УДК 621.039.51

Отношение потока тепловых нейтронов в воде к мощности точечного источника

Е. А. Гарусов, Ю. В. Петров

В работе [1] показано значение параметра $\Phi_т/W$ (отношения потока тепловых нейтронов к мощности реактора) для исследовательских реакторов. Там же было вычислено в возрастном приближении максимальное значение величины $\Phi_т/W$ для точечного источника, в котором отсутствует самопоглощение, в бесконечной среде ряда веществ. Расчеты показывают, что из всех практически используемых в реакторах замедлителей максимальное значение $\Phi_т/W$ получается для обычной воды. Однако, как известно, возрастное приближение плохо применимо к воде. Теория же трех групп дает значения, много большие, чем возрастное приближение. Поэтому интересно получить величины $\Phi_т/W$ непосредственно из экспериментальных данных. В работе [2] измерено распределение потока нейтронов с энергией $E = 1{,}46$ *эв* в воде от точечного источника деления U^{235}. На основании экспериментальных данных было вычислено максимальное отношение потока тепловых нейтронов к мощности. При этом замедление нейтронов от 1,46 *эв* до тепловой энергии учитывалось в возрастном приближении. Значение возраста $\Delta\tau = 1$ *см*^{2} взято из работы [3]. Изменение значения $\Delta\tau$ на $\pm 50\%$ вносит поправку в $\Phi_т/W$ не более 5%.

Длина диффузии тепловых нейтронов принималась равной 2,73 *см*, коэффициент диффузии 0,165 *см*. Пространственный интеграл от экспериментальной кривой нормировался на полное число быстрых нейтронов деления U^{235}.

Ошибка в $\Phi_т/W$, в основном определяемая ошибкой эксперимента, составляет $\pm 25\%$. Значение $\Phi_т/W \times 10^{-13}$ (1/*см*^{2}·*сек*·*мвт*), полученное по возрастному приближению, теории трех групп и в результате эксперимента, равно 38*; 100; 80 ± 20 соответственно.

Авторы выражают благодарность А. Н. Ерыкалову за обсуждение результатов.

---

* Значение возраста до тепловой энергии принято равным 28,3 *см*^{2}.

Поступило в редакцию 13/X 1962 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Фейнберг и др. В кн. «Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии». Докл. сов. ученых. Т. 2. М., Атомиздат, 1958, стр. 334.
2. Л. Н. Юрова, А. А. Поляков, А. А. Игнатов. «Атомная энергия», **12**, 151 (1962).
3. Л. М. Барков, К. И. Мухин. «Атомная энергия», № 3, 31 (1956); Л. М. Барков, В. К. Макарьин, К. И. Мухин. Там же, стр. 33.

УДК 621.039.51

Эффективность системы поглощающих стержней, расположенных произвольным образом в реакторе с отражателем

В. И. Носов

В предыдущих работах [1—3] получены критические условия и распределения потоков нейтронов для гомогенного реактора на тепловых нейтронах с системой поглощающих стержней, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга по кольцу в активной зоне или радиальном отражателе.

В данной работе в двухгрупповом приближении дается обобщение для произвольного расположения стержней, полностью введенных в реактор.

Система стержней в отражателе реактора. В цилиндрическом реакторе с системой стержней, расположенных произвольным образом в радиальном отражателе, решение в матричной форме для потоков быстрых φ_1 и тепловых φ_2 нейтронов будет иметь вид

$$\varphi^{\mathrm{I}} \equiv \begin{bmatrix} \varphi_1^{\mathrm{I}} \\ \varphi_2^{\mathrm{I}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{\mathrm{I}} \\ M^{\mathrm{I}} \end{bmatrix}; \quad \varphi^{\mathrm{II}} \equiv \begin{bmatrix} \varphi_1^{\mathrm{II}} \\ \varphi_2^{\mathrm{II}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{\mathrm{II}} \\ M^{\mathrm{II}} \end{bmatrix}, \tag{1}$$

