



Зависимость параметров кинетики от  $K_{\text{эфф}}$ .  
— расчет; ● — эксперимент.

Экспериментальная проверка этой методики проводилась на гетерогенной уран-водной сборке [5]. Гексагональную решетку высокообогащенных твэлов, расположенных с шагом 3,2 см, помещали в плексигласовый бак, заполненный водой. Бак имел форму прямоугольной призмы и представлял собой критический реактор без отражателя. Уменьшение  $K_{\text{эфф}}$  осуществляли за счет последовательной выгрузки четного числа симметрично расположенных рядов твэлов, начиная с двух противоположных внешних границ системы. Создаваемые таким образом подкритические системы имеют фиксированные наружные размеры, но переменные (по одной из осей) размеры активной зоны и водяного отражателя.

Декременты затухания мгновенных нейтронов изменились методом импульсного нейтронного источника с помощью аппаратуры и методик обработки экспериментальных данных, аналогичных описанным ранее [5].

Для экспериментов были изготовлены поглотители из порошкообразного карбида бора (в смеси с  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), которые по сечению поглощения (для  $v = 2200 \text{ м/сек}$ ) и геометрическим размерам соответствуют топливной композиции. В подкритических сборках эффект возмущения определялся при замене одного твэла на поглотитель, а число точек измерения определялось симметрией системы и числом твэлов в ней. Поскольку замещение целого твэла в данном реакторе приводило к относительно большому возмущению, эффект в критической системе измерялся от образцов небольшой длины (до 0,1 длины твэла), и в дальнейшем в результате экспериментов вводилась соответствующая поправка.

Для учета неэквивалентности замещения по сечениям поглощения и рассеяния были проведены специальные расчеты \* в 18-групповом  $P_1$ -приближении (с учетом гетерогенности в тепловой группе), показавшие, что для данной гетерогенной системы поправка на этот эффект незначительна (~3,5%).

Результаты экспериментов и расчетные зависимости, полученные по программе «Спектр» [6], приведены на рисунке. Результаты экспериментов согласуются с расчетными данными и показывают, что для изучения систем параметр  $\Lambda$  (см. рисунок a) изменяется в широком диапазоне (от ~30 до ~500  $\mu\text{сек}$ ). Следует отметить, что интенсивный рост времени генерации соответствует ослаблению зависимости  $\frac{\alpha}{\alpha_{\text{кр}}} = f(K_{\text{эфф}})$  (см. рисунок b), т. е. переходу к случаю «толстого» отражателя [7]. При этом время жизни мгновенных нейтронов приближается к значению времени жизни тепловых нейтронов в отражателе (пределное значение его для данной сборки 170  $\mu\text{сек}$ ).

Авторы призывают Ю. Е. Егорову за помощь в экспериментах и Р. М. Струтинскому за проведение расчетов.

Поступило в Редакцию 9/IX 1971 г.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Pulsed Neutron Research. Vienna, IAEA, 1965.
2. Б. Дэвисон. Теория переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1960.
3. E. Pendlebury. Proc. Phys. Soc. A, 68, 474 (1955).
4. В. Я. Пупко. Препринт ФЭИ-103, 1967.
5. Э. А. Стумбур и др. «Атомная энергия», 25, 13 (1968).
6. Б. И. Колосов. Препринт ФЭИ-166, 1969.
7. Э. И. Стумбур и др. «Атомная энергия», 27, 215 (1969).

\* Расчеты были проведены Р. М. Струтинским.

## Определение площади миграции

И. В. СЕРГЕЕВ, Ю. А. ПЛАТОВСКИХ

Обычное определение площади миграции  $M^2 = L^2 + \tau$  может быть использовано для нахождения  $k_{\text{эфф}}$  реактора без отражателя в том случае, когда деление происходит только в тепловой области. В настоящей работе показано, как определить площадь миграции при наличии деления в надтепловой области.

УДК 621.039.51.12

Запишем статическое уравнение для плотности нейtronов  $N(\mathbf{r}, v)$  в форме

$$HN = k_{\text{эфф}}^{-1} \chi(v) \int_0^\infty vv' \Sigma_f N(\mathbf{r}, v') dv', \quad (1)$$

где оператор  $H$  описывает рассеяние, поглощение и диффузию нейтронов;  $\chi(v)$  — спектр деления. Используя функцию Грина  $G(\mathbf{r}, v; \mathbf{r}_0, v_0)$ , удовлетворяющую уравнению  $HG = \delta(v - v_0) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ , запишем уравнение (1) в виде

$$N(\mathbf{r}, v) = k_{\text{эфф}}^{-1} \int_0^\infty dv' \int_0^\infty dv_0 \int d\mathbf{r}_0 \chi(v_0) vv' \Sigma_f(v') \times \\ \times N(\mathbf{r}_0, v') G(\mathbf{r}, v; \mathbf{r}_0, v_0).$$

