«АТОМНАЯ ЭНЕРГИЯ», Т. 36, ВЫП. 1, ЯНВАРЬ 1974

О вычислении интегральных сечений комптоновского взаимодействия, рассеяния и поглощения гамма-квантов при статистическом моделировании процессов переноса

МАРЕНКОВ О. С., МИТОВ В. Н.

УДК 539.121.72/75

Энергетические зависимости интегральных сечений комптоновского взаимодействия и истинного рассеяния γ-квантов с точностью до постоянного множителя определяются соответственно следующими выражениями:

$$\sigma(\beta)=\left(\frac{2}{\beta}-\frac{8}{\beta^2}-\frac{16}{\beta^3}\right)\ln(1+\beta)+\frac{16}{\beta^2}+(1+\beta)^{-1}+(1+\beta)^{-2}; \quad (1)$$

$$\sigma_s(\beta)=\frac{8}{\beta^3}\ln(1+\beta)-\frac{8}{\beta^2}(1+\beta)^{-1}+\frac{2\beta^2-4}{\beta}(1+\beta)^{-2}+\frac{2\beta^2}{3}(1+\beta)^{-3}, \quad (2)$$

где β — удвоенная энергия γ-квантов в единицах энергии покоя электрона. Интегральное сечение истинного комптоновского поглощения $\sigma_a(\beta)=\sigma(\beta)-\sigma_s(\beta)$.

При статистическом моделировании γ-переноса в веществе методом Монте-Карло линейные коэффициенты ослабления для комптоновского взаимодействия, рассеяния и поглощения вычисляются на основе (1) и (2). В области энергий $\beta<1$ деградация энергии кванта при «замедлении» происходит сравнительно медленно, и многократное применение формул (1) и (2) с точки зрения затрат машинного времени становится малоэкономичным из-за наличия логарифмической функции, вычисляемой с помощью стандартной подпрограммы.

Известно, что в области энергий γ-квантов $\beta<1$ для функций $\sigma(\beta)$, $\sigma_s(\beta)$, $\sigma_a(\beta)$ можно получить выражения в виде рядов по степеням β. Подобные степенные разложения могли бы быть источником приближенных формул многочленного типа для вычисления сечений. Получим степенные разложения в общем виде. Для этого воспользуемся известными разложениями в степенные ряды логарифмической и биномиальной функции:

$$\ln(1+\beta)=\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}\frac{\beta^k}{k}; \quad (3)$$

$$(1+\beta)^m=1+\sum_{k=1}^{\infty}\binom{m}{k}\beta^k. \quad (4)$$

Ряд (3) сходится в интервале $-1<\beta\leqslant 1$, а ряд (4) при $|\beta|<1$. В наших задачах всегда $\beta>0$, поэтому в дальнейшем значения $\beta<0$ не рассматриваются. Подставляя (3) и (4) для случаев $m=-1,\ -2,\ -3$ в выражения (1) и (2), после несложных преобразований получаем:

$$\sigma(\beta)=\sum_{k=0}^{\infty}(-\beta)^k\left(\frac{2}{k+1}+\frac{8}{k+2}-\frac{16}{k+3}+k+2\right); \quad (5)$$

$$\sigma_s(\beta)=\sum_{k=0}^{\infty}(-\beta)^k\left(\frac{8}{k+3}+\frac{5}{3}k+\frac{k^2}{3}\right); \quad (6)$$

$$\sigma_a(\beta)=\sum_{k=0}^{\infty}(-\beta)^k\left(\frac{2}{k+1}+\frac{8}{k+2}-\frac{24}{k+3}-\frac{2}{3}k-\frac{k^2}{3}+2\right). \quad (7)$$

Ряды (5), (6) и (7) сходятся сравнительно медленно при $\beta<1$, что обусловлено медленной сходимостью рядов (3) и (4). Так, использование первых пяти членов разложений (5) и (6) дает для случая $\beta=0{,}4$ ошибку в вычислении σ и σ_s соответственно 2,3 и 7%.

Приближения многочленного типа на основе (5), (6) и (7) имеет смысл использовать в вычислительных целях лишь для случая $\beta\ll 1$ — малоинтересной в практическом отношении энергетической области. Для случая $\beta\leqslant 1$ выведем разложения, представляющие интерес и в вычислительном отношении. С этой целью к медленно сходящемуся ряду (3) однократно примéним преобразование Эйлера:

$$\ln(1+\beta)=-\frac{1}{1+\beta}\left[\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-\beta)^k}{k}+\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{\beta^{k+1}}{k}\right]=\frac{1}{1+\beta}\left[\beta+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-\beta)^k}{k(k-1)}\right]. \quad (8)$$

Ряд (8) сходится при $\beta\leqslant 1$. Нетрудно убедиться в более высоких вычислительных качествах разложения (8) по сравнению с (3). Подставляя (8) в (1) и (2), после преобразования получаем:

$$\sigma(\beta)=\frac{1}{1+\beta}\left[\frac{\beta^2}{1+\beta}+\frac{8}{3}+\right.$$

$$+6\sum_{k=2}^{\infty}(-\beta)^k\,\frac{k^2-3k-2}{k(k+1)(k+2)(k+3)}\Bigg]; \qquad (9)$$

$$\sigma_s(\beta)=\frac{1}{1+\beta}\left[\frac{2\beta(\beta^2-2)}{3(1+\beta)^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{8}{3}-8\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-\beta)^k}{(k+2)(k+3)}\right]; \qquad (10)$$

$$\sigma_a(\beta)=\frac{1}{1+\beta}\left[\frac{\beta(\beta^2+3\beta+4)}{3(1+\beta)^2}+\right.$$

$$\left.+2\sum_{k=2}^{\infty}(-\beta)^k\,\frac{7k^2-5k-6}{k(k+1)(k+2)(k+3)}\right]. \qquad (11)$$

Ряды в выражениях (9), (10), (11) сходятся при $\beta \leqslant 1$.

