

Общее решение системы (8) запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} \Phi^{(0)} &= \bar{\Phi} + C_1^{(0)}\Phi_1^{(0)} + C_2^{(0)}\Phi_2^{(0)} + C_3^{(0)}\Phi_3^{(0)}; \\ \Phi^{(v)} &= C_1^{(v)}\Phi_1^{(v)} + C_2^{(v)}\Phi_2^{(v)} + \\ &+ C_3^{(v)}\Phi_3^{(v)} + C_4^{(v)}\Phi_4^{(v)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

($v = 1, 2, 3 \dots$).

3. Выделение из общего решения (18) частного решения, удовлетворяющего условиям (15) на реальной границе ячейки. Подставив (18) в условия (15), получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных величин $C_i^{(v)}$. При практической реализации метода приходится ограничиваться конечным числом слагаемых по v : $v=0, 1, 2, \dots, s$. В этом случае число неизвестных величин $C_i^{(v)}$, как следует из системы (18), равно $4s+3$. Соответственно полученная алгебраическая система дает не $4(s+1)$ уравнений для их определения, а именно $4s+3$, так как в матрице $U^{(\mu)} \sin \frac{\pi\mu\omega}{l} = 0$ при $\mu = 0$.

Подстановкой найденных значений $C_i^{(v)}$ в формулы (18) фактически завершается решение задачи. Зная величины $\Phi^{(v)}(r)$ ($v=0, 1, 2 \dots$), из разложений (4) можно получить функции $A_{00}(r, \omega)$, $A_{20}(r, \omega)$, $A_{22}(r, \omega)$ и $B_{22}(r, \omega)$. Среди этих функций особую роль играет функция

$A_{00}(r, \omega)$. Действительно, в теории реакторов обычно интересуются не функцией $\Phi(r, \omega, \theta, \varphi)$, а глобальным потоком нейтронов

$$\Phi_0(r, \omega) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta \Phi(r, \omega, \theta, \varphi) d\theta,$$

который тождественно совпадает с функцией $A_{00}(r, \omega)$.

Поступила в Редакцию 15/V 1967 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Марчук, В. П. Кочергин. «Атомная энергия», 18, 638 (1965).
2. J. Thie. Nucl. Sci. and Engng, 9, 286 (1961).
3. T. Dudley, P. Datch. Nucl. Sci. and Engng, 25, 75 (1966).
4. E. Pennington. Nucl. Sci. and Engng, 19, 215 (1964).
5. W. Clendenin. Nucl. Sci. and Engng, 14, 103 (1962).
6. Н. Нопеск. Trans. Amer. Nucl. Soc., 5, 350 (1962).
7. А. Д. Галанин. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М., Атомиздат, 1957.
8. А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. Уравнения математической физики. М., Гостехтеориздат, 1953.
9. Г. И. Марчук. Методы расчета ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1961.
10. Г. Я. Румянцев. «Атомная энергия», 10, 26 (1961).

Метод вычисления групповых констант в резонансной области

А. А. ЛУКЬЯНОВ, Л. Н. ШЕХАТА *

УДК 621.039.51.13

Многогрупповое рассмотрение пространственно-энергетического распределения нейтронов в средах связано с проблемой определения некоторых групповых характеристик $\langle F \rangle_i$, усредненных по потоку нейтронов $\Phi(r, u)$ в i -м энергетическом интервале (группе) $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$ ** [1]:

$$\langle F \rangle_i = (\Delta u_i)^{-1} \int F(u) \Phi(r, u) du. \quad (1)$$

Спецификой резонансной области является резкая энергетическая зависимость потока нейтронов вблизи резонансов, в связи с чем значения $\langle F \rangle_i$ могут заметно отличаться от соответствующих величин для невозмущенного резонансной структурой спектра нейтронов.

Проблему определения групповых констант в резонансной области можно разделить на две качественно различные части: 1) сведение пространственно-энергетического уравнения Больцмана для потока нейтронов к стандартной многогрупповой системе уравнений, в результате чего групповые константы определяются как некоторая комбинация групповых характеристик; 2) вычисление этих характеристик с учетом конкретной для данной группы энергетической зависимости сечений.

