

УДК 330.105.611

## ПЛАНИРОВАНИЕ КРЕДИТНЫХ УСЛОВИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЕРОЯТНОСТНОГО СЕТЕВОГО ГРАФИКА

О.И. Еськова, И.И. Кикоть

*Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации, Гомель*

## PLANNING OF THE CREDIT CONDITIONS BASED ON SIMULATION OF PROBABILISTIC NET DIAGRAM

O.I. Eskova, I.I. Kikot

*Belarusian Trade and Economics University of Consumer Cooperatives, Gomel*

Обсуждается задача определения срока начала возврата кредита на реализацию инвестиционного проекта. Проект представляется в виде вероятностного сетевого графика. Сравниваются аналитический и имитационный методы исследования.

**Ключевые слова:** кредит, инвестиционный проект, вероятностный сетевой график, имитационное моделирование.

The problem of the credit repayment term determination is discussed. Investment project is represented as probabilistic net diagram. Analytical and simulation methods of investigation are compared.

**Keywords:** credit, investment project, probabilistic net diagram, simulation.

### **Введение**

Реализация крупных инвестиционных проектов обычно не обходится без привлечения банковских кредитов. Примерами могут служить строительство завода, фабрики или широкомащтабная реконструкция какого-либо цеха. Такие проекты отличаются значительной продолжительностью во времени и неопределенностью сроков выполнения как отдельных работ, так и всего проекта в целом. В ситуации использования кредита срок ввода в эксплуатацию финансируемого объекта очень важен, поскольку его функционирование позволяет начать получать прибыль, из которой выплачивается кредит банку. За несвоевременное начало выплат банк наказывает введением различных штрафных санкций (обычно повышается процентная ставка по кредиту). Поэтому очень важно в момент заключения договора о кредитовании предусмотреть реальные сроки ввода объекта в эксплуатацию. Несмотря на многообразие условий и соглашений, которые могут быть отражены в договоре о кредитовании, основными параметрами такого договора являются:

$p_1$  – годовая процентная ставка по кредиту;

$T^{\text{план}}$  – планируемый срок завершения проекта и начала возврата кредита;

$T$  – период, в течение которого должен быть погашен кредит после начала его возврата равными долями;

$p_2$  – штрафная процентная ставка, которая будет применена в случае, если не вовремя будет начат возврат кредита.

© Еськова О.И., Кикоть И.И., 2010

Сегодня реальной практикой взаимоотношений отечественных кредитуемых организаций с банками является то, что они соглашаются на условия, которые предлагает банк. Однако зарубежный опыт показывает, что если организация обладает определенным уровнем доверия со стороны кредиторов и при этом предлагает свои условия получения кредита, то банки, как правило, их принимают. Поэтому при реализации серьезных инвестиционных проектов предприятие заинтересовано в проведении исследований о возможных сроках ввода объекта в эксплуатацию и на их основе определении такого параметра кредита, как  $T^{\text{план}}$ .

В данной работе срок завершения проекта определяется на основе анализа его вероятностной сетевой модели. Рассматривается существующий аналитический метод исследования такой модели, формулируются его недостатки. Предлагается использовать метод имитационного моделирования для получения более реального результата и снижения вероятности наступления штрафных санкций банка. Описывается алгоритм реализации этого метода в системе GPSS World и табличном процессоре MS Excel.

### **1 Аналитический метод исследования вероятностных сетевых графиков**

Одним из разделов теории сетевого планирования является исследование вероятностных сетевых графиков, т. е. таких сетевых моделей, которые обладают детерминированной структурой, а продолжительности работ задаются

некоторыми случайными величинами. При этом предполагается, что законы распределения этих случайных величин должны быть установлены на основе анализа аналогичных работ, проводившихся ранее. Если же работы являются новыми и малоизученными, то в качестве типового распределения их продолжительности используется бета-распределение [1]. Исследование продолжительности работ и подбор статистических аналогов для них является трудоемким и недостаточно мотивированным занятием для конкретных субъектов хозяйствования, поэтому, как правило, продолжительности работ в вероятностных сетевых графиках задаются именно с помощью бета-распределения на основе экспертных оценок.

