скому излучению с $E_{\text{эфф}} = 100$ *кэв* составляют $0{,}7 \div$ $\div 1{,}3 \cdot 10^{-9}$ $\frac{a}{р/мин \cdot см^2}$. Для этих условий зависимость $i = f(P_э)$ линейна в диапазоне 0,5—400 *р*.

Метод одновременного измерения двух величин может быть применен и для дозиметрии излучения с неизвестным спектром. Однако в этом случае (в отличие от рассмотренного) возможно появление ошибки в определении дозы, величина которой зависит от спектрального состава излучения. Максимально возможная ошибка определения $P_э$ может быть оценена графически [5] с помощью рис. 4. Для рассматриваемого диапазона энергий она возникает при спектре излучения, состоящем из двух линий с энергиями кванта 40 и 10 *кэв*. Относительная ошибка $\delta = \frac{P_{\text{макс}} - P_э}{P_э}$ определения $P_э$ при этом не превышает 35%.

Можно показать, что максимальная ошибка при измерении экспозиционной дозы однородного излучения с помощью устройства [10], на выходе которого измеряется величина $\alpha_1 i_1 \pm \alpha_2 i_2$, больше или равна максимальной ошибке δ, определенной по рис. 4.

При использовании изложенного метода ошибка обычно существенно меньше ошибки, определяемой с помощью рис. 4. Для однопараметрических спектров она равна нулю. Это позволяет надеяться, что изложенный метод одновременного измерения двух величин найдет широкое применение в дозиметрии.

Поступило в Редакцию 20/II 1970 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Х. Джонс. Физика радиологии. М., Атомиздат, 1965.
2. Г. В. Горшков. Проникающее излучение радиоактивных источников. Л., «Наука», 1967.
3. А. М. Гурвич и др. «Труды Всес. н.-и. ин-та медицинских инструментов и оборудования», № 5, 40 (1962).
4. Ю. К. Акимов и др. Полупроводниковые детекторы ядерных частиц и их применение. М., Атомиздат. 1967.
5. Н. Г. Волков, В. К. Ляпидевский. «Приборы и техника эксперимента», № 5, 86, (1968).
6. L. Hollander. Rev. Sci. Instrum., **28**, 322 (1957).
7. N. Baily, G. Kramer. Radiation Res., **22**, 53 (1964).
8. А. Н. Кронгауз и др. «Медицинская радиология», № 9, 78 (1970).
9. Ю. Б. Мандельцвайг, В. Г. Епишев. «Новости медицинской техники», № 2, 123 (1966).
10. С. П. Вершинина, А. Я. Берловский, Ю. А. Цирлин. «Атомная энергия», **24**, 262 (1968).

Ток протонов в режиме уменьшения равновесной фазы вдоль линейного ускорителя

А. Д. ВЛАСОВ

УДК 621.384.64.01

Вычисление протонных токов в линейном ускорителе при устойчивом и безразличном равновесии ускоряемых сгустков показало, что с увеличением равновесной фазы от 35—45° до 85—90° эти токи вырастают от сотен миллиампер примерно до 10 *а* [1, 2]. Однако увеличение равновесной фазы требует повышения ускоряющего поля и удлинения ускорителя и может быть допущено лишь на ограниченном участке. В настоящей работе рассматривается линейный ускоритель с равновесной фазой, равной в начале 85—90° и постепенно снижаемой вдоль ускорителя.

Изменение энергии частиц, равновесной фазы и других параметров вдоль ускорителя предполагается в данной работе настолько медленным, что сгустки при каждом значении энергии можно рассматривать в стационарном приближении. Состояния же сгустка при различных энергиях связываются между собой условиями его устойчивости и сохранения заряда, а также соответствующим законом изменения фазовой площади сгустка.

Ниже рассматриваются лишь пучки и сгустки постоянной плотности. Разумеется, разброс скоростей в инжектированном пучке во избежание заметных потерь частиц должен достаточно хорошо соответствовать распределению скоростей в рассматриваемых сгустках.

