длины свободного пробега по отношению к рассеянию в гомогенной среде) и $l \ll \lambda_{s0}$. В обоих случаях $l \ll L_0$ (длины диффузии нейтронов в гомогенной среде). В качестве примера неоднородной среды рассмотрена периодическая решетка реактора.

■

Перенос нейтронов в средах со случайными неоднородностями, например, когда сечение поглощения нейтронов изменяется от точки к точке нерегулярно, удобно описывать с помощью усредненной функции Грина кинетического уравнения $\langle G(\xi|\xi_0)\rangle$; где ξ — совокупность независимых переменных задачи; ξ_0 — переменные, характеризующие источник нейтронов. Скобки $\langle\ \rangle$ означают вычисление среднего по статистическому ансамблю неоднородных сред (математическое ожидание). Функция $\langle G(\xi|\xi_0)\rangle$ не совпадает с функцией Грина $G_0(\xi|\xi_0)$ кинетического уравнения с усредненными коэффициентами

$$\hat{B}\psi(\xi) = 0, \qquad (1)$$

описывающего перенос нейтронов в соответствующей гомогенной среде. Например, если среда обладает слоистой структурой, то плотность нейтронов убывает вдоль и поперек слоев с разными скоростями. Функция $\langle G\rangle$ учитывает этот эффект анизотропии, тогда как функция G_0, очевидно, изотропна. Как было показано ранее [1], функция $\langle G(\xi|\xi_0)\rangle$ удовлетворяет следующему приближенному уравнению *:

$$\hat{B}\langle G(\xi|\xi_0)\rangle = -\delta(\xi-\xi_0) - \int d\xi'\, M_1(\xi|\xi')\langle G(\xi'|\xi_0)\rangle, \qquad (2)$$

где

$$M_1(\xi|\xi') = \langle\hat{\mu}(\xi)\, G_0(\xi|\xi')\,\hat{\mu}(\xi')\rangle, \qquad (3)$$

а $\hat{\mu}(\xi)$ — возмущение, обусловленное наличием флуктуаций, причем

$$\langle\hat{\mu}(\xi)\rangle = 0. \qquad (4)$$

Функция $\langle G(\xi|\xi')\rangle$ была найдена в простейшем случае стационарной диффузии тепловых нейтронов в среде с флуктуирующим макроскопическим сечением поглощения $\Sigma_a(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r}$ — пространственная координата [2]. В следующем разделе настоящей работы эта же задача решена с учетом флуктуаций коэффициента диффузии $D(\mathbf{r})$. Рассмотрена диффузия тепловых нейтронов в плоской решетке. Решение задачи сравнивается с результатами, полученными другим методом [3].

* При выводе этого уравнения точно учитываются первые два момента флуктуирующих параметров кинетического уравнения: средние значения и парные корреляционные функции.