Функция плотности бета-распределения (рисунок 1) имеет вид:

$$f(t) = \begin{cases} c(t-a)^p(b-t)^q & \text{для } a \leq t \leq b, \\ 0 & \text{для } -\infty < t < a, b < t < \infty, \end{cases}$$

где  $p, q$  – параметры распределения, зависящие от вида работы;  $c$  – нормирующий множитель, определяемый из условия  $c \int_a^b (t-a)^p (b-t)^q dt = 1$ .

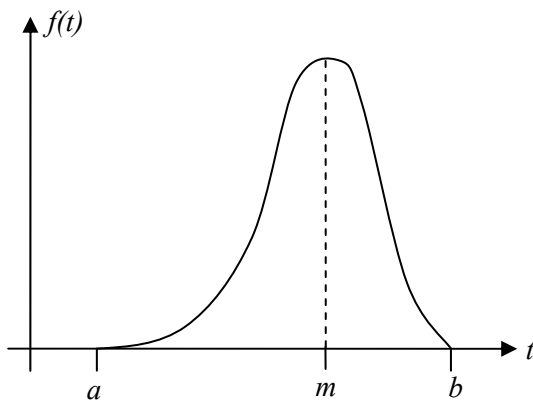


Рисунок 1 – Функция плотности бета-распределения

При задании характеристик этого распределения возможны два подхода:

1. Известны три оценки продолжительности каждой работы:

$a$  – оптимистический срок выполнения работы (наименьшая продолжительность);

$b$  – пессимистический срок выполнения работы (наибольшая продолжительность);

$m$  – наиболее вероятная продолжительность работы.

В этом случае проведенные ранее исследования позволили установить, что  $p+q=4$ , а математическое ожидание и дисперсия данной случайной величины могут быть рассчитаны по формулам:

$$\bar{t} = M[t] = \frac{a+4m+b}{6}; \quad D[t] = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2.$$

2. Известны только две оценки продолжительности работ:  $a$  и  $b$ .

В этом случае значения величин  $p$  и  $q$  близки к постоянным значениям  $p=1$  и  $q=2$  [1], а математическое ожидание и дисперсия рассчитываются по формулам:

$$\bar{t} = M[t] = \frac{3a+2b}{5}; \quad D[t] = \left(\frac{b-a}{5}\right)^2.$$

Применение двух временных оценок существенно уменьшает объем информации, который требуется от эксперта. Поэтому в дальнейшем будем ориентироваться именно на второй подход.

После определения математических ожиданий продолжительностей работ они приписываются дугам сетевого графика и производится расчет его параметров, как и в детерминированном случае. Таким образом, математическое ожидание критического срока проекта находится как сумма соответствующих математических ожиданий работ на критическом пути:

$$M[t_{кр}] = \sum_{(i,j) \in \mu_{кр}} \bar{t}_{ij}.$$

Дисперсию критического срока считают равной сумме дисперсий критических работ, предполагая, что продолжительности работ сетевого графика некоррелированы:

$$D[t_{кр}] = \sum_{(i,j) \in \mu_{кр}} D[t_{ij}].$$

Если продолжительности работ отклоняются от своих средних значений на такую малую величину, что критический путь не изменяется, и, если на критическом пути лежит значительное число работ (5 и более), то на основании центральной предельной теоремы приближенно считают, что его продолжительность подчиняется нормальному закону распределения с параметрами  $\bar{t}_{кр}, D[t_{кр}]$  [1]. Тогда вычисление вероятности того, что фактический срок выполнения проекта  $t_{ф}$  окажется меньше планового срока  $T^{план}$ ,