Общий подход к решению первой части проблемы связан с использованием последовательных приближений при расчете $\langle F \rangle_i$; полученные таким образом групповые константы будут зависеть от координат. Универсальный, не зависящий от координат и размера системы набор групповых констант может быть введен формально лишь в случае сравнительно больших сред, где для функции плотности столкно-

* Атомный центр ОАР, Каир.

** Здесь и далее под энергией подразумевается соответствующая летаргия.

зависимости $\psi(u)$ можно предположить плавную энергетическую зависимость в интервале группы [2—4]. Показано, что различные групповые константы в рамках данного приближения являются комбинацией ограниченного числа групповых характеристик. Эти характеристики могут быть получены как в прямых экспериментах, так и расчетным путем [2—6]. В настоящей работе обобщены различные известные методы расчета групповых характеристик, причем основное внимание уделяется учету интерференционных эффектов в сечениях. Последнее обстоятельство оказывается весьма важным в практических приложениях метода к средам, содержащим ядра среднего и легкого веса [4, 7].

P_1 -приближение. В этом приближении уравнение Больцмана для потока нейтронов записывается как система двух интегро-дифференциальных уравнений относительно первых двух коэффициентов разложения решения по сферическим гармоникам Φ_0 и Φ_1 [1]*:

$$\begin{aligned} \nabla\Phi_1 + \Sigma(u)\Phi_0 &= \\ &= \int \Sigma_s(u')\Phi_0(u')B_0(u', u-u')du' + S_0(u); \quad (2a) \\ \frac{1}{3}\nabla\Phi_0 + \Sigma(u)\Phi_1 &= \\ &= \int \Sigma_s(u')\Phi_1(u')B_1(u', u-u')du', \quad (2б) \end{aligned}$$

где Σ и Σ_s — макроскопические сечения среды; $S_0(u)$ — плотность источников при данной энергии (источники предполагаются изотропными); B_l — коэффициенты разложения по полиномам Лежандра углового распределения упруго рассеянных нейтронов в лабораторной системе L (неупругое рассеяние в резонансной области, как правило, несущественно). Значения B_l связаны с коэффициентами разложения дифференциального сечения упругого рассеяния Σ_{sl} в системе центра масс C соотношением [8]:

$$\begin{aligned} (2\pi)^{-1}\Sigma_s(u)B_l(u, v) &= \\ &= -\sum_{l'} \frac{2l'+1}{2}\Sigma_{sl'}(u)P_{l'}[\mu_C(v)]P_l[\mu_L(v)]\frac{d\mu_C(v)}{dv}, \quad (3) \end{aligned}$$

где $\mu_C(v)$ и $\mu_L(v)$ — косинусы углов рассеяния в соответствующих системах для данного сброса энергии $v = u - u'$.

Переход от системы уравнений (2) к уравнению диффузии требует установления функ-

циональной зависимости между потоками Φ_0 и Φ_1 , что в общем случае для сечений, зависящих от энергии, является весьма сложной задачей. Однако в групповом представлении эта процедура упрощается при введении предположения о слабой энергетической зависимости плотности столкновений $\psi(u) = \Phi_0(u) \times \Sigma(u)$ в интервале группы. Действительно, усредняя уравнение (2б) по интервалу i -й группы $[u_i; u_i + \Delta u_i]$, превышающему величину максимальной логарифмической потери энергии q и предполагая при этом, что интегральный член является слабой функцией энергии в группе, можно установить общее соотношение теории диффузии для средних по группе потоков:

$$\langle \Phi_1 \rangle_i = -D_i \nabla \langle \Phi_0 \rangle_i,$$

где D_i — групповой коэффициент диффузии:

$$D_i = \frac{\langle 1/\Sigma^2 \rangle_i - \sum_{l'} T_{1l'}^{(0)} (\langle \Sigma_{sl'}/\Sigma \rangle_i \langle 1/\Sigma^2 \rangle_i - \langle \Sigma_{sl'}/\Sigma^2 \rangle_i \langle 1/\Sigma \rangle_i)}{3 \langle 1/\Sigma \rangle_i (1 - \sum_{l'} T_{1l'}^{(0)} \langle \Sigma_{sl'}/\Sigma \rangle_i)} \quad (4)$$

