

## Семинар МАГАТЭ по численным расчетам реакторов

С 17 по 21 января 1972 г. в Вене проходил семинар по численным методам расчета реакторов, организованный МАГАТЭ. Созыв семинара вызван тем, что многие традиционные аспекты и методы расчетов реакторов в настоящее время нуждаются в переоценке и новых формулировках в связи с разработкой новых физических концепций, эксплуатационных требований и развитием вычислительной техники, а также тем, что вычислительная математика за последние годы обогатилась разнообразными методами расчета, которые применительно к реакторным задачам требуют тщательной классификации и систематизации, теоретического анализа, выделения практически целесообразных и эффективных алгоритмов. Участникам семинара было предложено рассмотреть такие вопросы математического обоснования предлагаемых методов, как сходимость, устойчивость, точность приближенных методов, оценка скорости сходимости итерационных методов, цена алгоритма для решения задачи с заданной точностью. Было уделено внимание и методам, пригодным для реализации на небольших ЭВМ.

В работе семинара приняли участие 115 представителей от 29 стран и пяти международных организаций. Повестка дня включала следующие темы: разностные методы в теории переноса; интегральные методы в теории переноса; численные методы диффузионной теории; синтетические методы и проблемы временной зависимости; методы Монте-Карло. Пятьдесят заслушанных докладов представляли собой лекции обзорного характера о современном состоянии каждой из обсуждавшихся тем; обзоры некоторых представленных на семинар работ; сообщения авторов о своих работах.

В процессе работы состоялась дискуссия об эффективности рассмотренных методов и перспективных путях их развития. С заключительным словом об итогах семинара выступил В. Вернер (ФРГ).

Рассматривались в основном методы решения многомерных задач. В кратком обзоре трудно осветить все интересные подходы, основанные на физических соображениях; главное внимание здесь будет уделено вопросам математического обоснования и оценке доложенных численных методов расчета реакторов. Было рассмотрено несколько типов разностных аппроксимаций в прямоугольнике двумерного дифференциального оператора управления переноса. Это аппроксимации типа  $S_N$ -метода, в которых производные по пространственным координатам заменяются разностными отношениями. В докладе Р. Штамера (Швеция) сообщалось о применении  $S_2$ ,  $S_4$ -методов в комплексах программ расчета двумерных ячеек; Я. Мика в своем докладе изложил БЭМ-схему, в которой учитывается возможность разрыва первых производных в точном решении на характеристиках, исходящих из углов прямоугольника. Многие авторы отметили, что ромбовидная схема  $S_N$ -метода

неустойчива, а полученное с ее помощью решение может менять знак. В докладах не указывалось ни одного алгоритма сгущения пространственной и угловой сеток, при котором наблюдается сходимость. В дискуссии отмечалась неизбежность нежелательных эффектов этих схем, так как они объясняются тем, что схемы  $S_N$ -метода не аппроксимируют локально точную задачу во всем классе функций, которому принадлежит точное решение. По-видимому, сходимость разностных схем удается показать только для схем типа метода характеристик, или типа  $S_N$ -метода, но с ухудшенной в классе гладких функций локальной аппроксимацией, или для вариационно-разностных схем метода конечных элементов. Схемам последнего типа были посвящены доклады С. Накамуры (США) и Т. Ониши (Япония), в которых метод конечных элементов применялся по угловым переменным. При решении многогрупповых задач используются внешние и внутренние итерации. В представленных сообщениях во внешних итерациях применялся или метод простой итерации или чебышевский метод ускорения. Для ускорения сходимости внутренних итераций рассматривались методы Люстерника (экстраполяции), верхней релаксации, чебышевский метод, метод расщепления, КР — метод с циклическим выбором параметров, метод средних потоков и метод ребаланса на грубой сетке. Последний метод, интенсивно развиваемый за рубежом для решения задач диффузии и переноса, близок к методам Канторовича и методу средних потоков; в нем ищется мультипликативная поправка  $b$  к приближенному решению  $\tilde{\varphi}$ , полученному в результате некоторого цикла линейных итераций. Поправка строится в виде линейной комбинации конечных (например, полилинейных) функций  $\{\psi_i\}$ , построенных

по грубой сетке:  $b = \sum_{i=1}^p a_i \psi_i$ . Коэффициенты  $a_i$  в новом

приближении  $\varphi = b\tilde{\varphi}$  находятся из решения некоторой системы линейных алгебраических уравнений, элементы матрицы которой зависят от  $\tilde{\varphi}$  (система получается из условия выполнения некоторого закона сохранения). Такой метод существенно ускоряет сходимость итераций. Представляется, что заслуживают внимания методы, в которых уточненные приближения находятся в виде  $(1 + b)\varphi$  или  $\varphi + bM\varphi$ , где  $r$  — невязка, а  $M$  — некоторый оператор. В этих случаях, во-первых, легче строить функции  $\{\psi_i\}$ , так как  $b \rightarrow 0$  при стремлении  $\tilde{\varphi}$  к точному решению, и, во-вторых, сходимость для задач с положительно определенным самосопряженным оператором доказывается стандартным методом, если коэффициенты  $a_i$  находятся из условий минимизации определенного квадратичного функционала. Автор настоящей статьи дан обзор некоторых итерацион-

ных методов, опубликованных в 11 главе монографии Г. И. Марчука и В. И. Лебедева \*; высказана гипотеза о том, что при решении задачи итерационным методом с затратой наименьшего числа действий для повышения точности требуется усложнение конструкции итерационного метода. Поэтому можно высказаться за решение сложной задачи по иерархической структуре КР — метода, так как на этот путь указывает сам ход применения численных методов к решению все усложняющихся задач и процесс постепенного накопления отработанных программ для более простых задач.