производится по формуле

$$P(t_{ф} < T^{план}) = \Phi(u) + 0,5,$$

где  $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  – функция Лапласа, значения которой берутся из таблиц;

$$u = \frac{T^{план} - \bar{t}_{кр}}{\sigma_{кр}}; \quad \sigma_{кр} = \sqrt{D[t_{кр}]}.$$

Рассмотрим в качестве примера реализации этого метода расчет вероятностного сетевого графика строительства молотового корпуса кузнечного завода (рисунок 2). На этом графике проставлены математические ожидания длительностей работ, каждая из которых задается бета-распределением с параметрами, указанными в таблице 1. Математическое ожидание и дисперсия продолжительности каждой работы

рассчитаны по формулам, соответствующим второму случаю (две экспертные оценки  $a$  и  $b$ ). Единица измерения времени – 1 день. Один из критических путей выделен жирной линией. Его продолжительность (математическое ожидание критического срока проекта) составляет

$$\bar{t} = 20 + 40 + 75 + 60 + 30 + 140 + 80 + 140 = 585.$$

На этом основании банк предлагает принять в договоре срок начала возврата кредита  $T_1^{план} = 600$  дней.

Рассчитаем дисперсию критического срока как сумму дисперсий критических работ:

$$D[t_{кр}] = 4 + 100 + 6,25 + 6,25 + 25 + 400 + 25 + 25 = 591,5;$$

$$\sigma_{кр} = \sqrt{D[t_{кр}]} = 24,321.$$

Тогда, если критический срок проекта имеет нормальный закон распределения, вероятность

того, что его фактическое значение окажется меньше запланированного, равна

$$P(t_{\phi} < T_1^{план}) = 0,731302$$

(при расчете использовалась функция НОРМ-РАСП() приложения MS Excel). Допустим, что руководство кузнечного завода хочет, чтобы эта вероятность была никак не ниже 0,9. Легко подобрать такое значение планового срока, чтобы это условие выполнялось. Например,  $T_2^{план} = 620$ .

При этом вероятность уложиться в этот срок у кузнечного завода гораздо выше:

$$P(t_{\phi} < T_2^{план}) = 0,924939.$$

Таким образом, результатом аналитического метода анализа данного сетевого графика было бы предложение увеличить срок начала возврата кредита на 20 дней.