(для упрощения записи члены, соответствующие переходам из группы в группу, опущены, т. е. переходы предполагаются изотропными). Коэффициенты $T_{ll'}^{(n)}$ характеризуют моменты функций B_l [8]:

$$\begin{aligned} T_{ll'}^{(n)} &= \frac{(-1)^n}{n!} \cdot \frac{2l'+1}{2} \int_0^q v^n P_{l'}[\mu_C(v)] \times \\ &\times P_l[\mu_L(v)] \left(-\frac{d\mu_C(v)}{dv} \right) dv. \quad (5) \end{aligned}$$

Усреднение уравнения (2а) с учетом соотношения между средними по группе потоками дает уравнение диффузии нейтронов в i -й группе:

$$\begin{aligned} -D_i \Delta \langle \Phi_0 \rangle_i + \Sigma_{ai} \langle \Phi_0 \rangle_i &= \\ &= \Sigma_{Ri-1} \langle \Phi_0 \rangle_{i-1} - \Sigma_{Ri} \langle \Phi_0 \rangle_i + \langle S_0 \rangle_i, \quad (6) \end{aligned}$$

где $\Sigma_{ai} = \frac{\langle \Sigma_a/\Sigma \rangle_i}{\langle 1/\Sigma \rangle_i}$ — сечение поглощения в группе, а Σ_{Ri} — сечение увода нейтронов из группы:

$$\begin{aligned} \Sigma_{Ri} &= (\Delta u_i \langle 1/\Sigma \rangle_i)^{-1} \int_{u_i-q}^{u_i} \Sigma_s(u')/\Sigma(u') du' \times \\ &\times \int_{u_i}^{u'+q} B_0(u', u-u') du. \quad (7) \end{aligned}$$

В зависимости от характера энергетического поведения сечений в интервале $[u_i; u_i + q]$ формулу (7) можно упростить. При большом числе

* Интересуясь в основном энергетической зависимостью потока, мы ограничились случаем одномерной геометрии.

резонансов в этом интервале

$$\Sigma_{Ri} \approx -(\Delta u_i \langle 1/\Sigma \rangle_i)^{-1} \sum_{l'} T_{0l'}^{(1)} \langle \Sigma_{sl'}/\Sigma \rangle_i. \quad (8)$$

Если же внутри интервала $\Sigma(u) = \Sigma_p$, то

$$\Sigma_{Ri} \approx -(\Delta u_i \langle 1/\Sigma \rangle_i)^{-1} \sum_{l'} T_{0l'}^{(1)} \langle \Sigma_{sl'p}/\Sigma_p \rangle. \quad (9)$$

В практических приложениях суммирование по l' в формулах (4), (8) и (9) ограничивается несколькими членами, число которых определяется числом отличных от нуля коэффициентов в разложении дифференциального сечения рассеяния в C -системе. При изотропном рассеянии отличным от нуля будет лишь член с $l' = 0$, а коэффициенты $T_{10}^{(0)} = \bar{\mu}_L$, $T_{00}^{(1)} = -\xi$, где ξ — средняя логарифмическая потеря энергии.

Общий случай. В P_n -приближении интегрирование по интервалу i -й группы уравнения для l -й гармоники потока приводит к соответствующему уравнению для среднего в группе потока [1]:

$$\frac{l+1}{2l+1} \nabla \langle \Phi_{l+1} \rangle_i + \frac{l}{2l+1} \nabla \langle \Phi_{l-1} \rangle_i + \Sigma_i \langle \Phi_l \rangle_i = \sum_{l'} T_{ll'}^{(0)} \Sigma_{sl'i} \langle \Phi_l \rangle_i, \quad (10)$$

где

$$\Sigma_i = \frac{\langle \Sigma \Phi_l \rangle_i}{\langle \Phi_l \rangle_i}; \quad \Sigma_{sl'i} = \frac{\langle \Sigma_{sl} \Phi_l \rangle_i}{\langle \Phi_l \rangle_i}.$$

Здесь, так же как и в P_1 -приближении, предполагается слабая зависимость от энергии в интервале группы интегрального ялена, а также не учитываются члены, определяющие переходы из группы в группу при $l > 0$. Энергетическая зависимость потока Φ_l для сравнительно больших сред, когда изменение потока на длине свободного пробега нейтрона мало, может быть приближенно представлена в виде ряда [4]

$$\Phi_l = \sum_{n=0}^l \beta_{l-n} \Sigma^{-(n+1)}(u), \quad (11)$$

где для коэффициентов β_l в рамках сделанных предположений можно установить рекуррентное соотношение

$$\beta_l = \frac{\sum_{k=0}^{l-1} \sum_{l'} \beta_{l-k-1} T_{ll'}^{(0)} \langle \Sigma_{sl'}/\Sigma^{k+2} \rangle}{1 - \sum_{l'} T_{ll'}^{(0)} \langle \Sigma_{sl'}/\Sigma \rangle}. \quad (12)$$

Нетрудно убедиться, что такая аппроксимация энергетической зависимости потока в группе дает в P_1 -приближении приведенное выше соотношение для группового коэффициента диффузии (4).

