

Отсюда, обозначив концентрации в нулевом сечении каскада через N_i^f , для пары компонентов m и n с $\varepsilon_{mn} > 0$ получаем

$$\frac{N_m^P}{N_m^f} > \frac{N_n^P}{N_n^f}. \quad (7)$$

Аналогично для обедняющей части каскада

$$\frac{N_m^W}{N_m^f} < \frac{N_n^W}{N_n^f}. \quad (8)$$

Таким образом,

$$\frac{N_m^P}{N_n^P} > \frac{N_m^f}{N_n^f} > \frac{N_m^W}{N_n^W}. \quad (9)$$

Как вытекает из уравнений материального баланса,

$$\frac{N_m^F}{N_m^P} - \frac{N_n^F}{N_n^P} = \frac{W}{F} \left(\frac{N_m^W}{N_m^P} - \frac{N_n^W}{N_n^P} \right). \quad (10)$$

Вместе с (9) это дает

$$N_m^F N_n^P < N_n^F N_m^P. \quad (11)$$

Пронумеровав компоненты в порядке возрастания активности

$$\varepsilon_{mn} (m - n) > 0 \quad (12)$$

и суммируя (11) по всем $m \geq n$, получим

$$N_n^P \sum_{m \geq n} N_m^F < N_n^F \sum_{m \geq n} N_m^P. \quad (13)$$

Поскольку $\sum N_m^P \leq 1$, окончательно имеем

$$N_n^P < N_n^F \left(\sum_{m \geq n} N_m^F \right)^{-1}. \quad (14)$$

В связи с тем что в правую часть полученного неравенства входят только концентрации смеси в потоке питания, оно обладает универсальной общностью.

Можно подумать, что неравенство (14) является слишком явным. Однако это не так. Для доказательства обратимся к Q -каскаду [1]. Его выходные концентрации определяются по формулам

$$N_n^P = \frac{(\exp Q_n \sigma^W - 1) N_n^F}{\exp Q_n \sigma^W - \exp(-Q_n \sigma^P)} \times \left[\sum_{m=1}^k \frac{(\exp Q_m \sigma^W - 1) N_m^F}{\exp Q_m \sigma^W - \exp(-Q_m \sigma^P)} \right]^{-1}. \quad (15)$$

Задавая Q_n так, чтобы оно оказалось больше нуля, а $Q_{n-1} = Q_n - \varepsilon_{n, n-1}$ было еще отрицательно, перейдем в (15) к бесконечным σ^P и σ^W . Это дает

$$\lim_{\sigma^P, \sigma^W \rightarrow \infty} N_n^P = N_n^F \left(\sum_{m \geq n} N_m^F \right)^{-1}. \quad (16)$$

Итак, дробь (16) является точной верхней границей множества значений N_n^P , и всякое заметное отклонение от этой границы в эксперименте объясняется лишь несовершенством параметров каскада.

В заключение следует сказать об определении максимально возможного переноса PN_n^P по принципу приравнивания к нулю градиентов концентраций (dN_n^P/ds) в нулевом сечении каскада, как это делается, например, в работе [3]. Представим себе каскад непрерывного профиля с емким резервуаром вместо отвальной секции, вначале быстро сужающийся, а затем переходящий в прямоугольный. Если заполнить эту систему бинарной смесью, то для оценки максимума PN_n^P следует, очевидно, положить $dN/ds = 0$ в начале прямоугольного участка. При этом везде слева будет $dN/ds > 0$. Таким образом, критическое сечение каскада ($dN/ds = 0$) в этом случае не совпадает с нулевым ($s = 0$). Перейдя к общему случаю, запишем систему уравнений переноса в виде

$$\frac{d}{ds} \ln \frac{N_n}{N_m} = \varepsilon_{nm} - \frac{PN_n^P}{LN_n} + \frac{PN_m^P}{LN_m}. \quad (17)$$

Отсюда видно, что перенос PN_n^P определяется произведением LN_n . Поскольку максимум переноса находится только для обогащающихся компонентов смеси, в прямоугольном каскаде все критические сечения будут совпадать с нулевым, а в сужающемся каскаде они разделяются в соответствии с индивидуальными сдвигами в сторону $s > 0$. Очевидно, сдвиг будет тем больше, чем медленнее возрастает соответствующая концентрация в области малых s . Таким образом, этот принцип в общем случае пригоден только для проведения качественных оценок.