Потенциальная функция ускоряющего поля имеет вид

$$\Phi_0(\varphi) = \frac{\varphi \cos \varphi_{s0} - \sin \varphi}{\sin \varphi_{s0}},$$

где φ — фаза ускоряющей волны; $\varphi_{s0} = \arccos(dW/eE_m\,dz)$ — номинальная равновесная фаза; e и W — заряд и энергия частицы; E_m — амплитуда ускоряющей волны; z — продольная координата.

Используя известную дисковую модель сгустка, представим его приближенно в виде цилиндра постоянного радиуса r с плотностью заряда ρ (в лабораторной системе координат), зависящей только от φ. Тогда потенциал собственного заряда сгустков, следующих один за другим с периодом $\Delta z = \beta\lambda$, выразится в виде [2]

$$U(\varphi) = aG \int_{\varphi_к}^{\varphi_п} \left[e^{-\frac{|\varphi - \varphi'|}{a}} + \frac{e^{\frac{\varphi - \varphi'}{a}} + e^{\frac{\varphi' - \varphi}{a}}}{e^{\frac{2\pi}{a}} - 1} \right] \rho(\varphi')\, d\varphi'.$$

Здесь $\varphi_к, \varphi_п$ — границы сгустка; $a = 2\pi r \sqrt{1 - \beta^2}/k\beta\lambda$ — его приведенный радиус; $G = \beta\lambda/4\pi\varepsilon_0 E_m \sin\varphi_{s0}$; λ — длина волны; $\beta = v/c$; v — скорость частиц; c — скорость света; k — коэффициент порядка единицы, зависящий от отношения радиусов сгустка и апертуры к величине $\beta\lambda$. Обозначим $\varphi_{п,\,к} = \varphi_ц \pm a\varepsilon$.

Положив $\rho(\varphi) = \rho_0 = \text{const}$ и произведя интегрирование, выразим суммарный потенциал ускоряющего поля и поля сгустка в виде

$$\Phi(\varphi) = \Phi_0 + U = \frac{\varphi \cos\varphi_{s0} - \sin\varphi}{\sin\varphi_{s0}} - 2a^2 G\rho_0 \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{a} - \varepsilon\right)}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{a}} \operatorname{ch}\frac{\varphi - \varphi_ц}{a} + \text{const}. \quad (1)$$

Запишем условие сохранения тока I и заряда сгустка $Q = I\lambda/c$:

$$\rho_0 \pi r^2 \cdot 2a\varepsilon \frac{\beta\lambda}{2\pi} = \frac{I\lambda}{c} = \text{const}. \tag{2}$$

Подставим в равенство (1) выражение для G и ρ_0 из условия (2):

$$\Phi(\varphi) = \frac{\varphi \cos\varphi_{s0} - \sin\varphi}{\sin\varphi_{s0}} - \frac{60a\lambda I}{E_m r^2 \sin\varphi_{s0}} \times$$

$$\times \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{a} - \varepsilon\right)}{\varepsilon \operatorname{sh}\frac{\pi}{a}} \operatorname{ch}\frac{\varphi - \varphi_ц}{a} + \text{const}. \tag{3}$$

Для устойчивости фазовых колебаний необходимо, чтобы на задней границе сгустка $\Phi'(\varphi_к) \leqslant 0$, или с учетом выражения (3)

$$\cos\varphi_{s0} - \cos(\varphi_ц - a\varepsilon) +$$

$$+ \frac{60\lambda I}{E_m r^2} \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{a} - \varepsilon\right)}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{a}} \cdot \frac{\operatorname{sh}\varepsilon}{\varepsilon} \leqslant 0. \tag{4}$$

Границы сгустка связаны также равенством $\Phi(\varphi_к) = \Phi(\varphi_п)$. Отсюда

$$\cos\varphi_{s0} = \frac{\sin a\varepsilon}{a\varepsilon} \cos\varphi_ц. \tag{5}$$