где

$$\begin{bmatrix} L^{\mathrm{I}} \\ M^{\mathrm{I}} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} J_n(\varkappa r) & 0 \\ 0 & I_n(\beta r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1n} \cos n\varphi + E_{1n} \sin n\varphi \\ A_{2n} \cos n\varphi + E_{2n} \sin n\varphi \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} L^{\rm II} \\ M^{\rm II} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} I_n(\nu r)(C_{2n}\cos n\varphi + F_{2n}\sin n\varphi) + K_n(\nu r)(D_{2n}\cos n\varphi + H_{2n}\sin n\varphi) \\ I_n(\mu r)(C_{1n}\cos n\varphi + F_{1n}\sin n\varphi) + K_n(\mu r)(D_{1n}\cos n\varphi + H_{1n}\sin n\varphi) \end{bmatrix} +$$
$$+ \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{N} \begin{bmatrix} K_m(\nu\varrho_i) & 0 \\ 0 & K_m(\mu\varrho_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{2mi}\cos m\omega_i + P_{2mi}\sin m\omega_i \\ B_{1mi}\cos m\omega_i + P_{1mi}\sin m\omega_i \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Здесь N — число стержней; i — порядковый номер стержня; r — расстояние от центра реактора до некоторой произвольной точки P; ϱ_i — расстояние от центра стержня с номером i до некоторой точки P; φ и ω_i — соответствующие азимутальные углы (см. рисунок); S_1, S_2, S_3 — коэффициенты связи; I, II — индексы активной зоны и отражателя соответственно *.

Из условия непрерывности потока и плотности потока быстрых нейтронов на границе активной зоны с отражателем

$$\left(\varphi_1^{\rm I} = \varphi_1^{\rm II};\quad \frac{d\varphi_1^{\rm I}}{dr} = \gamma_2\,\frac{d\varphi_1^{\rm II}}{dr}\right)$$

получим:

$$\left.\begin{aligned} (A_{2n}, E_{2n}) &= (A_{1n}, E_{1n})\, f_n - \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{N}[B_{2mi}\Phi_{nm}(\cos n\varphi_i) \mp P_{2mi}\overline{\Phi}_{nm}(\sin n\varphi_i, \cos n\varphi_i)]; \\ (C_{2n}, F_{2n}) &= (A_{1n}, E_{1n})\, \varphi_n + \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{N}[B_{2mi}\chi_{nm}(\cos n\varphi_i, \sin n\varphi_i) \mp P_{2mi}\overline{\chi}_{nm}(\sin n\varphi_i, \cos n\varphi_i)]. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Здесь функции f_n, φ_n, Φ_{nm}, χ_{nm} будут иметь вид, как и соответствующие функции $f_n, \ldots, \chi_{nm}$ в работе [1], если принять в них $\gamma_1 = 1$; $\overline{\Phi}_{nm}$ запишется, как и Φ_{nm}, если вместо функций r_{nm} и v_{nm}, входящих в выражение для Φ_{nm}, ввести их значения с чертой:

$$\overline{r}_{nm} = I_{n-m}(\nu R_i) - I_{n+m}(\nu R_i),$$
$$\overline{v}_{nm} = K_{n-m}(\nu R_i) - K_{n+m}(\nu R_i);$$

$\overline{\chi}_{nm}$ запишется так же, как и χ_{nm}, если в выражении для χ_{nm} принять r_{nm}, v_{nm}, Φ_{nm} равными соответственно $\overline{r}_{nm}$, $\overline{v}_{nm}$ и $\overline{\Phi}_{nm}$.

Необходимо отметить, что поскольку рассматривается система стержней, расположенных произвольным образом, индекс nN при функциях Бесселя в работе [1] должен быть везде заменен на n, а R_c на R_i.

