Необходимо отметить, что сделанные на основании проведенной работы выводы относятся только к исследованному виду механических напряжений. При наличии напряжений, менее подверженных релаксации, результаты могут измениться.

В заключение авторы выражают искреннюю благодарность А. А. Цветаеву и Е. М. Зарецкому за помощь в постановке экспериментов и участии в обсуждении полученных результатов.

Поступило в Редакцию 14/IX 1970 г.
В окончательной редакции 1/II 1971 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Металловедение реакторных материалов. Под ред. Д. М. Скорова. Ч. 2. М., Госатомиздат, 1962.
2. С. Т. Конобеевский. Действие облучения на материалы. М., Атомиздат, 1967, стр. 175.
3. Х. Б. Краст и др. «Атомная энергия», **27**, 286 (1969).
4. И. Л. Розенфельд, К. А. Жигалова. Ускоренные методы коррозионных испытаний металлов. М., «Металлургия», 1966, стр. 283.
5. Т. М. Сигаловская, Е. М. Зарецкий. «Защита металлов», **3**, 730 (1967).

Связь между решениями нестационарного и квазикритического уравнений переноса

Б. Д. АБРАМОВ

УДК 621.039.51.12

Некритические реакторы в односкоростном приближении описываются уравнениями двух типов: нестационарным уравнением переноса с учетом запаздывающих нейтронов

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{v}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial t} &= -\mathbf{\Omega}\nabla\psi-\Sigma\psi+\frac{1}{4\pi}(\Sigma_s+b_0\nu\Sigma_f)\times\\ &\quad\times\int d\mathbf{\Omega}'\psi+\sum_{i+1}^{m}\lambda_i N_i;\\ \frac{\partial N_i}{\partial t} &= -\lambda_i N_i+\frac{1}{4\pi}b_i\nu\Sigma_f\times\\ &\quad\times\int d\mathbf{\Omega}'\psi;\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ m \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

[где $\psi(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega},\ t)$ — поток нейтронов; $N_i(\mathbf{r},\ t)$ — концентрация источников запаздывающих нейтронов i-й группы] или квазикритическим уравнением вида

$$\Sigma\psi=-\mathbf{\Omega}\nabla\psi+\frac{c\Sigma}{4\pi\eta}\int d\mathbf{\Omega}\psi, \qquad (2)$$

где η — некий параметр, определенным образом связанный с $k_{эфф}$.

В общем случае связь между решениями этих уравнений довольно сложна. Ее исследованию посвящены многие работы [1, 2], из которых следует, что простая связь существует лишь для слабо некритичных реакторов.

Используемый в настоящей работе прием позволяет получить в односкоростном приближении весьма простую связь и при больших некритичностях для однородного реактора без отражателя.

Будем искать решение уравнения (1) в виде $\psi(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega},\ t)=e^{\alpha t}\varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})$. Тогда получим

$$\left(\frac{\alpha}{v\Sigma}+1\right)\Sigma\varphi=-\mathbf{\Omega}\nabla\varphi+\frac{c\Sigma}{4\pi}\frac{\left(\frac{\alpha}{v\Sigma}+1\right)}{\xi(\alpha)}\int d\mathbf{\Omega}'\varphi, \qquad (3)$$

где

$$\xi(\alpha)=\frac{\left(\frac{\alpha}{v\Sigma}+1\right)}{1-\sum\limits_{i=1}^{m}\frac{\alpha\beta_i}{\alpha+\lambda_i}};\quad c=\frac{\Sigma_s+\nu\Sigma_f}{\Sigma};\quad \beta_i=\frac{b_i\nu\Sigma_f}{\Sigma_s+\nu\Sigma_f}. \qquad (4)$$

Обозначив $\mathbf{r}'=\mathbf{r}\left(1+\frac{\alpha}{v\Sigma}\right)$ и $\varphi(\mathbf{r})\equiv\varphi\left(\frac{\mathbf{r}'}{1+\frac{\alpha}{v\Sigma}}\right)=\bar{\varphi}(\mathbf{r}')$, преобразуем уравнение (3) к виду

$$\Sigma\bar{\varphi}=-\mathbf{\Omega}\nabla\bar{\varphi}+\frac{c\Sigma}{4\gamma\xi(\alpha)}\int d\mathbf{\Omega}'\bar{\varphi}. \qquad (5)$$

Решения уравнений (2) и (5) совпадут, если $\eta=\xi(\alpha)$ и на некоторой границе $\mathbf{L}=\mathbf{R}\left(1+\frac{\alpha}{v\Sigma}\right)$ с нормалью $\mathbf{n}$ оба решения удовлетворяют граничному условию

$$\psi(\mathbf{L},\ \mathbf{\Omega})=\bar{\varphi}(\mathbf{L},\ \mathbf{\Omega})=0,\ (\mathbf{\Omega n})<0, \qquad (6)$$

т. е. будет выполняться равенство

$$\psi(\mathbf{r}',\ \mathbf{\Omega})=\bar{\varphi}(\mathbf{r}'\ \mathbf{\Omega})=\varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega}), \qquad (7)$$

где $\varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega})$ как функция $\mathbf{r}$ удовлетворяет уже граничному условию

$$\varphi(\mathbf{R},\ \mathbf{\Omega})=0,\quad (\mathbf{\Omega n})<0. \qquad (8)$$