Выражаю благодарность И. Г. Гвердцителли за интерес к работе.

Поступило в Редакцию 16/XII 1971 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Колокольцов и др. «Атомная энергия», 29, 425 (1970).
2. Р. Я. Кучеров, В. П. Миненко. «Атомная энергия», 19, 128 (1965).
3. A. Narten. Z. Naturforsch, 20a, No. 5 (1965).

Условия оптимизации реальных прямоугольно-ступенчатых каскадов для разделения многокомпонентных изотопных смесей

Н. А. КОЛОКОЛЬЦОВ, Г. А. СУЛАБЕРИДЗЕ, Н. И. ЛАГУНЦОВ

УДК 621.039.31

В работе [1] показана принципиальная возможность моделирования многокомпонентного каскада непрерывного профиля (НПК) реальным прямоугольно-ступенчатым каскадом (ПСК).

В настоящей работе формулируются условия, при которых суммарный поток ПСК с заданным числом секций, моделирующего НПК, минимален, т. е. максимальная величина к.п.д. формы ПСК, определяемого

отношением

$$\eta = \frac{(\Sigma L)_{\text{НПК}}}{\left(\sum_{\sigma} L_{\sigma}^{\sigma} s^{\sigma}\right)_{\text{ПСК}}} \quad (1)$$

В знаменателе этого отношения суммирование производится по всем секциям ПСК.

В качестве НПК выбирается Q -каскад с постоянным значением констант Q_i вдоль каскада [1]. Для простоты анализ проводится только для симметричных каскадов и только для обогатительной части.

Распределение потока L_Q в таком каскаде определяется выражением

$$L_Q = 2P \sum_{i=1}^m \frac{c_{iP}}{Q_i} \{1 - \exp[-Q_i(S_P - s)]\}, \quad (2)$$

где P — поток отбора; c_{iP} — концентрация i -го изотопа в отборе; m — число компонентов смеси; s — номер ступени; S_P — число ступеней в обогатительной части каскада; Q_i — константы, связанные между собой соотношениями

$$Q_i - Q_j = \varepsilon_{ij}; \quad (3)$$

ε_{ij} — коэффициент обогащения для пары изотопов с номерами i — j . Концентрации c_{iP} связаны с концентрациями в точке подачи питания c_{if} соотношениями

$$c_{iP} = \frac{Q_i c_{if}}{1 - \exp[-Q_i S_P]} \bigg/ \sum_{j=1}^m \frac{Q_j c_{jf}}{1 - \exp[-Q_j S_P]}. \quad (4)$$

Интегрируя (2) от 0 до S_P , получаем суммарный поток обогатительной части Q -каскада:

$$\sum L_Q = 2P \sum_{i=1}^m \frac{c_{iP} \{ \exp[-Q_i S_P] + Q_i S_P - 1 \}}{Q_i^2}. \quad (5)$$

В наиболее выгодном Q -каскаде, предназначенном для концентрирования изотопов с номерами 1, ..., n и «подавления» изотопов с номерами $n+1$, ..., m , константа Q_n выбирается равной

$$Q_n = \frac{1}{2} \varepsilon_{nn+1}. \quad (6)$$

Для такого каскада выполняется условие несмещения по R_n [2], т. е.

$$\frac{R_n}{R_{nP}} = \exp[-Q_n(S_P - s)]. \quad (7)$$

Используя соотношения (3), (4) и (6), выражение для распределения потока можно привести к виду

$$L_Q = 2P \sum_{i=1}^m \frac{c_{iP}}{Q_i} \left[1 - \left(\frac{R_{nP}}{R_n} \right)^{-\beta_i} \right] = \frac{2P (R_{nP} - R_n) \sum_{j=1}^m R_j}{Q_n R_n \sum_{j=1}^m R_{jP}}, \quad (8)$$

