

«Зеркальный захват» сильнооточного самофокусирующегося пучка релятивистских электронов на замкнутую орбиту

К. В. ХОДАТАЕВ

УДК 621.384.6

В теоретических работах Беннета [1, 2] были названы основные свойства сильнооточных релятивистских пучков. Оставаясь долгое время теоретической моделью, развитые им представления нашли прямое подтверждение в экспериментальных работах. В 1966—1967 гг. были опубликованы результаты исследования прямого сильнооточного электронного пучка, обладающего свойствами самофокусировки [3—5].

В работе [3], как и в более поздних работах других групп, убедительно показаны самофокусирующие свойства релятивистского электронного пучка, проходящего через частично ионизованный газ. Возникающая при этом компенсация объемного заряда, удовлетворяющая условию Беннета

$$\frac{1}{\gamma^2} < \frac{n_i}{n_e} \leq 1$$

(γ — релятивистский фактор; n_i , n_e — концентрации ионов и электронов пучка соответственно), приводит к самофокусировке. Степень компенсации объемного заряда регулируется в опытах изменением давления газа. Эти пучки способны распространяться на значительные расстояния [4]. В работе [4] показана способность самофокусирующегося пучка отражаться от проводящей поверхности. На рис. 1 воспроизведена приведенная в работе [4] фотография пучка, отражающегося от проводящей пластины.

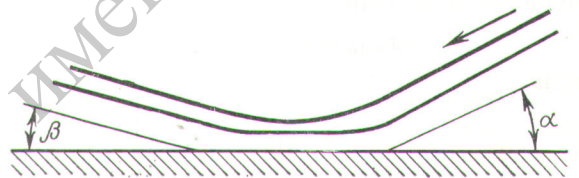
Интересуясь поведением самофокусирующегося пучка вблизи проводящей поверхности, воспользуемся следующей несложной моделью. Если радиус пучка a меньше остальных характерных размеров, то силы самофокусировки больше, чем силы, обусловленные протеканием токов изображения. Это означает, что экран способен изменить траекторию пучка, не влияя на размер a . Поскольку отражающие свойства экрана проявляются наилучшим образом при полной компенсации объемного заряда, будем считать пучок незаряженным. В установившемся режиме электроны совершают движение по каналу, положение которого не меняется во времени. Поэтому ионы можно считать неподвижными, их роль сводится лишь к компенсации объемного заряда. Движение электрона по каналу пучка, проходящего вблизи идеаль-

но проводящей плоскости, в этом случае описывается уравнением *

$$\gamma m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{\beta^2 N_1 e^2}{x}, \quad (1)$$

где e , m , γ — заряд, масса и релятивистский фактор электрона; N_1 — погонная концентрация электронов в пучке; β — средняя скорость электронов, отнесенная к скорости света; x — расстояние от электрона до плоскости.

Правая часть в уравнении (1) описывает силу Лоренца, которая создается магнитным полем токов изображения. (Здесь она записана в предположении малости величины $\frac{\partial x}{\partial z}$ в любой точке траектории, расположенной в плоскости x , z .)



Р и с. 1. Форма пучка при отражении от проводящей поверхности.

Обозначив

$$X = \frac{x}{x_1}, \quad Z = \frac{t\beta c}{x_1}; \quad \mu = N_1 \frac{e^2}{\gamma m c^2},$$

получим уравнение траектории

$$X \frac{d^2 X}{dZ^2} = \mu. \quad (2)$$

Решение этого уравнения известно (см., например, [6]):

$$Z = \frac{e^{\ln X_{\min}}}{\sqrt{\mu/2}} \int_{\sqrt{-\ln X_{\min}}}^{\sqrt{\ln X - \ln X_{\min}}} e^{u^2} du, \quad (3)$$

где

$$\ln X_{\min} = -\frac{\alpha^2}{2\mu}; \quad \alpha = \left(\frac{dx}{dz} \right)_{x=x_1}.$$

* Это уравнение, написанное применительно к отражению пучка от плоскости, приведено в работе [4].