Отсюда после умножения обеих частей уравнения на  $vv' \Sigma_f$  и интегрирования по  $v$  получим интегральное уравнение для плотности делений

$$m(\mathbf{r}) = \int_1^\infty vv' \Sigma_f N(\mathbf{r}, v) dv;$$

$$m(\mathbf{r}) = k_{\text{эфф}}^{-1} \int d\mathbf{r}_0 m(\mathbf{r}_0) K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0), \quad (2)$$

$$\text{где } K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \int_0^\infty dv \int_0^\infty dv_0 vv' \Sigma_f \chi(v_0) G(\mathbf{r}, v; \mathbf{r}_0, v_0) -$$

число делений в точке  $\mathbf{r}$  на один родившийся нейтрон со спектром  $\chi(v_0)$  в точке  $\mathbf{r}_0$ . Разлагая  $m(\mathbf{r}_0)$  в ряд Тейлора, ограничиваясь первыми тремя членами разложения и считая, что  $K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = K(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)$ , получаем дифференциальное уравнение для  $m(\mathbf{r})$ :

$$m(\mathbf{r}) = k_{\text{эфф}}^{-1} k_\infty (1 + M^2 \nabla^2) m(\mathbf{r}), \quad (3)$$

$$\text{где } k_\infty = \int dr K(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|);$$

$$M^2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{\int dr (|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^2) K(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)}{\int dr K(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)}, \quad (4)$$

здесь интегрирование проводится по всему пространству.

При таком определении  $M^2$  имеет смысл среднего квадрата расстояния, проходимого нейтроном от рождения до участия в реакции деления. Окончательный результат не зависит от геометрии, поэтому дальнейшие вычисления будут проделаны применительно к плоской геометрии. Запишем выражение для  $M^2$  в другой форме, вытекающей из определения (4):

$$M^2 = \left( \int_0^\infty vv' \Sigma_f n(v) \tau^+(v) dv \right) \left( \int_0^\infty vv' \Sigma_f n(v) dv \right)^{-1}, \quad (5)$$

$$\text{где } \tau^+(v) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\int_0^\infty \psi(x, v) x^2 dx}{n(v)};$$

$$\psi(x, v) = \int_0^\infty \chi(v_0) G(v, v_0, x) dv_0; \quad n(v) =$$

$$= \int_0^\infty \psi(x, v) dx. \quad \text{Функция } \tau^+(v) \text{ равна среднему квад-$$

рату расстояния, проходимого нейтроном со скоростью  $v$ . Величины  $\tau^+(v)$  и  $n(v)$  относятся к той же среде, что и уравнение (1), но без деления. Разобьем интервал по скорости  $(0, \infty)$  на две части: от 0 до  $v_{\text{гр}}$  и от  $v_{\text{гр}}$  до  $\infty$ . Примем, что в первом интервале находятся тепловые нейтроны, а во втором — замедляющиеся. Тогда при  $v \geq v_{\text{гр}}$   $\tau^+(v) = \tau(v)$ , где  $\tau(v)$  — возраст

в обычном смысле. Для описания тепловой области применим диффузационное приближение:

$$-vD \frac{d^2 G_1}{dx^2} + H' G_1 = c G_2(v_{\text{гр}}, v_0, x) \delta(v - v_{\text{гр}}),$$

где  $H'$  описывает поглощение и рассеяние нейтронов, а индексы 1 и 2 относятся соответственно к интервалам  $(0, v_{\text{гр}})$  и  $(v_{\text{гр}}, \infty)$ . Интегрирование в интеграле столкновений проводится от 0 до  $v_{\text{гр}}$ . Из уравнения для  $G_1$

$$\text{следует уравнение для } \psi_1(x, v) = \int_0^{v_{\text{гр}}} \chi(v_0) G_1(v, v_0, x) dv_0:$$

$$-vD \frac{d^2 \psi_1}{dx^2} + H' \psi_1 = c \psi_2(v_{\text{гр}}, x) \delta(v - v_{\text{гр}}), \quad (6)$$

где  $\psi_2(x, v) = \int_{v_{\text{гр}}}^\infty \chi(v_0) G_2(v, v_0, x) dv_0$ . После преобразования Фурье уравнения (6) и разложения по собственным функциям уравнения  $(-\kappa^2 vD + H') \varphi = 0$  получим

$$\bar{\psi}_1(k, v) = c \bar{\psi}_2(k, v_{\text{гр}}) \sum_n \frac{h_n^{-1} \varphi_n^+(v_{\text{гр}}) \varphi_n(v)}{k^2 + \kappa_n^2}, \quad (7)$$