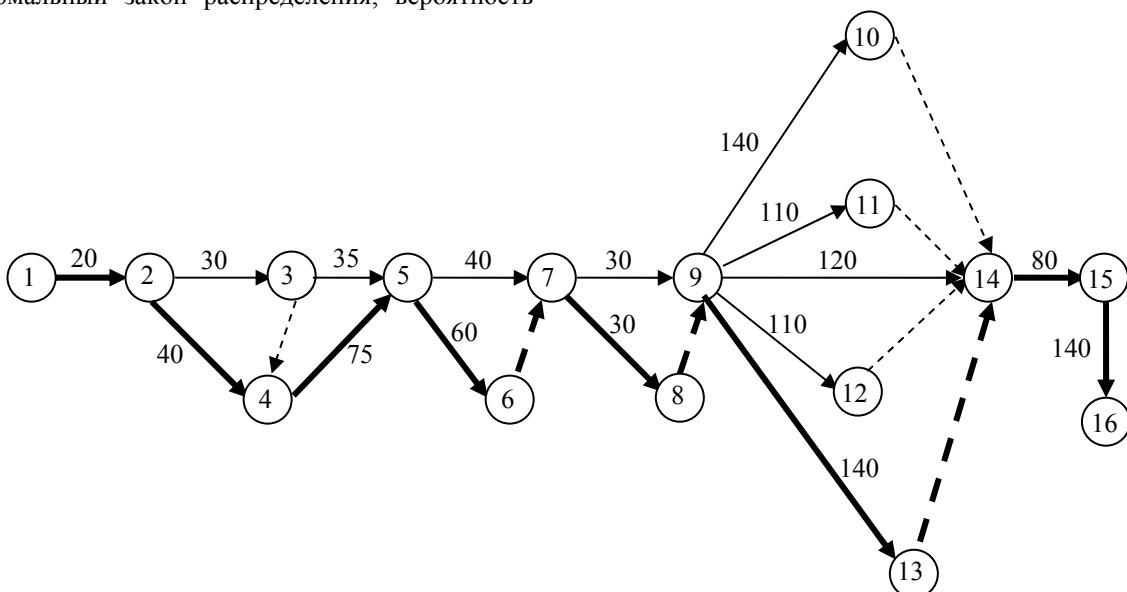


Рисунок 2 – Сетевой график строительства молотового корпуса

Таблица 1 – Параметры работ строительства молотового корпуса

Наименование работы	Код работы	$a$ , дней	$b$ , дней	$\bar{t}$ , дней	$D^2$
Разработка котлована	(1,2)	16	26	20	4
Устройство буронабивных свай	(2,3)	20	45	30	25
Устройство ростверков	(2,4)	20	70	40	100
Обратная засыпка и подсыпка	(3,5)	30	42,5	35	6,25
Установка ж/б колонн и плит	(4,5)	70	82,5	75	6,25
Устройство бетонной подготовки под полы	(5,7)	10	85	40	225
Монтаж блоков покрытий	(5,6)	55	67,5	60	6,25
Устройство кровли	(7,8)	20	45	30	25
Монтаж стеновых панелей	(7,9)	25	37,5	30	6,25
Монтаж отопительных систем	(9,10)	130	155	140	25
Заполнение проемов, окон, фонарей	(9,14)	100	150	120	100
Электроосвещение, монтаж электросилового оборудования	(9,11)	105	117,5	110	6,25
Монтаж водопровода и канализации	(9,12)	90	140	110	100
Отделочные работы	(9,13)	100	200	140	400
Устройство фундаментов под оборудование	(14,15)	70	95	80	25
Монтаж технологического оборудования	(15,16)	130	155	140	25

Укажем недостатки данного метода:

1. При наличии нескольких критических путей можно получить различные результаты, ориентируясь на каждый из них. Так, например, если бы был выбран критический путь

$$\mu = 1 - 2 - 4 - 5 - 6 - 7 - 9 - 10 - 14 - 15 - 16,$$

то его дисперсия составила бы  $D[t_{кр}] = 197,75$ .

Тогда руководство предприятия постаралось бы плановый срок увеличить на 5 дней для достижения результата  $P(t_{ф} < 605) = 0,922521$ . Очевидно, что при наличии нескольких критических путей следует выбирать для расчетов путь с наибольшей дисперсией.

2. Данный метод не является универсальным, поскольку нельзя гарантировать, что критический путь проекта останется неизменным при случайных продолжительностях работ с большими дисперсиями. Гипотеза о том, что критический срок проекта имеет нормальный закон распределения, не подтверждается и с помощью имитационных методов исследования, которые были проведены авторами. На различных сетевых графиках были получены различные законы распределения (в том числе нормальный и логнормальный законы).

3. Применение данного аналитического метода анализа сетевого графика вызывает большие сложности при других законах распределения времени выполнения каждой работы, отличных от бета-распределения.

4. Как будет показано далее, полученный срок завершения проекта является заниженным и на самом деле не обладает требуемой надежностью 0,9.

## 2 Имитационный метод исследования вероятностного сетевого графика

В основу анализа вероятностного сетевого графика положен метод статистических испытаний Монте-Карло [2], [3]. Суть этого метода состоит в проведении ряда экспериментов, в каждом из которых разыгрываются значения продолжительностей каждой работы. Совокупность этих значений определяет продолжительность проекта в целом (критический срок). При достаточно большом количестве статистических экспериментов и последующей обработке их результатов, можно получить выборочные характеристики критического срока: среднее, стандартное отклонение и т. д. Можно также анализировать закон распределения этой случайной величины на основании различных критериев согласия, определить вероятность выполнения проекта в запланированный срок.

