Аналитический метод получения подгрупповых параметров

СИНИЦА В. В., НИКОЛАЕВ М. Н.

УДК 539.125.52:621.039.51.12

Метод подгрупп [1] сейчас является наиболее эффективным методом расчета полей резонансных нейтронов в гетерогенных системах в области, где применимо приближение узких резонансов, т. е. в области низколежащих широких и промежуточных резонансов расчеты могут выполняться альтернативным методом — путем учета детальной структуры сечений. Подгруппа определяется как совокупность данной группы нейтронов, обладающих близкими полными сечениями, и характеризуется долей подгруппы в группе и подгрупповыми полным и парциальными сечениями. До сих пор подгрупповые параметры определяли на основе метода наименьших квадратов [2, 3], что в результате нелинейности задачи требовало больших затрат машинного времени и приводило к искажению важных средних характеристик. Излагаемый метод обеспечивает точное сохранение наиболее важных моментов сечений и гораздо проще с вычислительной точки зрения.

Из [4] следует, что для точного расчета констант P_1-приближения в среде, состоящей только из рассматриваемого изотопа (т. е. когда резонансная самоэкранировка особенно велика), достаточно вычислить моменты сечений $\langle\sigma_x\rangle$, $\langle\sigma_x/\sigma\rangle$, $\langle 1/\sigma\rangle$, $\langle 1/\sigma^2\rangle$. Для учета эффекта самоэкранировки сечений от концентрации изотопа в среде требуется задать также моменты $\langle\sigma_x/\sigma^2\rangle$ и т. д., $\langle\sigma_x\sigma\rangle$ и т. д. при высоких и низких концентрациях соответственно.

Используем в качестве основных сохраняемых величин моменты сечений:

$$\langle\sigma_x\sigma^n\rangle=\int\limits_{E_1}^{E_2}\sigma_x(E)\,\sigma^n(E)\,\varphi(E)\,dE\Big/\int\limits_{E_1}^{E_2}\varphi(E)\,dE, \qquad (1)$$

где $\sigma(E)$, $\sigma_x(E)$ — полное и парциальные сечения; $\varphi(E)$ — спектр нейтронов; E_1, E_2 — границы группового интервала. Величины $\langle\sigma_x\sigma^n\rangle$ могут быть получены из детального энергетического хода сечений, по параметрам разрешенных резонансов [5], из экспериментально найденных функций пропускания [6] или рассчитаны по средним резонансным параметрам [7]. Задача заключается в аппроксимации подгрупповыми параметрами моментных последовательностей:

$$\langle\sigma_x\sigma^n\rangle=\sum_{i=1}^{N}a_i\sigma_{xi}\sigma_i^n,\quad n=0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots;$$
$$x=1,\ 2,\ \ldots,\ M, \qquad (2)$$

где N — число подгрупп в групповом интервале $[E_1, E_2]$; a_i — доля подгруппы i в этом интервале; σ_i, σ_{xi} — подгрупповое полное и парциальные сечения.

Введем базисные моменты $t_n(\boldsymbol{\alpha})$ следующим образом:

$$t_n(\boldsymbol{\alpha})=\sum_{x=1}^{M}\alpha_x\langle\sigma_x\sigma^n\rangle;\qquad \alpha_x\geqslant 0,\quad \sum_{x=1}^{M}\alpha_x=1. \qquad (3)$$

Последовательность базисных моментов позитивна при любом положении вектора $\boldsymbol{\alpha}$ (так как $\sigma_x(E)>0$ [8]), следовательно, ее конечную подпоследовательность $\{t_n(\boldsymbol{\alpha})\}_{n=n_1}^{n_1+2N-1}$, состоящую из $2N$ элементов [9], можно однозначно представить в виде

$$t_n(\boldsymbol{\alpha})=\sum_{i=1}^{N}b_i(\boldsymbol{\alpha})\,\lambda_i^n(\boldsymbol{\alpha}),$$
$$n=n_1,\ n_1+1,\ \ldots,\ n_1+2N-1, \qquad (4)$$

где $b_i(\boldsymbol{\alpha})>0$; $\lambda_i(\boldsymbol{\alpha})$ — действительны и различны при любом $\boldsymbol{\alpha}$. Значения $\lambda_i(\boldsymbol{\alpha})$ являются корнями полинома

$$P_N(\boldsymbol{\alpha},\lambda)=\sum_{k=0}^{N}z_k(\boldsymbol{\alpha})\,\lambda^k, \qquad (5)$$