где $R_n = \frac{c_n}{c_{n+1}}$; $R_j = \frac{c_j}{c_{n+1}}$; $\beta_i = \frac{Q_i}{Q_n}$. Формула для суммарного потока (5) соответственно преобразуется к виду

$$\Sigma L_Q = PV (R_{nP}, R_{nF}), \quad (9)$$

где

$$V (R_{nP}, R_n) = 2 \sum_{i=1}^m \frac{c_{iP}}{Q_i^2} \left[\beta_i \ln \frac{R_{nP}}{R_n} + \left(\frac{R_{nP}}{R_n} \right)^{-\beta_i} - 1 \right]. \quad (10)$$

Значение к. п. д. отдельной σ -й секции ПСК, изменяющей концентрацию $R_n = \frac{c_n}{c_{n+1}}$ от R_{nI}^{σ} до R_{nII}^{σ} , можно найти путем сравнения этой секции с соответствующим участком Q -каскада, учитывая, что суммарный поток Q -каскада на этом участке определяется как разность суммарных потоков каскадов, работающих с отбором P и концентрациями в точке подачи питания R_{nI}^{σ} и R_{nII}^{σ} :

$$\eta = \frac{P [V (R_{nP}, R_{nI}^{\sigma}) - V (R_{nP}, R_{nII}^{\sigma})]}{L_{\sigma}^{\sigma} s^{\sigma}}. \quad (11)$$

Величина к. п. д. одной ступени, имеющей поток L и изменяющей относительную концентрацию $R_n = \frac{c_n}{c_{n+1}}$ от R_n до $R_n + \Delta R_n$, определяется выражением

$$\eta = \frac{P [V (R_{nP}, R_n) - V (R_{nP}, R_n + \Delta R_n)]}{L}. \quad (12)$$

Разлагая выражение в квадратных скобках в ряд и ограничиваясь первым членом разложения, получаем

$$\eta = -\frac{P}{L} \cdot \frac{dV}{dR_n} \Delta R_n = -\frac{P}{L} \cdot \frac{dV}{dR_n} \cdot \frac{dR_n}{ds}. \quad (13)$$

Для относительных концентраций $R_i = \frac{c_i}{c_{n+1}}$ систему уравнений переноса можно записать в виде [3]

$$\frac{dR_i}{ds} = (Q_i + Q_n) R_i - \frac{2P}{L} \cdot \frac{(R_{iP} - R_i) \sum_{j=1}^m R_j}{\sum_{j=1}^m R_{jP}}, \quad (14)$$

$i = 1, \dots, m.$

Для $i = n$ имеем

$$\frac{dR_n}{ds} = 2Q_n R_n - \frac{2P}{L} \cdot \frac{(R_{nP} - R_n) \sum_{j=1}^m R_j}{\sum_{j=1}^m R_{jP}}. \quad (15)$$

Дифференцируя соотношение (10), имеем

$$\frac{dV}{dR_n} = 2 \sum_{i=1}^m \frac{c_{iP}}{Q_n Q_i} \cdot \frac{1}{R_n} \left[\left(\frac{R_{nP}}{R_n} \right)^{-\beta_i} - 1 \right]. \quad (16)$$

Подставляя (15) и (16) в выражение (12) и учитывая соотношение (7), получаем

$$\eta = \frac{L_Q}{L} \left(2 - \frac{L_Q}{L} \right). \quad (17)$$

Формула (17) характеризует эффективность использования ступени в данном месте каскада и может быть названа локальным к. п. д. Аналогичная формула для каскада, разделяющего двухкомпонентные смеси, приведена в монографии [4].

Для ПСК, состоящего из k секций, суммарный поток можно записать в виде

$$\sum_{\sigma=1}^k L^{\sigma} s^{\sigma} = \sum_{\sigma=1}^k L^{\sigma} \left(\int ds \right)^{\sigma} = \sum_{\sigma=1}^k L^{\sigma} \int_{R_{nI}^{\sigma}}^{R_{nII}^{\sigma}} \frac{dR_n}{ds}. \quad (18)$$

Определим оптимальное значение концентрации R_{nI}^{σ} на переходе от $\sigma - 1$ -й секции к σ -й секции, обеспечивающее минимальную величину суммарного потока.