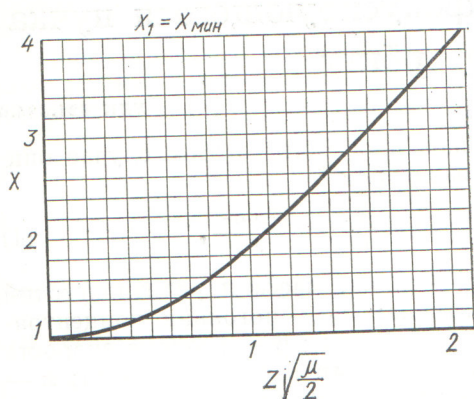


Рис. 2. Расчетная траектория пучка при отражении ($x_1 = x_{\min}$).

Решение [(3) для случая $\alpha = 0$ показано на рис. 2.

Условие отражения пучка от плоскости без потери электронов совпадает с условием применимости модели

$$x_{\min} = x_1 e^{-\alpha^2/2\mu} > a \quad (4)$$

или

$$\mu > \frac{\alpha^2}{2 \ln x_1/a}.$$

Приняв, например,

$$\frac{x_1}{a} = 5; \alpha = 0,2,$$

получим

$$\mu > 10^{-2} \text{ или } I > 170 \gamma [a].$$

Таким образом, при разумных размерах возможно отражение самофокусирующихся пучков с силой тока в доли килоампера*.

Траектория пучка, согласно этой модели, симметрична. Грубо говоря, «угол падения» равен «углу отражения». Однако при $x_{\min} \sim a$ внешняя сила, создаваемая токами изображения, того же порядка, что и сила самофокусировки. В этом случае внешняя сила, азимутально несимметричная, должна вызвать деформацию поперечного сечения пучка, как это и наблюдается в работе [4] (см. рис. 1).

Если

$$\omega_e \tau_c \leq 2\pi \quad (5)$$

(где ω_e — частота поперечных колебаний, со-

* В настоящее время получены самофокусирующиеся пучки с силой тока, достигающей сотен килоампер.

вершаемых электронами под действием сил самофокусировки; τ_c — время пребывания электрона в зоне наиболее сильного воздействия экрана), то деформация поперечного сечения при отражении должна сопровождаться возмущением свободных колебаний поперечного сечения пучка, на которое затратится часть энергии, определяемой движением электронов пучка по x . При этом угол отражения станет меньше угла падения.

Значение ω_e легко оценивается для обычно употребляемой модели пучка с однородным распределением плотности по сечению:

$$\omega_e \approx \left(\frac{2N_1 e^2}{\gamma m a^2} \right)^{1/2}.$$

Приняв за величину τ_c время пролета электрона через зону, где сила воздействия экрана отличается от максимальной не более чем в e раз, преобразуем неравенство (5):

$$\frac{\omega_e \tau_c}{2\pi} = \frac{1}{\pi} \int_0^1 e^{u^2} du \frac{x_{\min}}{a} \approx \frac{x_{\min}}{2a} \leq 1. \quad (6)$$

Таким образом, траектория пучка должна стать несимметричной, если пучок приближается к экрану на расстояние порядка диаметра.

Из рис. 1 видно, что траектория пучка действительно заметно несимметрична: угол отражения меньше угла падения, а в месте отражения поперечное сечение пучка сильно деформировано.

Из приведенных в работе [6] результатов следует, что когерентные крупномасштабные возмущения пучка, особенно связанные с нарушением азимутальной симметрии, затухают на длине, меньшей длины волны возмущения. Таким образом, возникшее при отражении возмущение в соответствии с данными работы [6] должно сравнительно быстро затухнуть*.

Отталкивающее действие экрана делает возможным существование равновесной замкнутой орбиты. Пользуясь введенной выше моделью тонкого пучка, покажем это на примере цилиндрического экрана. Пусть электроны тонкого пучка совершают внутри экрана с радиусом R движение, такое, что $\beta_z = 0$, $\beta_\phi^2 \gg \beta_r^2$. Интере-

* Интенсивное затухание когерентных возмущений в самофокусирующемся пучке было обнаружено также в численном эксперименте с кинетической моделью такого пучка. Затухание обусловлено нелинейностью процесса. Расчет выполнен О. В. Локуциевским, Л. Г. Хазинным и К. В. Ходатаевым и доложен на Конференции по теории физики плазмы (Киев, октябрь 1971 г.).