Площадь, занимаемую изображением сгустка на фазовой плоскости φW, выразим в виде $V \approx 0{,}7(\varphi_п - \varphi_к) \times 2(W - W_s)_ц$. Но

$$W - W_s = \frac{dW}{d\beta} \cdot \frac{\beta\lambda}{2\pi c} \dot{\varphi} =$$

$$= \frac{m_0 c\lambda}{\pi\sqrt{2}} \cdot \frac{\beta^2 \Omega_0}{(1-\beta^2)^{3/2}} \sqrt{\Phi_к - \Phi(\varphi)},$$

где $\Omega_0^2 = 2\pi e E_m (1-\beta^2)^{3/2} \sin\varphi_{s0}/m_0\lambda\beta$; m_0 — масса покоя частицы; $\Phi_к = \Phi(\varphi_к) = [\Phi(\varphi_к) + \Phi(\varphi_п)]/2$. Таким образом,

$$V = 2{,}8a\varepsilon \sqrt{\frac{eE_m\lambda \sin\varphi_{s0}}{\pi m_0^2 c^4}}\, p^{3/2} \sqrt{\Phi_к - \Phi(\varphi_ц)}.$$

Здесь и далее $p = m_0 c\beta \sqrt{1-\beta^2}$ — импульс частицы; $p_1 = p/p_н$.

Как известно, фазовая площадь на плоскости φW инвариантна, а эффективно занимаемая фазовая площадь под действием случайных малых погрешностей в ускорителе постепенно возрастает, $V \sim \psi^2(p_1)$. Вычислив $\Phi_к - \Phi(\varphi_ц)$ с помощью равенства (3), получим

$$\frac{V^2}{\psi^4} \sim \frac{a^2\varepsilon^2 E_m p^3}{\psi^4} \left[(1 - \cos a\varepsilon)\sin\varphi_ц - \right.$$

$$\left. - \frac{60\lambda I}{E_m r^2} \cdot \frac{a \operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{a} - \varepsilon\right)}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{a}} \cdot \frac{\operatorname{ch}\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right] = \text{const}. \tag{6}$$

Пусть заданы законы изменения параметров вдоль ускорителя

$$\frac{V}{V_н} = \psi^2(p_1),\quad \frac{r}{r_н} = \chi(p_1),\quad \frac{E_m}{E_{mн}} = F(p_1),\quad \frac{k}{k_н} = f(p_1) \tag{7}$$

и обозначено

$$I_1 = \frac{\pi r_н^2 E_{mн}}{60\lambda}. \tag{8}$$

Тогда неравенство (4) и уравнение (6) с учетом (5) примут вид

$$\frac{I}{I_1} \cdot \frac{\pi a_н \operatorname{sh}\varepsilon \operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{a} - \varepsilon\right)}{a\varepsilon \operatorname{sh}\frac{\pi}{a} \sin a\varepsilon \left[\sin\varphi_ц - \left(\frac{1}{a\varepsilon} - \operatorname{ctg} a\varepsilon\right)\cos\varphi_ц\right]} \leqslant$$

$$\leqslant \chi f F p_1, \tag{9}$$

$$p_1^2 F \frac{a^2\varepsilon^2}{\pi^2} (1 - \cos a\varepsilon)\sin\varphi_ц -$$

$$- \frac{I a_н^2}{I_1 f} \cdot \frac{a\varepsilon}{\pi} \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{a} - \varepsilon\right)}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{a}} (\operatorname{ch}\varepsilon - 1) = \frac{2C\psi^4}{p_1}. \tag{10}$$

Неравенство (9) и уравнение (10) определяют достижимый ток I (или I/I_1) и постоянную C по начальным значениям a, $a\varepsilon$, $\varphi_ц$.

Неравенство (9) и уравнения (5), (10) при фиксированном I/I_1 определяют область разрешенных значений p_1, φ_{s0}, ограниченную снизу кривой $\varphi_{s0} = \varphi_{s0}(p_1)$, определяемой уравнениями (5), (9), (10). Тем самым определяются и разрешенные области p_1, $a\varepsilon$ и p_1, $\varphi_ц$. Предельные кривые удобнее вычислять, задаваясь значениями $a\varepsilon$ и находя $\varphi_ц$, p_1 из системы уравнений (9), (10), а затем φ_{s0} из (5).