Для реализации метода Монте-Карло предлагается использовать систему имитационного моделирования GPSS World, которая обеспечивает генерацию случайных чисел согласно заданным законам распределения, сбор и

предварительную обработку результатов экспериментов, удобство задания логической зависимости работ друг от друга и расчета критического срока проекта. На этапе обработки результатов экспериментов можно подключить приложение MS Excel и использовать его широкие возможности для статистического анализа.

Алгоритм имитационного исследования вероятностного сетевого графика включает следующие шаги:

1. Разработка имитационной модели сетевого графика на языке GPSS.

2. Проведение ряда экспериментов на этой модели в системе GPSS World. Предварительная обработка результатов экспериментов средствами системы.

3. Перенос результатов экспериментов в Excel и более детальный их анализ.

Удобство использования языка GPSS для моделирования сетевых графиков объясняется наличием в данном языке блоков для расщепления и объединения транзактов [4]. При этом блок SPLIT (Расщепить) используется, когда из одного события выходят несколько работ (рис.3). При этом для каждой работы создается отдельная копия транзакта, которая затем задерживается блоком ADVANCE (Задержать) на случайное время выполнения этой работы

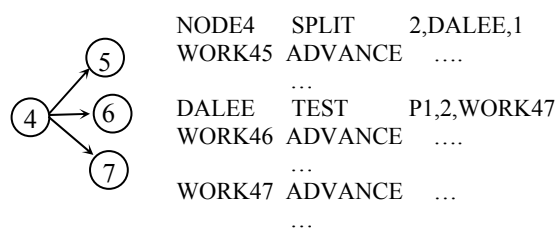


Рисунок 3 – Использование блока SPLIT

Блок ASSEMBLE (Собрать) используется для имитации наступления события, в которое входят несколько работ (рис.4). Этот блок ожидает поступления требуемого числа транзактов и объединяет их в один, который и продолжает движение. Таким образом, указанное событие наступает только тогда, когда завершаются все входящие в него работы.

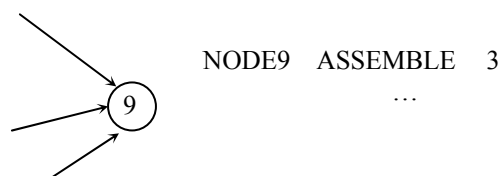


Рисунок 4 – Использование блока ASSEMBLE

Для задания бета-распределения используется функция языка PLUS, расширяющего стандартные возможности языка GPSS:

$$BETA(RN, min, max, \alpha, \beta),$$

где  $RN_j$  – номер используемого генератора равнономерных случайных чисел,  $min=a$  и  $max=b$  – оптимистический и пессимистический сроки выполнения работы (используется второй способ задания бета-распределения),  $\alpha = p + 1 = 2$ ;  $\beta = q + 1 = 3$ .

Имитация выполнения проекта начинается с генерации транзакта, который поступает в блок, соответствующий исходному событию. Затем транзакт проходит все блоки, имитирующие работы задержкой на случайное время их выполнения. Параллельное выполнение и логическая последовательность работ задаются блоками SPLIT и ASSEMBLE. Таким образом, время поступления транзакта на завершающее событие и является сроком выполнения проекта при разыгранных последовательностях работ. Это время сохраняется в файле или фиксируется в таблице GPSS, а транзакт передается на исходное событие для выполнения нового статистического эксперимента. Количество экспериментов регулируется с помощью счетчика цикла и блока LOOP (Цикл).

Объект «таблица» языка GPSS позволяет рассчитать выборочное среднее и стандартное отклонение, а также построить вариационный ряд. На рисунке 5 показан фрагмент отчета системы GPSS по модели молотового корпуса, параметры работ которого приведены в таблице 1.