При получении соотношений (3) были использованы теорема сложения для $K_m(\nu, \mu\varrho_i)$ и соотношения для констант D_{1n}, D_{2n} и H_{1n}, H_{2n}, которые получаются из граничных условий для φ_1 и φ_2 на поверхности реактора ($\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ при $r = R_{\text{экв}}$):

$$(D_{2n}, H_{2n}) = -(C_{2n}, F_{2n})\,\frac{I_n(\nu R_{\text{экв}})}{K_n(\nu R_{\text{экв}})} - \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_n}{2}[B_{2mi}r_{nm}(\cos n\varphi_i, \sin n\varphi_i) \mp P_{2mi}\overline{r}_{nm}(\sin n\varphi_i; \cos n\varphi_i)];$$

$$(D_{1n}, H_{1n}) = -(C_{1n}, F_{1n})\,\frac{I_n(\mu R_{\text{экв}})}{K_n(\mu R_{\text{экв}})} - \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{N}\frac{\delta_n}{2}[B_{1mi}b_{nm}(\cos n\varphi_i, \sin n\varphi_i) \mp P_{1mi}\overline{b}_{nm}(\sin n\varphi_i, \cos n\varphi_i)],$$

где $\delta_n = 1$ при $n = 0$; $\delta_n = 2$ при $n \geqslant 1$; $\overline{b}_{nm} = I_{n-m}(\mu R_i) - I_{n+m}(\mu R_i)$.

Из условия непрерывности потока и плотности потока тепловых нейтронов на границе активной зоны с отражателем

$$\left(\varphi_2^{\rm I} = \varphi_2^{\rm II},\quad \frac{d\varphi_2^{\rm I}}{dr} = \gamma_0\,\frac{d\varphi_2^{\rm II}}{dr}\right)$$

следует:

$$\left.\begin{aligned} (C_{1n}, F_{1n}) &= \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{N}[(B_{1mi}Q_{nm} + B_{2mi}\Delta_{nm})(\cos n\varphi_i, \sin n\varphi_i) \mp (P_{1mi}\overline{Q}_{nm} + P_{2mi}\overline{\Delta}_{nm})(\sin n\varphi_i, \cos n\varphi_i)]; \\ (A_{1n}, E_{1n}) &= \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{N}[(B_{1mi}R_{nm} + B_{2mi}T_{nm})(\cos n\varphi_i, \sin n\varphi_i) \mp (P_{1mi}\overline{R}_{nm} + P_{2mi}\overline{T}_{nm})(\sin n\varphi_i, \cos n\varphi_i)]. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

---

* Остальные обозначения см. в работе [1].

Здесь функции Q_{nm}, R_{nm} имеют такой же вид, как и соответствующие функции в работе [1]; $\overline{Q}_{nm}$, $\overline{R}_{nm}$ запишутся так же, как и Q_{nm}, R_{nm}, если вместо функций b_{nm}, a_{nm} ввести их значения с чертой $\overline{b}_{nm}$ и $\overline{a}_{nm}=K_{n-m}(\mu R_i)-K_{n+m}(\mu R_i)$; $\overline{\Delta}_{nm}$, $\overline{T}_{nm}$ запишутся так же, как и Δ_{nm}, T_{nm}, если вместо χ_{nm}, Φ_{nm}, r_{nm}, v_{nm} и Δ_{nm} ввести соответствующие им функции $\overline{\chi}_{nm}\ldots\overline{\Delta}_{nm}$.

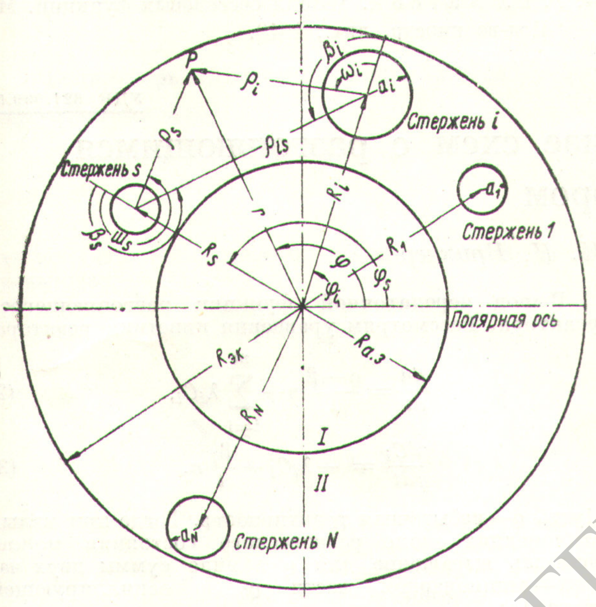

Схема расположения стержней в отражателе реактора.