Обычно на большей части ускорителя $\varepsilon \gg 3$, $\frac{\pi}{a} - \varepsilon \gg 1$, так что

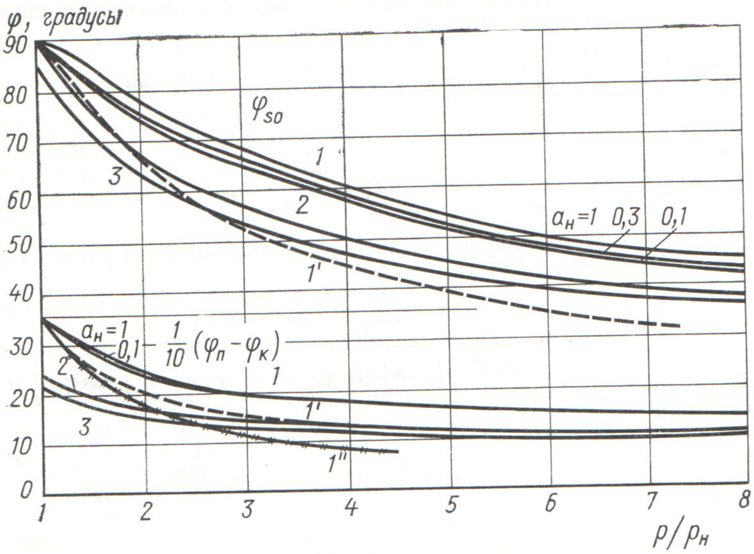
$$\frac{\operatorname{sh}\varepsilon}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{a}} \operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{a} - \varepsilon\right) \approx \frac{\operatorname{ch}\varepsilon - 1}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{a}} \operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{a} - \varepsilon\right) \approx \frac{1}{2}. \tag{11}$$

Ниже при расчете примерных предельных кривых принято

$$\psi = p_1^{1/4},\quad \chi = p_1^{1/3},\quad f = F = 1 \left(\frac{a}{a_н} = p_1^{-2/3}\right). \tag{12}$$

В случае справедливости равенств (11) и (12) расчет существенно упрощается.

Рассмотрим режим инжекции непрерывного однородного пучка. В таком пучке нет продольного расталкивания, и достижимый ток определяется лишь последующим процессом выделения сгустков. Чтобы свести потери частиц к минимуму, надо выбрать $\varphi_{s0н} = 90°$. Тогда $2(a\varepsilon)_н = 360°$, $\varphi_{цн} = 90°$ и из уравнений (9), (10) найдем $I = I_1$, $C = 1$. На рисунке приведены предельные кривые изменения равновесной фазы φ_{s0} и фазовой длины сгустка $\varphi_п - \varphi_к = 2a\varepsilon$ вдоль ускорителя в зависимости от p_1, рассчитанные при $a_н$, равном 0,1; 0,3; 1,0 (кривые *1*). Заметим, что для отечественных ускорителей И 2 и И-100 $a_н = 0{,}32$, посколь-



Нижние границы разрешенных областей изменения равновесной фазы и фазовой длины сгустка для различных случаев.

ку $r_н = 4{,}75$ *мм*, $\beta_н = 0{,}0387$, $\lambda = 2{,}02$ *м*, $k = 1{,}2$. Заметим также, что при $W_н = 0{,}7$ *Мэв* значению $p/p_н = 8$ соответствует $W = 46$ *Мэв*.

Для параметров ускорителя И-100 (в котором $E_m = 1{,}58$ *Мв/м*) $I_1 = 0{,}92$ *а*. Этот ток мал по сравнению с током при безразличном начальном равновесии сгустков и $\varphi_{s0} = 90°$ [2]:

$$I_Б\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\beta^2 E_m \lambda k^2 (1+a^2)}{240\pi},$$

который для ускорителя И-100 равен 10,1 *а*. В общем случае при $\beta^2 \ll 1$

$$I_1 = \frac{a_н^2}{1+a_н^2} I_Б\left(\frac{\pi}{2}\right). \qquad (13)$$

Ток I_1 становится близким к $I_Б(\pi/2)$ лишь при $a_н > 1$, т. е. при сравнительно больших приведенных радиусах пучка.