суюсь движением пучка вблизи окружности с радиусом r_0 , удовлетворяющим условию $\xi_0 \equiv \frac{R-r_0}{r_0} \ll 1$, и игнорируя эффект затухания, нетрудно получить уравнение траектории пучка внутри цилиндра:

$$\frac{d^2\xi}{d\varphi^2} = \frac{\mu}{\xi} - 1, \quad (7)$$

$$\text{где } \xi \equiv \frac{R-r}{r_0}.$$

Равновесная орбита определяется равенством $\xi_0 = \mu$. (8)

Малые, не зависящие от времени отклонения траектории от равновесной являются периодическими. Отношение их длины волны к величине $2\pi r_0$ равно

$$q = \mu^{1/2}.$$

В цилиндре по направлению z выполняется условие безразличного равновесия. Однако нетрудно представить, что равновесие кольцевого пучка по z и r может быть получено внутри тела вращения, образующая которого выгнута наружу.

Расстояние от средней линии пучка до экрана должно превышать его радиус, что вместе с предположением $\xi_0 \ll 1$ приводит к условию

$$1 \gg \mu > \frac{a}{r_0}. \quad (9)$$

Условие $\mu \ll 1$ принято здесь ради простоты. При увеличении μ динамика пучка существенно усложняется, однако условия равновесия также могут быть выполнены.

В сильноточных бетатронах и в опытах с релятивистскими электронными кольцами [7, 8] получены долгоживущие кольцевые пучки с $\mu \lesssim 3 \cdot 10^{-3}$ (общее число захваченных электронов не превышает 10^{13}). В рассмотренном нами случае на равновесной орбите могут существовать пучки с $\mu \sim 10^{-2} \div 1$. Получение столь сильноточных замкнутых пучков само по себе представляет значительный интерес. Во время конференции по ускорителям в Ереване (1969 г.) Ростокер сообщил предварительные результаты успешных опытов по многооборотной инжекции и накоплению сильноточного электронного пучка с $\mu > 1$ в газонаполненный проводящий тороид.

Как известно, процесс захвата даже отдельных частиц на замкнутую орбиту нетривиален. При захвате самофокусирующегося пучка на равновесную орбиту в экране (для краткости будем называть этот процесс «зеркальным захватом») определяющую роль, как и в случае

бетатрона, должны сыграть коллективные эффекты. Это естественно в условиях, когда существенным является лишь собственное поле пучка и токов изображения. Упомянутые выше эффекты несимметрии при отражении и затухании когерентных возмущений могут, по-видимому, способствовать захвату пучка.

При инжекции электронов на замкнутую орбиту энергия магнитного поля пучка возникает только за счет кинетической энергии электронов. Поэтому накопить без потери частиц можно лишь ток, не превышающий некоторый предел, при котором магнитная энергия пучка равна суммарной кинетической энергии инжектируемых электронов:

$$\frac{LI^2}{2c^2} < (\gamma_{\text{и}} - 1) mc^2 N,$$

где L — индуктивность захваченного пучка; N — число инжектированных электронов; $\gamma_{\text{и}}$ — их релятивистский фактор.

Это неравенство удобнее представить иначе:

$$\mu < \frac{\gamma_{\text{и}}}{\gamma_{\text{и}} + 1} \frac{4\pi r_0}{L} \equiv \mu_{\text{м}}. \quad (10)$$

Ограничение (10) в большинстве случаев сильнее известного критерия, установленного в работе [9], уточненного позднее в работе [6] и обнаруженного на эксперименте [10]. Различие тем сильнее, чем больше погонная индуктивность захваченного пучка. Однако при многооборотной инжекции, допустив потери частиц, можно превысить этот предел, получив ток в захваченном пучке, магнитная энергия которого превышает суммарную кинетическую энергию циркулирующих электронов.

При многооборотной инжекции по мере накопления ток в захваченном пучке нарастает. Поэтому, пока длится инжекция, захваченные электроны двигаются в тормозящем вихревом электрическом поле. Когда накопленный ток возрастет настолько, что для электронов, захваченных раньше других, станет выполняться условие

$$k \frac{e}{c} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{LI_{\text{и}} k}{2c} \right) = (\gamma_{\text{и}} - 1) mc^2 \quad (11)$$

(где $I_{\text{и}}$ — ток инжекции, k — число накопленных витков), захваченные электроны начнут покидать пучок.