При использовании граничных условий для φ_1^{II} и φ_2^{II} на каждом из поглощающих стержней и соответствующих теорем сложения для функций Бесселя при $\varrho_i<R_i$, $\varrho_i<\varrho_{is}$ ($\varrho_i\simeq a_i$) после некоторых преобразований приходим к следующим уравнениям:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\{[B_{1mi}(g_{1ki}H_{nmki}+g_{2ki}^{\gamma_i}q_{nmki}+\delta_{mk}\delta_{is}L_{1ki}+g_{1ki}\delta_{si}\Lambda_{1mki})+B_{2mi}(g_{1ki}\omega_{nmki}+g_{2ki}^{\gamma_i}\pi_{nmki}+\delta_{mk}\delta_{is}L_{2ki}^{\gamma_i}+g_{2ki}^{\gamma_i}\delta_{si}\Lambda_{2mki})+\delta_{si}(g_{1ki}P_{1mi}\Omega_{1mki}+g_{2ki}^{\gamma_i}P_{2mi}\Omega_{2mki})]\cos k\omega_i+[P_{1mi}(g_{1ki}\overline{H}_{nmki}+g_{2ki}^{\gamma_i}\overline{q}_{nmki}+\delta_{mk}\delta_{is}L_{1ki}+\delta_{si}g_{1ki}\overline{\Omega}_{1mki})+\delta_{si}(g_{1ki}B_{1mi}\overline{\Lambda}_{1mki}+g_{2ki}^{\gamma_i}B_{2mi}\overline{\Lambda}_{2mki})+P_{2mi}(g_{1ki}\overline{\omega}_{nmki}+g_{2ki}^{\gamma_i}\overline{\pi}_{nmki}+\delta_{mk}\delta_{is}L_{2ki}^{\gamma_i}+g_{2ki}^{\gamma_i}\delta_{si}\overline{\Omega}_{2mki})]\sin k\omega_i\}=0, \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\{[B_{1mi}g_{2ki}^{d_i}q_{nmki}+B_{2mi}(g_{2ki}^{d_i}\pi_{nmki}+\delta_{mk}\delta_{is}L_{2ki}^{d_i}+\delta_{si}g_{2ki}^{d_i}\Lambda_{2mki})+P_{2mi}\delta_{si}g_{2ki}^{d_i}\Omega_{2mki}]\cos k\omega_i+[P_{1mi}g_{2ki}^{d_i}\overline{q}_{nmki}+P_{2mi}(g_{2ki}^{d_i}\overline{\pi}_{nmki}+\delta_{mk}\delta_{is}L_{2ki}^{d_i}+\delta_{si}g_{2ki}^{d_i}\overline{\Omega}_{2mki})+B_{2mi}\delta_{si}g_{2ki}^{d_i}\overline{\Lambda}_{2mki}]\sin k\omega_i\}=0.$$

Здесь функции H_{nmki}, q_{nmki}, ω_{nmki}, π_{nmki} имеют такой же вид, как соответствующие функции $H_{nmk}\ldots\pi_{nmk}$ в работе [1] (R_c везде принимается равным R_i); функции $\overline{H}_{nmki}$, $\overline{q}_{nmki}$, $\overline{\omega}_{nmki}$, $\overline{\pi}_{nmki}$ записываются так же, как и $H_{nmki}\ldots\pi_{nmki}$, если вместо функций b_{nk}, b_{nm}, Q_{nm}, R_{nm}, Δ_{nm}, T_{nm}, χ_{nm}, r_{nk}, r_{nm} и v_{nk} использовать их соответствующие значения с чертой; функции g_{1ki}, $g_{2ki}^{\gamma_i, d_i}$, L_{1ki}, $L_{2ki}^{\gamma_i, d_i}$ выражаются так же, как и функции g_{1k}, $g_{2k}^{\gamma, d}$, L_{1k}, $L_{2k}^{\gamma, d}$ в работе [1], если значения a, γ и d в последних приняты равными a_i, γ_i и d_i соответственно; $\delta_{is}=1$ при $s=i$; $\delta_{is}=0$ при $s\neq i$; $\delta_{si}=0$ при $s=i$ и $\delta_{si}=1$ при $s\neq i$; $\delta_{mk}=1$ при $m=k$ и $\delta_{mk}=0$ при $m\neq k$ (на поверхности стержней граничные условия задавались в виде $(d\varphi_1^{\mathrm{II}}/d\varrho_i)(\varphi_1^{\mathrm{II}})^{-1}=\left.\frac{1}{d_i}\right|_{\varrho_i=a}$ и $(d\varphi_2^{\mathrm{II}}/d\varrho_i)(\varphi_2^{\mathrm{II}})^{-1}=\left.\frac{1}{\gamma_i}\right|_{\varrho_i=a_i}$.