Обозначив собственные функции уравнений (3) и (2) с граничным условием (8), соответствующие собственным числам α_i и η_k соответственно, как $\varphi_i(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{R})$ и $\psi_k(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{R})$, видим, что при выполнении условия

$$\xi(\alpha_i)=\eta_k \qquad (9)$$

справедливо соотношение

$$\varphi_i(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{R})=\psi_k\left[\mathbf{r}\left(1+\frac{\alpha}{v\Sigma}\right),\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{R}\left(1+\frac{\alpha}{v\Sigma}\right)\right]. \qquad (10)$$

Аналогичным способом доказывается, что

$$\psi_k(\mathbf{r},\ \mathbf{\Omega};\ \mathbf{R})=\varphi_i\left(\frac{\mathbf{r}}{1+\frac{\alpha_i}{v\Sigma}},\ \mathbf{\Omega};\ \frac{\mathbf{R}}{1+\frac{\alpha_i}{v\Sigma}}\right). \qquad (11)$$

Так как уравнение (9) при данном η_k имеет $(m+1)$ корней α_i, то из равенства (11) следует, что функция распределения нейтронов в квазикритическом реакторе [решение уравнения (2)], соответствующая собственному числу η_k, геометрически подобна функциям распределения, соответствующим собственным числам α_i в $(m+1)$ нестационарных реакторах того же состава и формы, но различных размеров, если собственные числа α_i и η_k связаны соотношением (9). С другой стороны, с каждым нестационарным реактором можно сопоставить в этом смысле лишь один квазикритический реактор.

Имеется простое соответствие и между спектрами собственных чисел этих задач. Если в результате решения уравнения (2) будет получена связь между собственными числами η_k и $\mathbf{R}$ типа

$$F(\eta_k,\ \mathbf{R})=0, \qquad (12)$$

где F — какая-нибудь функциональная зависимость, то легко показать, что собственные числа α_i нестационарного уравнения (3) будут корнями уравнения

$$F\left[\xi(\alpha_i),\ \mathbf{R}\left(1+\frac{\alpha_i}{v\Sigma}\right)\right]=0, \qquad (13)$$

если выполнено условие (9).

Отметим, что собственные числа этих задач вещественны [3]; в настоящей работе предполагалось, что $\alpha>-v\Sigma$.

Таким образом, истинное распределение нейтронов в нестационарном реакторе, т. е. решение уравнения (3), можно определить из решения квазикритического уравнения (2), записанного для реактора другого размера; возможно также выполнить и обратную процедуру.

Автор глубоко благодарен Г. Я. Румянцеву за ценные замечания и внимание к работе.

Поступило в Редакцию 31/VII 1970 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Усачев. В сб. «Доклады советской делегации на Международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1955)». М., Изд-во АН СССР, 1955, стр. 251.
2. A. Henry. Nucl. Sci. and Engng., 20, 338 (1964).
3. J. Mika. Nukleonik, 9, 46 (1967).

О моментах функции распределения плотности нейтронов

Т. Е. ЗИМА, А. А. КОСТРИЦА, Е. И. НЕЙМОТИН

УКД 621.039

Для нахождения моментов функции распределения плотности нейтронов N с использованием метода Маршака [1] не требуется знания функции N или ее фурье-образа $\widetilde{N}$. Достаточно знать значения фурье-образа и его производных в начале координат. Однако этот метод обычно применяют для определения моментов функции распределения, ограничиваясь ее представлением в P_1-приближении. Нас будут интересовать моменты точной функции N.

Рассмотрим сначала односкоростное кинетическое уравнение для функции распределения $N(x,\ \mu,\ t)$ в случае плоской одномерной геометрии с локальным импульсным источником нейтронов:

$$\frac{\partial N}{\partial t}+v\mu\frac{\partial N}{\partial x}+v\Sigma N=\frac{v\Sigma_s}{2}\sum_j\mu_jP_j(\mu)\int P_j(\mu')\times$$
$$\times N(x,\ \mu',\ t)\,d\mu'+\frac{S}{2}\,\delta(x)\,\delta(t-t_0). \qquad (1)$$

При записи уравнения [1] предполагалось, что функция рассеяния $\mu_g(\Phi)$ может быть представлена в виде конечной суммы полиномов Лежандра:

$$\mu_g(\Phi)=\sum_j\mu_jP_j(\cos\Phi). \qquad (2)$$

Здесь Φ — угол между векторами скорости нейтрона до и после рассеяния; μ — косинус угла между вектором скорости нейтрона и осью x; Σ — полное сечение; Σ_s — сечение рассеяния. Предположим также, что коэффициенты $\mu_k>\mu_{k+1}$.

Введем фурье-образ функции:

$$\widetilde{N}(q,\ \mu,\ t)=\int_{-\infty}^{+\infty}N(x,\ \mu,\ t)\,e^{iqx}\,dx. \qquad (3)$$

Используя уравнение для фурье-образа, полученное из выражения (1), можно показать, что полное число нейтронов в неограниченной среде меняется по известному закону:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-1}^{+1}N(x,\ \mu,\ t)\,dx\,d\mu=\left[\int_{-1}^{1}\widetilde{N}(q,\ \mu,\ t)\,d\mu\right]_{q=0}=$$
$$=\widetilde{N}_0(q=0)=S\vartheta(t-t_0)\,e^{-v\Sigma_a(t-t_0)}, \qquad (4)$$

где

$$\vartheta(t-t_0)=\begin{cases}1 \text{ при } t\geqslant t_0;\\ 0 \text{ при } t<t_0.\end{cases} \qquad (5)$$

Путем несложных вычислений можно определить значение второй производной от функции $\widetilde{N}_0=\int\widetilde{N}(q,\ \mu,\ t)\,d\mu$ в начале координат плоскости комплексного переменного q, а затем второй момент $\overline{x^2}$ функции распределения нейтронов в пространстве