где  $\bar{\psi}_1$  и  $\bar{\psi}_2$  — преобразование Фурье от  $\psi_1$  и  $\psi_2$ ;  $k$  — параметр преобразования Фурье;  $\kappa_n$  — пространственные собственные значения;  $h_n$  — нормировочные постоянные. Постоянная  $c$  может быть определена из условия сшивки  $\psi_1$  и  $\psi_2$  при  $v = v_{\text{гр}}$ . Ограничимся в разложении (7) первым слагаемым

$$\bar{\psi}_1(k, v) = ch_0^{-1} \frac{\bar{\psi}_2(k, v) \varphi_0^+(v_{\text{гр}}) \varphi_0(v)}{\kappa_0^2 + k^2} = \\ = \frac{\bar{\psi}_2(k, v_{\text{гр}})}{\bar{\psi}_2(0, v_{\text{гр}})} \cdot \frac{\kappa_0^2}{\kappa_0^2 + k^2} n_1(v), \quad (8)$$

где  $n_1(v)$  — спектр тепловых нейтронов. Учитывая, что  $\tau^+(v) = \frac{1}{2} [n(v)]^{-1} \frac{d^2 \psi_1}{dk^2}|_{k=0}$  и  $\kappa_0 = L^{-1}$ , получаем выражение для  $\tau^+(v)$  в тепловой области:

$$\tau^+(v) = \tau(v_{\text{гр}}) + L^2.$$

Таким образом,

$$\tau^+(v) = \tau(v), \quad v \geq v_{\text{гр}};$$

$$\tau^+(v) = \tau(v_{\text{гр}}) + L^2, \quad v < v_{\text{гр}}.$$

Используя этот результат в определении  $M^2$  (5), находим окончательную формулу для площади миграции с учетом деления в надтепловой области:

$$M^2 = F_1 [\tau(v_{\text{гр}}) + L^2] + F_2 \bar{\tau}, \quad (9)$$

$$\text{где } F_1 = \frac{\int_0^{v_{\text{гр}}} vv' \Sigma_f n_2(v) dv}{\int_0^\infty vv' \Sigma_f n(v) dv};$$

$$F_2 = \frac{\int_{v_{\text{гр}}}^\infty vv' \Sigma_f n_2(v) dv}{\int_0^\infty vv' \Sigma_f n(v) dv}; \quad \bar{\tau} = \frac{\int_{v_{\text{гр}}}^\infty vv' \Sigma_f \tau(v) n_2(v) dv}{\int_{v_{\text{гр}}}^\infty vv' \Sigma_f n_2(v) dv}.$$

Здесь  $F_1$  и  $F_2$  — доли делений в тепловой и надтепловой областях. Можно показать, что полученные результаты

справедливы не только в диффузионном, но и в любом другом приближении. Оценки показывают, что для реактора с достаточно жестким спектром  $\bar{\tau}$  может быть в три-четыре раза меньше, чем  $\tau(v_{\text{grp}})$ , а  $M^2$ , вычисленное по формуле (9), может быть меньше, чем  $L^2 + \tau(v_{\text{grp}})$ , на 30–40%. Для измерения  $M^2$  в соответствии с предложенным определением нужно применять не резонансный индикатор, а индикатор из того же делящегося материала, который будет использоваться в исследуемом реакторе. Формула (9) может быть обобщена и для многогруппового приближения. Выражение, аналогичное (9), может быть получено и для вероятности избежать утечки. Из уравнения (5) следует условие критичности для реактора без отражателя:

$$k_{\text{эфф}} = k_{\infty} (1 - B^2 M^2).$$

Строгое выражение для  $M^2$  с учетом непрерывного спектра и пространственных собственных значений

## Уточненная интерпретация динамических экспериментов при определении реактивности

Б. П. ШИШИН

Точность измерения реактивности реактора во многом определяется тем, насколько корректно анализируются показания детектора  $Q(t)$ , фиксирующего временное изменение плотности нейтронов, на основе нестационарного уравнения реактора, в частности уравнения с эффективными параметрами [1].

Настоящая работа была проведена с целью уточнения интерпретации опытов по измерению реактивности с учетом особенностей проведения опытов, свойств и расположения детектора.