Функции Λ_{1mki}, $\overline{\Lambda}_{1mki}$, Ω_{1mki} и $\overline{\Omega}_{1mki}$ определяются выражениями

$$\Lambda_{1mki}=\frac{\varepsilon_k}{2}[K_{m+k}(\mu\varrho_{is})\cos(m\beta_s+k\beta_i)+K_{m-k}(\mu\varrho_{is})\cos(m\beta_s-k\beta_i)];$$

$$\overline{\Lambda}_{1mki}=\frac{\varepsilon_k}{2}[K_{m+k}(\mu\varrho_{is})\sin(m\beta_s+k\beta_i)-K_{m-k}(\mu\varrho_{is})\sin(m\beta_s-k\beta_i)];$$

$$\Omega_{1mki}=\frac{\varepsilon_k}{2}[K_{m+k}(\mu\varrho_{is})\sin(m\beta_s+k\beta_i)+K_{m-k}(\mu\varrho_{is})\sin(m\beta_s-k\beta_i)];$$

$$\overline{\Omega}_{1mki}=[-K_{m+k}(\mu\varrho_{is})\cos(m\beta_s+k\beta_i)+K_{m-k}(\mu\varrho_{is})\cos(m\beta_s-k\beta_i)].$$

Функции Λ_{2mki}, $\overline{\Lambda}_{2mki}$, Ω_{2mki}, $\overline{\Omega}_{2mki}$ записываются так же, но вместо μ используется ν.

При получении уравнений (5) предполагалось, что d_i и γ_i не имеют угловой зависимости. Из уравнений (5) можно найти условие критичности рассматриваемой задачи, если ограничиться приближением k-го порядка; при этом получаем систему $2N(2k+1)$ линейных однородных алгебраических уравнений, равенство нулю детерминанта которой и явится условием критичности поставленной задачи. Эффективность системы стержней будет характеризоваться разностью $K_{\text{эфф}}$ при наличии поглощающих стержней в реакторе и без них. В большинстве практических случаев можно ограничиться приближением нулевого порядка ($k=0$) и только при больших диаметрах поглотителей необходимо учитывать еще один член разложения по k [2]. При расположении стержней по окружности на одинаковом расстоянии друг от друга данное решение переходит в решение, полученное в работе [1]. В этом случае в уравнениях

(5) постоянные P_{1mi}, P_{2mi} следует принять равными нулю, поскольку рассматриваемая задача становится симметричной относительно φ и ω_i (если отсчет углов вести от полярной оси, проходящей через центр реактора и центр любого из стержней). Функции $\overline{\Lambda}_{1mki}$, $\overline{\Lambda}_{2mki}$, а также E_{1n}, E_{2n}, F_{1n}, F_{2n}, H_{1n}, H_{2n} в уравнениях (1), (2) обращаются в нуль по той же причине.

Аналогичным образом решается задача и для произвольного расположения системы поглощающих стержней в активной зоне реактора с отражателем (решение не приводится вследствие ограниченного объема работы).

Автор выражает благодарность Н. Н. Пономареву-Степному за ценные советы и помощь в развитии методов расчета эффективности органов регулирования в реакторе с отражателем.

Поступило в Редакцию 15/X 1962 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Носов. «Атомная энергия», 9, 262 (1960).
2. В. И. Носов. «Атомная энергия», 10, 269 (1961).
3. В. И. Носов. «Атомная энергия», 12, 326 (1962).
4. Г. Н. Ватсон. Теория бесселевых функций. М., Изд-во иностр. лит., 1949.