Вычислительные преимущества разложений (9), (10), (11) по сравнению с (5), (6), (7) проиллюстрируем на примере (9). Ограничиваясь двумя членами ряда в (9), получаем приближенную формулу:

$$\sigma(\beta)\approx\frac{1}{1+\beta}\left(\frac{\beta^2}{1+\beta}+\frac{8}{3}-\frac{1}{5}\beta^2+\frac{1}{30}\beta^3\right). \qquad (12)$$

Ошибки δ вычисления $\sigma(\beta)$ по формуле (12) приведены в таблице.

Как следует из таблицы, ошибки вычисления σ в области $\beta \leqslant 1$ невелики и уменьшаются с убыванием энергии. Имеет практический смысл последовательное использование формул (1) и (12) при статистическом моделировании «замедления» γ-квантов, что позволит получить экономию машинного времени.

Зависимость точности приближенной формулы (12) от энергии

β	Энергия, *кэв*	δ, %
0,2	51,1	0,0005
0,4	102,2	0,006
0,6	153,3	0,02
0,8	204,4	0,04
1	255,5	0,05

Отметим, что формулой (12) можно пользоваться в более широком интервале энергий. При $\beta > 1$ ряд в (9) является расходящимся, однако частичные суммы ряда могут служить хорошим приближением для вычисления соответствующей функции в определенном интервале изменения β: так, ошибка вычисления σ с помощью (12) при $\beta = 2$ составляет 0,6%; можно рекомендовать применение формулы (12) в области энергий $\beta \leqslant 2$.

Поступило в Редакцию 18/V 1972 г.

Калориметрическая дозиметрия и методика облучения при исследовании радиационной стойкости нефтяных масел на ускорителе электронов

СТУКИН А. Д., ШОР Г. И.

УДК 539.12.08:621.384.658

Исследования проводились на ускорителе электронов, смонтированном на основе рентгеновского аппарата РУП-400-5(РУП-3) [1] с трубкой БПВ-400. Анодное зеркало трубки было заменено фланцем с диафрагмой из алюминиевой фольги (диаметр 40 *мм* и толщина $\sim$2 *мкм*), которая обеспечивала выход пучка ускоренных электронов на облучаемый образец. Ускоряющее напряжение регулировалось в пределах 20—400 *кв*, максимальный ток выведенного пучка электронов составлял около 500 *мка* (при бóльших токах происходит перфорация фольги).

Пробег электронов малых энергий (0,3—0,4 *Мэв*) в органических веществах составляет около 1 *мм*, а толщина слоя облучаемого масла, количество которого должно быть достаточным для проведения последующих анализов, было значительно больше. Кроме того, в поперечном сечении пучка интенсивность электронов резко уменьшается от центра к краям [2], причем форма этого распределения точно не известна. Поэтому для равномерного облучения масла перемешивался весь объем образца.

В процессе интенсивного и равномерного перемешивания существуют благоприятные условия теплопередачи от нагревающегося под действием излучения поверхностного слоя масла всему объему образца. Это обстоятельство позволяет применять для дозиметрии электронного пучка метод адиабатической калориметрии [3] с использованием в качестве датчиков самих облучаемых масел [4].

Дозиметрию и облучение в зависимости от природы исследуемого образца и требуемых условий облучения проводили в кюветах двух типов.

Кювета (рис. 1) представляет собой стеклянный сосуд емкостью около 50 *см*^{3}, в который заливается облучаемое масло. В сосуде укреплена четырехлопастная мешалка, приводимая в движение вращающимся магнитом (прибор ММ-2), для этого она снабжена запаянным в стекло стальным бруском. На боковой поверхности сосуда имеются углубления для четырех термопар. При этом верхние и нижние углубления расположены во взаимно перпендикулярных вертикальных плоскостях. Для уменьшения тепловых потерь кювета покрыта слоем асбеста.

При облучении образцов, имеющих большую вязкость, использовалась кювета (рис. 2) с механическим приводом на мешалку. Кювета представляет собой сосуд из нержавеющей стали диаметром 65 *мм* и высотой 50 *мм*; сосуд навинчивается на фланец выходного окошка ускорителя. Через дно сосуда проходит вал, на одном конце которого укреплена многолопастная мешалка, а другой с помощью эбонитовой муфты соединен с валом миниатюрного электромотора РД-09 ($\sim$3 *оборот/сек*). Две термопары введены в сосуд через герметические уплотнения, электрически изолирующие