В таблице с именем ТА были собраны значения срока выполнения проекта для 1000 проведенных экспериментов. В результате выборочное среднее (MEAN) критического срока равно  $\bar{t}_{кр} = 609,589$ , а стандартное отклонение (STD.DEV) равно  $\sigma_{кр} = 18,490$ . Далее показаны диапазоны, на которые была разбита ось значений критического срока (RANGE) и частоты попадания данной случайной величины в эти диапазоны (FREQUENCY). Выборочную вероятность выполнения проекта в заданный срок можно определить, если сложить все частоты по интервалам, меньшим заданного срока, и разделить

на общее количество экспериментов. Так, вероятность выполнения проекта в срок, который предлагал банк ( $T_1^{план} = 600$ ), равна

$$P(t_{\phi} < T_1^{план}) = (1+17+39+94+144)/1000 = 0,295,$$

а вероятность выполнения проекта в срок, который был определен по аналитической модели ( $T_2^{план} = 620$ ), равна

$$P(t_{\phi} < T_2^{план}) = (1+17+39+94+144+203+212)/1000 = 0,710.$$

Таким образом, результаты имитационного моделирования показывают, что срок начала возврата кредита, предлагаемый банком, нельзя признать удовлетворительным, так как вероятность завершения строительства молотового корпуса в этот срок очень мала. Результаты планирования на аналитической модели также не соответствуют выдвинутым ранее требованиям надежности (вероятность выполнения в плановый срок должна быть не ниже 0,9). По результатам моделирования легко подобрать такое значение планового срока, при котором это условие выполняется:  $T_3^{план} = 640$ .

$$P(t_{\phi} < T_3^{план}) = (1+17+39+94+144+203+212+152+94)/1000 = 0,956.$$

Таким образом, результатом имитационного метода исследования вероятностного сетевого графика молотового корпуса будет предложение принять срок окончания проекта, равный 640 дням.

Следует отметить, что процесс имитационного исследования не ограничивается только разработкой модели и однократным ее выполнением. Важной проблемой имитационного моделирования является доказательство адекватности модели, что не всегда удается сделать. В данном примере аргументом для доказательства адекватности может служить принципиальное соответствие результатов аналитического и имитационного метода решения.

TABLE	MEAN	STD. DEV.	RANGE	RETRY	FREQUENCY	CUM. %
ТА	609.589	18.490		0		
			– 560.000		1	0.10
		560.000	– 570.000		17	1.80
		570.000	– 580.000		39	5.70
		580.000	– 590.000		94	15.10
		590.000	– 600.000		144	29.50
		600.000	– 610.000		203	49.80
		610.000	– 620.000		212	71.00
		620.000	– 630.000		152	86.20
		630.000	– 640.000		94	95.60
		640.000	– 650.000		35	99.10
		650.000	– 660.000		7	99.80
		660.000	– 670.000		0	99.80
		670.000	– 680.000		2	100.00

Рисунок 5 – Фрагмент отчета системы GPSS по модели молотового корпуса

Также всегда возникает вопрос о «достаточном» количестве экспериментов, которые должны быть проведены на модели. Поскольку в данном примере увеличение числа экспериментов не вызывает трудности в программировании, и не ведет к значительным затратам модельного времени, оставим обсуждение этого вопроса за рамками данной работы. Подчеркнем только, что авторами данные исследования проводились, и было признано, что 1000 экспериментов на модели является вполне достаточным для получения тех выводов, о которых шла речь.

Объект «таблица» языка GPSS представляет уже обработанные результаты экспериментов (в частности, они сгруппированы по интервалам значений). Для более детального исследования этих результатов следует их сохранить в файле, содержимое которого затем импортировать в MS Excel или в другое специальное приложение для обработки статистики. Так, используя надстройку Excel «Пакет анализа» можно определить и другие характеристики полученной выборки, построить гистограмму. С помощью несложных расчетов и стандартных функций категории *Статистические* выполняется исследование закона распределения критического срока с помощью различных критериев согласия.

### 3 Анализ эффективности методов планирования срока начала возврата кредита

Поскольку срок завершения проекта является случайной величиной, оценка эффективности его планирования до момента реализации проекта весьма затруднительна, а после его реализации – никому не нужна. Поэтому предлагаемый далее подход к оценке эффективности планирования можно рассматривать как предварительный и ориентировочный.