Для нахождения оптимума продифференцируем соотношение (18) по R_{nI}^{σ} , учитывая, что R_{nI}^{σ} входит в (18) и как нижний предел для σ -й секции, и как верхний для $0 - 1$ -й ($R_{nI}^{\sigma} = R_{nII}^{\sigma-1}$):

$$\frac{\partial}{\partial R_{nI}^{\sigma}} \sum_{\sigma=1}^k L^{\sigma} s^{\sigma} = \frac{L^{\sigma-1}}{\frac{dR_n}{ds} \Big|_{R_n=R_{nII}^{\sigma-1}}} - \frac{L^{\sigma}}{\frac{dR_n}{ds} \Big|_{R_n=R_{nI}^{\sigma}}} = 0. \quad (19)$$

Используя (15), преобразуем уравнение (19) к виду

$$\frac{1}{L^{\sigma-1}} \left[2 - \frac{2P(R_{nP} - R_{nII}^{\sigma-1}) \sum_{j=1}^m R_{jII}^{\sigma-1}}{L^{\sigma-1} Q_n R_{nII}^{\sigma-1} \sum_{j=1}^m R_{jP}} \right] = \frac{1}{L^{\sigma}} \left[2 - \frac{2P(R_{nP} - R_{nI}^{\sigma}) \sum_{j=1}^m R_{jI}^{\sigma}}{L^{\sigma} Q_n R_{nI}^{\sigma} \sum_{j=1}^m R_{jP}} \right]. \quad (20)$$

Принимая во внимание соотношение (8) и учитывая, что в точке перехода все концентрации $R_j = \frac{c_j}{c_{n+1}}$ непрерывны, а также непрерывность потока L_Q Q -каскада, из выражения (20) непосредственно получаем

$$\eta^{\sigma-1} = \eta^{\sigma}. \quad (21)$$

Это соотношение, очевидно, применимо для всех переходов от секции к секции. Таким образом, условием оптимального соединения секций в ПСК является равенство локальных к. п. д. в точке перехода от предыдущей секции к последующей. Входящие в формулу (20) значения переходных концентраций R_n (и соответственно всех R_j) при заданных $L^{\sigma-1}$ и $L^{\sigma-1}/L^{\sigma}$ являются оптимальными.

Следует отметить, что в отличие от расчета разделения двухкомпонентной смеси [4], где число секций задается произвольно, в многокомпонентных смесях имеется ограничение, связанное с тем, что участок НПК можно заменить прямоугольным участком только одной заданной величины L . Это приводит к тому, что при переходе от одной секции к другой в многокомпонентном каскаде при условии равенства к. п. д. участков значение L в одной секции определяет единственное значение L в следующей секции. Поэтому число секций в оптимальном многокомпонентном каскаде определяется заданием потока (или конечных концентраций) в первой секции.

В заключение авторы выражают благодарность Р. Я. Кучерову за обсуждение постановки задачи, В. П. Миненко и С. А. Третьяку за ценные замечания при обсуждении результатов.

Поступило в Редакцию 10/IV 1972 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Колокольцов и др. «Атомная энергия», 29, 425 (1970).
2. Н. А. Колокольцов, Г. А. Сулаберидзе. «Атомная энергия», 31, 223 (1971).
3. A. de la Garza et al. Chem. Engng. Progr. Simpos. Series, 61, No. 55, 27 (1965).
4. А. М. Розен. Теория разделения изотопов в колоннах. М., Атомиздат, 1960.

Инструментальное активационное определение микроколичеств элементов в горных породах и рудах с использованием суммирующих спектрометров

И. А. МИРАНСКИЙ, Р. Ш. РАМАЗАНОВ

УДК 543.53

Активационное определение микроколичеств элементов в горных породах и рудах без использования радиохимических методик не всегда возможно из-за высокого уровня фона мешающих излучений. Разработана методика определения кобальта, скандия и сурьмы в горных породах и рудах по их суммарным пикам, используемым в качестве основного аналитического

пика. Такая методика в некоторых случаях дает положительные результаты ввиду того, что суммарный пик находится в более жесткой области спектра, где всегда меньше влияние мешающих излучений.

Для регистрации использован спектрометр (состоящий из системы двух датчиков с кристаллами NaI (Tl) размером 80 × 80 мм, фотоумножителя ФЭУ-52, сум-