На рисунке приведены также кривые *1'*, рассчитанные при $a_н = 0{,}3$ для того же режима, что и кривые *1*, но при $\psi = 1$. Как видно, погрешности в ускорителе уменьшают разрешенные области

Относительная малость тока, выражаемого равенством (13), при инжекции непрерывного пучка обусловлена сравнительно большой длиной образующихся сгустков, близкой к длине сепаратрисы. Как известно, в случае сгустков постоянной плотности максимум тока достигается при меньшей их длине [1].

Уравнения (5) и (9) позволяют построить кривую $I = I(a_н\varepsilon_н)$ и найти максимум I. Пусть, например, $a_н = 0{,}3$. Тогда для значений $\varphi_{sон} = 90$ и 85° найдем соответственно $(I/I_1)_{макс} = 3{,}86$ и 3,16 при $(a\varepsilon_н) = 117$ и 106°. Если $I_1 = 0{,}92$ *а*, то $I = 3{,}5$ и 2,9 *а*. Из уравнения (10) найдем $C = 0{,}251$ и 0,176 и построим предельные кривые *2* и *3*.

При расчете ускорителя с некоторым заданным законом изменения равновесной фазы (или связанного с ней параметра) этот заданный закон заменяет уравнение (9) и совместно с уравнениями (5) и (10) составляет исходную систему уравнений. Допустимость того или иного закона изменения параметров нетрудно оценить, сравнивая его с предельными кривыми. Так, предположенное в работе [3] постоянство длины сгустка $(\varphi_п - \varphi_к)\beta\lambda/2\pi$ при равенствах (12) неосуществимо, так как кривая $a\varepsilon\beta = \mathrm{const}$ (кривая *1''*) лежит ниже кривой *1*. В то же время сразу видна допустимость постоянства равновесной фазы $\varphi_{s0} = \varphi_{sон} = \mathrm{const}$, как и постоянства фазовой длины сгустков $\varphi_п - \varphi_к = 2(a\varepsilon)_н = \mathrm{const}$.

Параметры, рассчитанные выше при $\varphi_{sон} = 90°$, надо рассматривать лишь как теоретические пределы. На практике всегда $\varphi_{s0} < 90°$.

Поступило в Редакцию 25/V 1970 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Д. Власов. «Атомная энергия», **27**, 238 (1969).
2. А. Д. Власов. «Атомная энергия», **29**, 141 (1970).
3. И. М. Капчинский, В. А. Тепляков. «Приборы и техника эксперимента», № 4, 17 (1970).

Возможность ускорения в изохронном циклотроне протонов на энергию свыше E_0

УДК 621.384.633

Л. А. САРКИСЯН

В изохронных циклотронах с пространственной вариацией магнитного поля важную роль играют нелинейные эффекты, обусловленные периодичностью структуры магнитного поля N. Резонансные соотношения между частотами свободных бетатронных колебаний Q_r и Q_z и рабочей фокусирующей гармоникой поля периодичности N приводят к появлению идеальных нелинейных резонансов вида

$$pQ_r \pm qQ_z = N, \qquad (1)$$

где $p, q = 0, 1, 2 \ldots$; $|p+q|$ определяет порядок резонанса.

Наиболее опасны радиальные нелинейные резонансы ($q = 0$), так как они имеют меньший порядок. Как известно, в изохронных циклотронах в процессе ускорения частота радиальных бетатронных колебаний Q_r растет, проходя ряд резонансных значений $Q_r = N/p$. Наименьшее значение $Q_r = 1$ имеет место в центре ускорителя со сплошной структурой (в кольцевых циклотронах Q_r несколько больше 1 и определяется