В докладе И. Бабушки и Р. Келлога (США) для двумерного уравнения диффузии с кусочно постоянными коэффициентами, заданными в прямоугольнике, предложен вариационно-разностный метод, в котором финитные функции учитывают особенности поведения решения в точках пересечения линий разрывов коэффициентов; получены оценки погрешности в энергетической норме. А. Хенри (США) предложил методы получения коэффициентов разностных уравнений повышенной точности, аппроксимирующих многогрупповые диффузионные уравнения; им были рассмотрены метод финитных функций, нелинейный метод, включающий итерационный процесс поправки коэффициентов, и гибридный метод. А. Биркгофер и В. Вернер (ФРГ) сообщили о методе переменных направлений для решения двух групповых диффузионных уравнений. Рассматривались синтетические методы. В случае, когда они основаны на применении координатных функций из области определения оператора обобщенной задачи, синтетические методы являются разновидностью методов Галер-

кина и Канторовича. В докладе В. Стэси (США) развит эвристический подход к построению общего вида функционалов, на основе которых выводятся уравнения синтетических методов; при этом не предполагается, что координатные функции должны лежать в области определения оператора задачи, т. е. быть, например, непрерывными, удовлетворять краевым или начальным условиям и т. д. Строгого обоснования такого формализма нет.

Р. Фрелих (ФРГ) оценил время расчета реакторов методом сеток, которые показывают, что современное состояние вычислительной техники еще не позволяет широко использовать метод сеток для расчета трехмерных задач. Р. Фрелихом дано общее определение синтетических методов для задач, записанных в дискретной форме. Оно совпадает с определением, данным обобщенному методу Галеркина. В нескольких теоремах сформулированы достаточные условия, при выполнении которых первое собственное значение и функция приближенных уравнений положительны. На конкретных примерах описаны различного рода аномалии синтетических методов. Дж. Эскью (Англия) рассмотрел методы решения уравнения Пайерлса для расчета двумерных ячеек и задачу о граничных условиях; отмечено, что интегральные методы требуют запоминания полной матрицы системы сеточных уравнений, а это является серьезным препятствием для применения интегральных методов к трехмерным задачам. Ф. Шмидт (ФРГ) перечислил задачи, для решения которых в настоящее время целесообразно использовать метод Монте-Карло; такими оказались задачи для определения некоторых функционалов или многомерные задачи, для которых еще не развиты сеточные методы.

Труды семинара будут опубликованы МАГАТЭ в течение шести месяцев.

В. И. ЛЕБЕДЕВ

\* Г. И. Марчук, В. И. Лебедев. Численные методы в теории переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1971.

## Об исследованиях турбулентного нагрева плазмы в США

В соответствии с соглашением между Государственным комитетом по использованию атомной энергии СССР и КАЭ США об обмене специалистами по турбулентному нагреву плазмы с 30 июня по 15 июля 1971 г. в США находилась группа советских специалистов в составе С. Д. Фанченко, Б. А. Демидова, В. А. Супруненко. Ответная группа специалистов США была принята в СССР в октябре 1970 г.

Советская делегация познакомилась с последними достижениями в области плазменных исследований, представленными на Гордоновскую исследовательскую конференцию, посетила основные американские экспериментальные установки по турбулентному нагреву плазмы и некоторые установки для получения сильноточных пучков релятивистских электронов.

В 1971 г. ежегодная Гордоновская исследовательская конференция по физике плазмы проводилась на тему «Фундаментальные свойства плазмы, их теория и использование в диагностике плазмы». Председателем был видный теоретик проф. Х. Драйсер, вице-председателем — известный специалист в области турбулентного нагрева проф. Ч. Уортон. В центре внимания находились коллективные взаимодействия в плазме, теория турбулентного нагрева и диагностика нелинейных явлений в плазме.

Гордоновские конференции довольно необычны по форме и напоминают скорее научные семинары или школу физиков. Число участников не более 100, все заседания пленарные, доклады не публикуются, на сообщаемую информацию не допускается ссылок в печати. Доклады не ограничиваются строго во времени, аудитория может задавать вопросы, перебивая докладчика. Организаторы конференции считают своей задачей поставить очень ограниченное число докладов (не более двух-трех на заседании), но зато возможно подробнее разобрать каждую из затронутых тем на основе широкой дискуссии. С докладами на конференции 1971 г. выступили видные специалисты по турбулентному состоянию, ВЧ- и турбулентному нагреву и диагностике плазмы из США, ФРГ, Японии и других стран. Конференция прошла на высоком научном уровне и внесла значительный вклад в понимание коллективных взаимодействий в плазме.

Явление турбулентного нагрева плазмы было обнаружено и исследовано в Советском Союзе в 1961—1965 гг. Е. К. Завойским с сотрудниками в Москве и Я. Б. Файнбергом с сотрудниками в Харькове. Турбулентным нагревом называется явление не связанного с парными столкновениями нагрева плазмы электрическим током, когда ток возбуждает в плазме мелко-масштабную турбулентность. В результате взаимодей-