коэффициенты которого зависят от $\boldsymbol{\alpha}$ и определяются из системы линейных уравнений:

$$\sum_{k=0}^{N-1}t_{k+j}(\boldsymbol{\alpha})\,z_k+t_{N+j}(\boldsymbol{\alpha})=0;$$
$$z_N=1,\ j=n_1,\ n_1+1,\ \ldots,\ n_1+N-1. \qquad (6)$$

Можно показать, что, если $\sigma(E)>0$, корни полинома $P_N(\boldsymbol{\alpha},\lambda)$ строго положительны при любом $\boldsymbol{\alpha}$ [8]. Возьмем подгрупповые полные сечения $\sigma_i=\lambda_i(\boldsymbol{\alpha}_0)$ при некотором пока произвольном $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{\alpha}_0$. Выберем из системы (2) для каждого x по N уравнений и подставим в них уже известные σ_i. Получим M систем линейных уравнений относительно неизвестных $a_i\sigma_{xi}$. Из этих уравнений, используя физически очевидное условие $\sigma_i=\sum\limits_{x=1}^{M}\sigma_{xi}$, определим подгрупповые доли и парциальные сечения:

$$a_i=\sum_{x=1}^{M}(a_i\sigma_{xi})/\sigma_i,\quad \sigma_{xi}=(a_i\sigma_{xi})/a_i. \qquad (7)$$

Полученные таким образом подгрупповые параметры при числе подгрупп N сохраняют точно N моментов сечений для каждой реакции x, а именно те моменты, которые вошли в системы уравнений для определения $a_i\sigma_{xi}$. Вычислим с помощью найденных параметров все остальные моменты. Может оказаться, что для некоторых реакций точность восстановления моментов неудовлетворительная, т. е. структура сечений отражена недостаточно подробно. Следствием этого могут быть отрицательные величины $a_i\sigma_{xi}$, приводящие к не имеющим физического смысла отрицательным параметрам. В то же время для каждой реакции x' заведомо существует такое $\boldsymbol{\alpha}_0'$ ($\alpha_x=0,\ x\neq x';\ \alpha_{x'}=1$), при котором $a_i\sigma_{x'i}>0$ для всех i [см. (3), (4)], а число точно восстановленных моментов сечений данной реакции x' максимально и равно $2N$. Это указывает на возможность постановки задачи поиска вектора $\boldsymbol{\alpha}_0$, который в максимальной степени удовлетворил бы требованиям точности восстановления моментов и положительности подгрупповых параметров. Вообще говоря, удовлетворить одновременно этим двум требованиям, когда функции $\sigma_x(E)$ ведут себя произвольным образом, можно только при достаточно большом числе подгрупп N. С увеличением N корни полинома $\lambda_i(\boldsymbol{\alpha}_0)$ становятся все менее чувствительными к выбору $\boldsymbol{\alpha}_0$, а число точно восстанавливаемых моментов стремится к предельно возможному для данного числа подгрупп значению $2MN$. При этом, безусловно, все подгрупповые параметры будут положительными.

Примем в качестве нулевого приближения вектор α_0, у которого все компоненты равны: $\alpha_x = 1/M$; $x = 1, 2, \ldots, M$. В этом случае точно сохраняются $2N$ моментов полного сечения $\langle\sigma^n\rangle$ (так как $\sigma(E) = \sum\limits_{x=1}^{M} \sigma_x(E)$, $\langle\sigma^n\rangle = \sum\limits_{x=1}^{M} \langle\sigma_x\sigma^{n-1}\rangle$) и уже при минимальном числе подгрупп ($N = 2$) возможно точно сохранить все наиболее важные моменты сечений: $\langle\sigma_x\rangle$, $\langle\sigma_x/\sigma\rangle$, $\langle 1/\sigma\rangle$, $\langle 1/\sigma^2\rangle$. Если полученные для $N = 2$ подгрупповые параметры не удовлетворяют требованиям положительности и точности восстановления моментов $\langle\sigma_x/\sigma^2\rangle$, $\langle\sigma_x\sigma\rangle$, необходимо перейти к бóльшему числу подгрупп. Верхняя граница числа подгрупп N' определяется количеством моментов, сохранение которых должно гарантироваться данной системой подгрупповых констант. Может оказаться, что при $N = N'$ структура сечений все же отражена недостаточно подробно, например не все $a_i\sigma_{xi}$ положительны. В этом случае следует использовать возможности, заключенные в выборе вектора α. Предположим, что для некоторой реакции x' $a_i\sigma_{x'i} < 0$. Увеличивая соответствующую компоненту $\alpha_{x'}$ (при этом все остальные компоненты следует уменьшить, чтобы условие $\sum\limits_{x=1}^{M} \alpha_x = 1$ не нарушилось), можно сделать все $a_i\sigma_{x'i}$ для данной реакции x' положительными. Очевидно, при $N = N'$ целесообразно также минимизировать с помощью α ошибку в восстановлении окаймляющих моментов.