Таким образом, для вычисления групповых констант (эффективных групповых сечений) необходимо знать групповые характеристики типа $\langle 1/\Sigma^m \rangle$ и $\langle \Sigma_{sl'}/\Sigma^m \rangle$. В свою очередь, представляя сечения в виде суммы резонансного (r) и не зависящего от энергии потенциального (p) членов, в этих групповых характеристиках можно выделить резонансную часть:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{1}{\Sigma^m} \right\rangle &= \frac{1}{\Sigma_p^m} \left\langle \left(1 - \frac{\Sigma_r}{\Sigma} \right)^m \right\rangle = \\ &= \frac{1}{\Sigma_p^m} \sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{m}{k} \left\langle \left(\frac{\Sigma_r}{\Sigma} \right)^k \right\rangle; \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\Sigma_{sl'}}{\Sigma^m} \right\rangle &= \Sigma_{sl'p} \left\langle \frac{1}{\Sigma^m} \right\rangle + \\ &+ \frac{1}{\Sigma_p^m} \sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{m}{k} \left\langle \Sigma_{sl'r} \left(\frac{\Sigma_r}{\Sigma} \right)^k \right\rangle. \quad (14) \end{aligned}$$

Расчет групповых характеристик. В области хорошо разрешенных резонансов расчет групповых характеристик сводится к усреднению по интервалу группы соответствующих отношений экспериментальных значений сечений $\Sigma_{sl'}$ и Σ . Однако в некоторых случаях, представляющих практический интерес (для изотопов урана, железа, никеля, кислорода и т. п.), набор экспериментальных данных оказывается недостаточным. При этом основная неточность связана с проблемой учета интерференционной структуры сечений, детальный анализ которой вызывает принципиальные трудности. Поэтому целесообразнее проводить прямые эксперименты по измерению групповых характеристик [4–6], а также расчеты на основе определенных модельных представлений об энергетической зависимости сечений в интервале группы [2, 3, 7].

Предлагаемый ниже метод расчета основан на использовании для сечений приближенных многоуровневых формул, получаемых в общей теории резонансных ядерных реакций в предположении одинаковых полных Γ_v и нейтронных Γ_{nv} шириин резонансов, а также одинаковых расстояний между ними D_v в интервале группы для каждой из возможных независимых систем резонансов v , отличающихся значениями полного момента J_v и четности. Сечение в таком приближении является периодической функцией энергии и зависит от параметров $S_v = \pi \Gamma_0 / 2D_v$ и φ_v , где φ_v — фаза потенциального рассеяния [9]. Существенно, что интерференция резонансного и потенциаль-

ного рассеяний и интерференция между резонансами учитываются совместно.

В случае, когда в интервале группы резонансов относятся лишь к одной определенной системе, выражения для групповых характеристик, использующие приближенные многоуровневые формулы [9], можно записать в виде

$$((\Sigma_{rv}/\Sigma)^k) = \eta_v^k S_v V_{k0}(\eta_v, \varphi_v, S_v); \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{d'rv}(\Sigma_{rv}/\Sigma)^k &= \Sigma_{0v} \eta_v^k S_v (1 - S_v^2)^{-1} \times \\ &\times \{A_{l'v} [V_{k0}(\eta_v, \varphi_v, 1) - S_v^2 V_{k0}(\eta_v, \varphi_v, S_v)] + \\ &+ C_{l'v} [V_{k1}(\eta_v, \varphi_v, 1) - S_v^2 V_{k1}(\eta_v, \varphi_v, S_v)]\}, \quad (16) \end{aligned}$$

где

$$V_{k0(1)}(\eta, \varphi, S) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\cos 2\varphi + x \sin 2\varphi}{1 + x^2 + \eta \cos 2\varphi + x \eta \sin 2\varphi} \right)^k \frac{x^{0(1)} dx}{1 + S^2 x^2}. \quad (17)$$