Пусть объем кредита составляет  $V=5000000$  у.е., срок возврата кредита с момента начала его выплаты  $T=5$  лет. Пусть для простоты выплата процентов и доли кредита происходит в конце каждого года. Тогда общая сумма процентов, которые следует выплатить по данному кредиту в случае действия первой процентной ставки  $p_1=0,1$  (когда предприятие вовремя начинает выплаты) составляет:

$$Q_1 = Vp_1 \left( T - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T-1} i \right),$$

а в случае действия второй процентной ставки  $p_2=0,2$  (штрафные санкции)

$$Q_2 = Vp_2 \left( T - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T-1} i \right).$$

Поэтому потери, которые понесет предприятие при наступлении штрафных санкций можно оценить суммой

$$Q_2 - Q_1 = V(p_2 - p_1) \left( T - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T-1} i \right).$$

Эти потери предприятие понесет в случае, если реальный срок завершения проекта окажется больше запланированного, поэтому случайную величину «объем потерь» можно оценить выражением

$$\begin{aligned} Z &= V(p_2 - p_1) \left( T - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T-1} i \right) P(t_\phi > T^{план}) = \\ &= V(p_2 - p_1) \left( T - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T-1} i \right) [1 - P(t_\phi < T^{план})]. \end{aligned}$$

В таблице 2 на основании данной формулы рассчитаны объемы потерь для трех плановых сроков (предложенного банком, рассчитанного аналитическим методом и рассчитанного имитационным методом). Вероятности выполнения проекта в заданный срок определялись по имитационной модели, как наиболее учитывающей сложность исследуемого процесса.

Таблица 2 – Сравнение эффективности планирования срока начала возврата кредита

Наименование метода планирования	Плановый срок ( $T^{план}$ ), дней	$P(t_\phi < T^{план})$	Оценка потерь (Z), у.е.
Предложение банка	600	0,295	1057500
Аналитический метод	620	0,710	435000
Имитационный метод	640	0,956	66000

По результатам, представленным в этой таблице, можно сделать вывод, что переход от планового срока, предлагаемого банком, к сроку, полученному имитационным методом, дает экономии

$$1057500 - 66000 = 991500 \text{ у.е.},$$

а к сроку, полученному аналитическим методом,

$$1057500 - 435000 = 622500 \text{ у.е.}$$

### Заключение

В данной работе на простом примере продемонстрирован метод имитационного моделирования вероятностного сетевого графика. Применение этого метода дает возможность обосновать плановый срок начала возврата кредита, который является одним из параметров кредитного договора по финансированию инвестиционного объекта. Следует отметить, что применение имитационного метода позволяет использовать любой закон распределения для каждой работы сетевого графика, не требует предположений о неизменности критического пути и не накладывает ограничений на структуру сетевого графика. Взвешенное и обоснованное планирование срока возврата кредита способствует экономии значительных средств при выплате

процентов по кредиту. Полученная экономия существенна не только для состояния финансовых ресурсов, но и для деловой репутации организации, информация о которой содержится в кредитной истории и может быть раскрыта по запросу любого юридического лица.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Костевич, Л.С.* Информационные технологии оптимальных решений : учеб. Пособие / Л.С. Костевич – Мн. : Академия управления при Президенте Республики Беларусь, 1999.

2. *Кельтон, В.* Имитационное моделирование. Классика CS / В. Кельтон, А. Лоу. – 3-е изд. – СПб. : Питер; Киев : ВНУ, 2004. – 847с.

3. *Рыжиков, Ю.И.* Имитационное моделирование. Теория и технологии / Ю.И. Рыжиков. – СПб. : КОРОНА принт; М. : Альтекс-А, 2004. – 384 с.

4. *Шрайбер, Т. Дж.* Моделирование на GPSS / Т. Дж. Шрайбер. – М. : Машиностроение, 1980.

*Поступила в редакцию 20.07.10.*