До этого момента число накопленных витков равно нормированному времени инжекции, т. е.

$$k = \tau \equiv \frac{t\beta c}{2\pi r_0}.$$

Но для $\tau > \frac{\mu_m}{\mu_n}$ эти величины связаны уравнением (11). Предположив для простоты $L = \text{const}$, $I_n = \text{const}$ и приняв во внимание только релятивистские электроны, уравнение (11) приведем к виду

$$k \frac{dk}{dr} = \frac{\mu_m}{\mu_n}, \quad (12)$$

где

$$\mu_n \equiv \frac{I_n}{\beta c} \cdot \frac{e}{\gamma_n m c^2}.$$

Отсюда для $k > \frac{\mu_m}{\mu_n}$ получим

$$k = \sqrt{\frac{\mu_m}{\mu_n} \left(2\tau - \frac{\mu_m}{\mu_n} \right)}. \quad (13)$$

Таким образом, за счет потери части частиц возможно накопление тока с $\mu > \mu_m$. При этом более строгий критерий Лоусона [6], естественно, должен выполняться.

Пользуясь элементарными представлениями, развитыми в настоящей статье, можно предложить в качестве иллюстрации несколько вариантов исполнения «зеркального захвата» (см. таблицу).

Варианты «зеркального захвата»

Параметры	Варианты			
	I	II	III	IV
R , см	50	50	50	50
$R - r_0$, см	2,5	2,5	10	10
μ_n	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$	0,2	0,2
γ_n	3	11	3	11
μ_m	0,5	0,5	0,25	0,25
α , рад	$< 0,38$	$< 0,38$	$< 1,1$	$< 1,1$
I_n , кА	2,5	12,5	10	37
E_n , МэВ	1	5	1	5
$2a$, см	1	1	1	1
$\tau_{\text{инж}}$, оборот	25	25	17	17
N ($\mu \approx 1$)	$3 \cdot 10^{15}$	$1,1 \cdot 10^{16}$	$1,2 \cdot 10^{16}$	$4 \cdot 10^{16}$

С помощью экрана возможен также захват сверхсильноточных пучков в условиях, когда проводимость плазмы достигает величины, достаточной для протекания противотоков индукции. В этом случае результирующее магнитное поле мало и ток пучковых электронов может превышать названные пределы. Такое состояние захваченного пучка может сохраняться не дольше скин-времени, определяемого

проводимостью плазмы, в течение которого индукционные токи затухнут, собственное магнитное поле нарастет, а электроны пучка затормозятся в вихревом электрическом поле. Оценки, исходящие из реально достижимой проводимости плазмы, дают значения в несколько микросекунд*. Поэтому для получения долгоживущих образований этот режим не пригоден.

Время жизни захваченного пучка ограничено скиновым временем экрана и релаксацией пучка в газе. Экран из меди при комнатной температуре способен удерживать пучок более 100 мксек. Потери пучка на элементарные процессы в газе не являются определяющими. Наиболее серьезным препятствием может явиться рассеяние пучка на микронеустойчивостях в плазме. Эксперименты по транспортировке сильноточных пучков в газе как будто указывают на наличие режимов со слабой релаксацией [11].

Об устойчивости захваченного пучка по отношению к крупномасштабным возмущениям сказать что-либо трудно, поскольку теория, построенная для вакуумных кольцевых пучков, неприменима к пучку, распространяющемуся в частично ионизованном газе.

Автор выражает свою глубокую признательность за интерес к работе и плодотворные обсуждения В. П. Саранцеву и А. Г. Бонч-Осмоловскому.

Поступила в Редакцию 21/V 1971 г.
В окончательной редакции 18/XI 1971 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Bennett. Phys. Rev., 45, 890 (1934).
2. W. Bennett. Phys. Rev., 98, 1584 (1955).
3. S. Graybill, S. Nablo. Appl Phys. Letters, 8, 18 (1966).
4. W. Link. Trans. IEEE-44, 3, 777 (1967).
5. S. Graybill, S. Nablo. Trans. IEEE-44, 3, 782 (1967).
6. J. Lawson. J. Electr. Contr., 5, 146 (1958).
7. В. И. Векслер, В. П. Саранцев и др. «Атомная энергия», 24, 317 (1968).
8. D. Keef et al. Phys. Rev. Letters, 22, 558 (1969).
9. H. Alfvén. Phys. Rev., 55, 425 (1939).
10. S. Graybill, J. Uglum, S. Nablo. Bull. Amer. Phys. Soc., 13, 56 (1968).
11. А. Т. Алтынцев и др. «Письма ЖЭТФ», 13, 197 (1971).

* По-видимому, именно такая ситуация реализуется в опытах Ростокера по многооборотной инжекции сильноточного пучка электронов.