Здесь $\eta_v = \frac{\Sigma_{0v}}{\Sigma_p}$; Σ_{0v} — сечение в максимуме резонанса; коэффициенты $A_{l'v}$ и $C_{l'v}$ определяются соотношениями [4, 9, 10]:

$$4\pi (2J_v + 1) A_{l'v} = \frac{\Gamma_{lv}}{\Gamma_v} Z_{vv}^2(l') - 2 \sum_{v'} Z_{vv'}^2(l') \sin \varphi_{v'} \sin (2\varphi_v - \varphi_{v'}); \quad (18)$$

$$2\pi (2J_v + 1) C_{l'v} = \sum_{v'} Z_{vv'}^2(l') \sin \varphi_{v'} \cos (2\varphi_v - \varphi_{v'}), \quad (19)$$

где $Z_{vv'}(l')$ — известные коэффициенты векторного сложения [10].

В общем случае, когда несколько систем резонансов (или несколько изотопов с резонансной структурой сечений) вносят вклад в сечение в интервале группы, групповые характеристики могут быть приближенно представлены как сумма по всем v выражений типа (15) и (16), с тем лишь изменением, что в качестве потенциального сечения в η_v должна

использоваться величина $\bar{\Sigma}_{pv} = \Sigma_p + \bar{\Sigma}'_{rv}$, где $\bar{\Sigma}'_{rv}$ — сумма средних резонансных сечений, исключая данное v [11].

В общей схеме расчета флуктуации резонансных параметров, а также температурная зависимость сечений могут быть учтены на основе известных методик [2, 12].

Приведенный метод расчета групповых констант дает результаты, близкие к полученным ранее в приближении изолированных ($S_v \ll 1$) [2, 3] и частично перекрывающихся ($S_v \approx 1$) резонансов [3, 4]. Этот метод отличается универсальностью по отношению к величине параметра S_v , возможностью учета основных деталей энергетической зависимости сечений, в частности интерференционной структуры, в резонансной области, а также сравнительной простотой практического применения.

Поступила в Редакцию 20/III 1967 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Марчук. Методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1961, стр. 304.
2. А. А. Лукьянов, В. В. Орлов. В сб. «Нейтронная физика». М., Госатомиздат, 1961, стр. 105.
3. Л. П. Абагян и др. «Групповые константы для расчета ядерных реакторов». М., Атомиздат, 1964.
4. Л. П. Абагян и др. Доклад № 357, представленный на Третью международную конференцию по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1964).
5. М. Н. Николаев, В. В. Филиппов. «Атомная энергия», 15, 493 (1963).
6. М. Н. Николаев. Диссертация. МИФИ, 1965.
7. А. А. Лукьянов, В. В. Орлов. В сб. «Теория и методы расчета ядерных реакторов». М., Госатомиздат, 1962, стр. 179.
8. H. A m s t e r. In «Naval Reactors Physics Handbook». Vol. 1. DIT-7030, 1964, p. 89.
9. S. E l - W a k i l, A. L u k y a n o v. Report AEE UAR 21, 1966.
10. А. М. Балдин и др. Кинематика ядерных реакций. М., Физматгиз, 1959.
11. А. А. Лукьянов. Диссертация. МИФИ, 1963.
12. И. В. Гордеев и др. «Атомная энергия», 9, 252 (1957).

Полное нейтронное сечение Th^{230} при энергиях меньше 1 эв

С. М. КАЛЕВИН, П. Н. ПАЛЕЙ, Р. Н. ИВАНОВ, З. К. КАРАЛОВА, Г. М. КУКАВАДЗЕ,
З. Н. ПЫЖОВА, Г. В. РУКОЛАЙНЕ

УДК 539.173.4:546.841

Последовательное измерение полных нейтронных сечений изотопов тория представляет интерес как для реакторостроения, так и для развития теории ядра.

До 1966 г. в тепловой области нейтронных сечений было измерено полное нейтронное се-

чение только для изотопа Th^{230} . В 1966 г. были опубликованы [1] предварительные результаты измерения полного нейтронного сечения в этой области энергий для другого изотопа тория, а именно для Th^{230} . Измерения проводились методом времени пролета на ней-