УДК 621.039.51

К вопросу о частотном анализе схем с разгоняющимся реактором

А. Р. Мирзоян, И. Н. Бриккер

Частотный анализ следящих систем, включающих в себя реактор, требует знания передаточной функции кинетики реактора. При работе реактора в режиме поддержания уровня мощности эта функция известна [1]. Однако при частотном анализе режима разгона реактора указанная в работе [1] передаточная функция не применима.

В работе [2] сделана попытка получить передаточную функцию реактора в режиме разгона. Однако вследствие встретившихся «алгебраических» трудностей она в выражениях Лапласа в работе [2] не получена; был проведен только гармонический анализ разгоняющегося реактора.

В настоящей работе в явном виде получена такая функция и приведена блок-схема прямой цепи регулирования по периоду. Это позволяет анализировать системы автоматического пуска реактора частотными методами.

Рассмотрим разгон реактора с заданным периодом τ_0. Если разгон идет идеально, то установившийся нейтронный поток изменяется по экспоненте $n_1(t) = n_0 e^{t/\tau_0}$ (где n_0 — начальный уровень нейтронного потока). Избыточная реактивность ϱ_0, соответствующая этому процессу, остается постоянной. Однако в процессе регулирования разгона имеет место отклонение периода τ от заданного τ_0. Отклонение вызвано колебанием избыточной реактивности ϱ около ϱ_0. В результате этого на установившуюся экспоненту накладываются колебания нейтронного потока, обусловленные воздействием регулирующей реактивности $\Delta\varrho(t) = \varrho(t) - \varrho_0$.

Рассмотрим относительное отклонение нейтронного потока

$$\left.\begin{aligned} &\delta n(t) = \frac{n(t) - n_1(t)}{n_1(t)} \\ &\text{или} \\ &n(t) = n_1(t)\,[1 + \delta n(t)], \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где $n(t)$ — текущее значение нейтронного потока. Предположим, что $\delta n(t)$ мало, т. е. $|\delta n(t)| \ll 1$, что справедливо при наличии обратной связи.

Вывод передаточной функции разгоняющегося реактора. Рассмотрим уравнения кинетики реактора:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\varrho - \beta}{l} n + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i C_i, \qquad (2)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = -\lambda_i C_i + \frac{\beta_i}{l} n. \qquad (3)$$

Пусть ϱ — избыточная реактивность. Тогда при малых отклонениях около равновесного состояния можно записать выражение для ϱ в виде суммы двух частей — стационарной части ϱ_0 и осциллирующей части $\Delta\varrho$:

$$\varrho(t) = \varrho_0 + \Delta\varrho(t). \qquad (4)$$

При $\varrho(t) = \varrho_0$ уравнения (2) и (3) дают равновесное решение:

$$n(t) = n_1(t), \quad C(t) = C_1(t).$$

Вводя отклонения от этого решения, т. е.

$$n = n_1(1 + \delta n), \quad C = C_1 + \Delta C, \qquad (5)$$

и подставляя (4) и (5) в уравнения кинетики, получим уравнения для отклонений. Применяя к ним преобразование Лапласа и исключая ΔC_i, найдем

$$\left[P - \frac{\varrho_0}{l} + \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i P}{l(P + \lambda_i)}\right] L(n_1 \delta n) = L\left(\frac{n_1 \Delta\varrho}{l}\right) + L\left(\frac{n_1 \Delta\varrho\,\delta n}{l}\right), \qquad (6)$$

где L — знак преобразования Лапласа; P — оператор Лапласа.

В уравнении (6) при $|\delta n| \ll 1$ членом $L\left(\frac{n_1 \Delta\varrho\,\delta n}{l}\right)$ можно пренебречь.

Учитывая, что $n_1 = n_0 e^{t/\tau_0}$, рассмотрим одно из произведений под знаком L:

$$L[n_1 \varphi(t)] = n_0 L[e^{t/\tau_0} \varphi(t)].$$