В заключение обсудим вопросы о выборе n_1 (минимального порядка базисных моментов в подпоследовательности $\{t_n(\alpha)\}$) и систем линейных уравнений для определения $a_i\sigma_{xi}$. При $N = 2$ целесообразно принять $n_1 = -2$, так как в этом случае точно сохраняются моменты, необходимые для вычисления коэффициента диффузии и среднегрупповых блокированных сечений гомогенной среды из рассматриваемого изотопа. Величины $a_i\sigma_{xi}$ должны быть определены из уравнений, в которые входят моменты с $n = -1$ и $n = 0$, что обеспечит соответственно точную нормировку вероятности $\left(\sum\limits_{x=1}^{M} \langle\sigma_x/\sigma\rangle = \sum\limits_{i=1}^{N} a_i = 1\right)$ и сохранение средних сечений. Если $N = 3$, выбор $n_1 = -3$ и добавление уравнения с моментом $\langle\sigma_x/\sigma^2\rangle$ позволяет более точно учесть зависимость среднегрупповых коэффициента диффузии и сечений реакций от концентрации изотопа в среде. Если $N = 4$, n_1 стоит взять равным -4 и добавить в систему уравнений момент $\langle\sigma_x\sigma\rangle$. Такой выбор дает возможность изменять вектор α, так как точное сохранение всех наиболее важных моментов уже гарантировано.

При получении подгрупповых констант нейтронных сечений, по крайней мере до настоящего времени, обеспечить положительность подгрупповых параметров и разумную точность восстановления окаймляющих моментов удавалось при числе подгрупп, не превышающем 4.

Описанный выбор моментов и уравнений ориентирован на получение подгрупповых констант, предназначенных для расчета распространения нейтронов в средах. Для других целей (например, аппроксимации функций пропускания суммой экспонент) этот выбор может быть иным. Алгоритм получения подгрупповых параметров реализован в программе, написанной на языке АЛГОЛ-60. Осуществлена привязка к ряду программ, рассчитывающих моменты по детальному ходу сечений, по параметрам разрешенных резонансов, по средним резонансным параметрам.

Поступило в Редакцию 6/XII 1972 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Николаев М. Н. и др.** «Атомная энергия», 1970, т. 29, вып. 1, с. 11; 1971, т. 30, вып. 1, с. 5.
2. **Николаев М. Н., Хохлов В. Ф.** В сб.: Бюл. информ. центра по ядерным данным. М., Атомиздат, 1967, вып. 4, с. 420.
3. **Николаев М. Н., Хохлов В. Ф.** В сб.: Ядерные константы. М., Изд. ЦНИИатоминформ, 1972, вып. 8, ч. 2, с. 119.
4. **Абагян Л. П. и др.** Групповые константы для расчета ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1964.
5. **Абагян Л. П. и др.** См. [2], с. 392.
6. **Bramblett R., Czirr J.** Nucl. Sci. and Engng, 1969, v. 35, p. 350.
7. **Николаев М. Н. и др.** Методика расчета групповых сечений в области неразрешенных резонансов.— «Труды трехстороннего советско-бельгийско-голландского симпозиума по некоторым проблемам физики быстрых реакторов». М., Изд. ЦНИИатоминформ, 1970, т. 1.
8. **Ахиезер Н. И.** Классическая проблема моментов. М., Физматгиз, 1961, гл. 1, 2.
9. **Беллман Р.** Введение в теорию матриц. Приложение В. М., «Наука», 1969.

Радиационный контур с генератором активности из плоских трубчатых элементов на реакторе ИРТ Томского политехнического института

ГЕФСИМАНСКИЙ Е. П., КУЗНЕЦОВ С. А., КУЛАГИН Ю. Г., САХАРОВ Е. С., СКОРИКОВ А. Г., ЧУЧАЛИН И. П.

УДК 621.039.573

Известно, что в гомогенных системах поглотитель — замедлитель эффективность использования поглотителя выше, чем в гетерогенных, вследствие снижения самоэкранирования ядер поглотителя и увеличения значений резонансного интеграла. Распространяя это явление на генератор активности радиационных контуров (РК), можно путем создания в них квазигомогенных систем из чередующихся слоев рабочего вещества РК (поглотителя) и замедлителя существенно повысить эффективность использования дорогостоя-