Уравнения для показаний детектора, связанные с эффективными параметрами реактора (реактивностью  $\rho$ , временем генерации цейtronов деления  $\Lambda$ , эффективной долей запаздывающих нейтронов  $\beta_{\text{эфф}}$ ), записываются в виде [1, 2]:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta_{\text{эфф}}}{\Lambda} Q(t) + \varepsilon \sum_{i=1}^i \lambda_i C_i + \varepsilon S; \quad (1)$$

$$\varepsilon \frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i \text{эфф}}{\Lambda} Q(t) - \lambda_i C_i(t), \quad i=1, 2, \dots, I. \quad (2)$$

Величины  $\rho$ ,  $\beta_{\text{эфф}}$ ,  $\Lambda$  и другие параметры были определены в работе [1]. Функция чувствительности детектора  $\varepsilon = \langle \varepsilon(x) n(x) \rangle$  есть интеграл по  $x$ -фазовому объему детектора от произведения чувствительности детектора к единичному нейтрону  $\varepsilon(x)$  на плотность нейтронов  $n(x)$  в поле, в котором находится детектор [2]. Предполагается, что  $n(x, t) = n(x) n(t)$ .

Особенность экспериментальных методов определения подкритичности заключается в необходимости проведения двух связанных экспериментов. Одного опыта недостаточно, так как число неизвестных параметров превышает число уравнений, применяемых при обработке экспериментальных результатов.

В реакторе с неизменной подкритичностью можно создать различные распределения нейтронов за счет выбора свойств внешнего источника нейтронов. Каждому распределению соответствуют определенные числовые значения  $\Lambda$ ,  $\beta_{\text{эфф}}$ ,  $\varepsilon$ , диапазон вариаций которых минимален вблизи критичности и более выражен

имеет вид

$$M^2 = \left( \sum_{n=0}^N \frac{p_n}{h_n \chi_n^4} + \int_{\chi_{\min}}^{\infty} \frac{p_{\chi} d\chi}{h_{\chi} \chi^4} \right) \times \\ \times \left( \sum_{n=0}^N \frac{p_n}{h_n \chi_n^2} + \int_{\chi_{\min}}^{\infty} \frac{p_{\chi} d\chi}{h_{\chi} \chi^2} \right)^{-1}, \quad (10)$$

где  $p_n$ ,  $\chi = \int \theta_n \chi v v \Sigma f dv \int \theta_n^+ \chi \chi dv'$ , а  $\theta_n^+$ ,  $\chi$  и  $\theta_n$ ,  $\chi$  — сопряженные и прямые собственные функции дискретного и непрерывного спектра уравнения  $(-\chi^2 D + H') \theta = 0$ . Формулу (10) можно получить из разложения преобразования Фурье от  $G(v, v_0, x)$  по собственным функциям  $\theta_n(v)$ .

Поступило в Редакцию 2/IX 1971 г.

УДК 621.039.562

для глубоко подкритических состояний реактора. Это следует из определений таких функционалов [1, 2]. Неизменность функционала, трактуемого как реактивность, обеспечивается выбором весовой функции  $n^+(x)$ , являющейся решением сопряженного уравнения в условно критической модели, в которой  $\rho$  является собственным числом задачи [3].

В связи с указанным обстоятельством возникает необходимость в усовершенствовании теоретической основы методов измерения реактивности. В таблице приведены рабочие формулы нескольких известных методов, применяемые для определения реактивности. Вывод формул проводился по аналогии с работой [4]. За основу были взяты уравнения (1), (2), а параметры  $\Lambda$ ,  $\beta_{\text{эфф}}$ ,  $\varepsilon$  и  $S$  в связанных опытах считались неодинаковыми. В методе «умножения» первый опыт проводится на критическом реакторе в присутствии постоянного источника нейтронов. Детектор фиксирует линейное возрастание плотности нейтронов  $Q_1(t)$ . Второй опыт осуществляется на подкритическом стационарном реакторе при неизменном положении источника и детектора. Показания последнего постоянны во времени. Различия параметров  $\Lambda$ ,  $\varepsilon$  и  $S$  в формуле для реактивности отражаются параметром  $F$ .

В методе «броска стержней» сначала фиксируются показания детектора  $Q_1$  в критическом реакторе без источника. После броска стержней (сразу же после быстрого спада мощности) реактор ведет себя так же, как в присутствии постоянного источника нейтронов, которым являются осколки деления — эмиттеры запаздывающих нейтронов, накопленные в первом опыте, при этом

$$S_2 = \sum_{i=1}^I \frac{\lambda_i \langle n_2^+(x) \chi_i C_{i,1}(x) \rangle}{\langle n_2^+(x) n_2(x) \rangle} = \\ = \sum_{i=1}^I \beta_i \frac{\langle n_2^+(x) \chi_i P_{n_1}(x') \rangle}{\langle n_2^+(x) n_2(x) \rangle}, \quad (3)$$

где  $P_n(x') = \int_x^{\infty} v \Sigma f(x') n(x') dx'$  [1]. Скобки  $\langle \rangle$  означают интегрирование по фазовому объему реактора.