Проблемы физики, математики и техники, № 3 (24), 2015

МАТЕМАТИКА

УДК 512.542

РАЗРЕШИМЫЕ ЕТ-ФУНКТОРЫ

С.Ф. Каморников

Международный университет «МИТСО», Гомельский филиал, Гомель, Беларусь

SOLVABLE NT-FUNCTORS

S.F. Kamornikov

Gomel Branch of International University «MITSO», Gomel, Belarus

В работе решается задача характеризации всех наследственных регулярных транзитивных подгрупповых функторов. Доказывается, что любой естественный транзитивный подгрупповой функтор является $\mathfrak{X}$-субнормальным для некоторого примитивного класса $\mathfrak{X}$.

***Ключевые слова**: конечная разрешимая группа, примитивная группа, подгрупповой функтор, естественный транзитивный подгрупповой функтор (ЕТ-функтор), формация.*

The problem of characterization of all hereditary regular transitive subgroup functors is solved. It is proved that any natural transitive subgroup functor is $\mathfrak{X}$-subnormal for some primitive class $\mathfrak{X}$.

***Keywords**: finite solvable group, primitive group, subgroup functor, natural transitive subgroup functor (NT-functor), formation.*

Введение

Понятие «естественный функтор» впервые появилось в [1] в связи с классификацией подгрупповых функторов по заданным абстрактным групповым свойствам. По сути, оно аксиоматизирует такие известные абстрактные свойства систем подгрупп как наследственность в пересечениях и инвариантность при эндоморфизмах.

Большое внимание к наследственным регулярным подгрупповым функторам связано с тем, что многие хорошо известные подгрупповые функторы являются естественными. В частности, к таковым относятся функторы, которые выделяют в группах все $\mathfrak{F}$-субнормальные (а также все $\mathfrak{F}$-достижимые) подгруппы, если $\mathfrak{F}$ – наследственная формация.

Особое место в классе естественных функторов занимают ЕТ-функторы – подгрупповые функторы, которые одновременно являются естественными и транзитивными. Во многом это обусловлено их широкими прикладными возможностями (см., например, [2]).

Интерес к ЕТ-функторам привел к общей задаче их описания. В явном виде эта задача сформулирована в [2] как вопрос 3: *Пусть* ω – *подгрупповой ЕТ-функтор, заданный на классе всех конечных групп (всех конечных разрешимых групп). Существует ли такая наследственная формация* $\mathfrak{F}$, *что* $\omega(G)=\mathrm{sub}_{\mathfrak{F}}(G)$ *для всякой конечной группы* G?

Данная задача попадает в орбиту следующего вопроса, сформулированного А.Н. Скибой в [3] под номером 1.2.12: *можно ли классифицировать все регулярные транзитивные подгрупповые функторы*? Применительно к ЕТ-функторам этот вопрос может быть сформулирован как задача характеризации всех ЕТ-функторов.

В данной работе эта задача рассматривается в классе разрешимых групп. Центральный результат работы заключается в установлении того факта, что любой разрешимый ЕТ-функтор может быть охарактеризован как $\mathfrak{X}$-субнормальный функтор $\mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}$ для некоторого примитивного класса $\mathfrak{X}$. Отсюда на основании результатов работы [4] следует, что все ЕТ-функторы размещаются в идеале $\mathrm{SUB}(\mathfrak{S})$ решетки $\mathrm{RT}(\mathfrak{S})$ всех регулярных транзитивных подгрупповых функторов.

1 Основные определения и предварительные результаты

В работе рассматриваются только конечные разрешимые группы и разрешимые подгрупповые функторы, т. е. функторы, определенные на классе $\mathfrak{S}$ всех разрешимых конечных групп. Используемые определения и обозначения теории конечных групп и подгрупповых функторов стандартны, их можно найти в [1]. Что касается терминологии теории классов, то мы отсылаем читателей к книгам [5]–[6]. Напомним только центральные определения, используемые в работе.

Отображение ω, сопоставляющее каждой группе G некоторую непустую систему $\omega(G)$ ее подгрупп, называется *подгрупповым функтором*, если для любого изоморфизма φ группы G выполняется равенство $(\omega(G))^{\varphi}=\omega(G^{\varphi})$.

Подгрупповой функтор ω называется:

1) *регулярным*, если

$$(\omega(A))^{\varphi} \subseteq \omega(B) \text{ и } (\omega(B))^{\varphi^{-1}} \subseteq \omega(A)$$

для любого эпиморфизма $\varphi : A \to B$;

2) *наследственным*, если $H \cap \omega(G) \subseteq \omega(H)$ для любой подгруппы H группы G;

3) *транзитивным*, если для любой группы G всегда из $S \in \omega(H)$ и $H \in \omega(G)$ следует $S \in \omega(G)$.

Если $\mathfrak{X}$ – непустой класс групп, то подгруппа H группы G называется $\mathfrak{X}$-*субнормальной*, если либо $H = G$, либо существует такая максимальная цепь подгрупп

$$H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_n = G,$$

что $H_i / \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \in \mathfrak{X}$ для всех $i = 1, 2, \ldots, n$.

Пусть $\mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}$ – отображение, ставящее в соответствие каждой группе G множество всех ее $\mathfrak{X}$-субнормальных подгрупп. Простая проверка показывает, что $\mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}$ – подгрупповой функтор.

В дальнейшем через $\mathfrak{P}$ будем обозначать класс всех примитивных групп. Напомним, что группа G называется *примитивной*, если она обладает максимальной подгруппой с единичным ядром. Как показано в [7], разрешимая группа G примитивна тогда и только тогда, когда она обладает единственной минимальной нормальной подгруппой, которая дополняема в G. Это дополнение является максимальной подгруппой группы G с единичным ядром и называется ее *примитиватором*. Понятно, что если M – максимальная подгруппа группы G, то группа $G / \mathrm{Core}_G(M)$ примитивна и $M / \mathrm{Core}_G(M)$ – примитиватор группы $G / \mathrm{Core}_G(M)$.

В дальнейшем любой (в том числе и пустой) подкласс класса $\mathfrak{P}$ будем называть *примитивным классом*.

***Лемма* 1.1.** *Пусть $\mathfrak{X}$ – некоторый примитивный класс. Если H – $\mathfrak{X}$-субнормальная подгруппа группы G, то HN/N – $\mathfrak{X}$-субнормальная подгруппа группы G/N для любой нормальной подгруппы N группы G.*

Доказательство. Пусть подгруппа H $\mathfrak{X}$-субнормальна в G и $H \neq G$. Тогда существует такая максимальная цепь подгрупп

$$H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_n = G, \qquad (1.1)$$

что $H_i / \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \in \mathfrak{X}$ для всех $i = 1, 2, \ldots, n$.

Рассмотрим цепь

$$HN/N = H_0N/N \subseteq \subseteq H_1N/N \subseteq \ldots \subseteq H_nN/N = G/N. \qquad (1.2)$$

Пусть H_{i-1} и H_i – такие члены цепи (1.1), что $H_{i-1}N \neq H_iN$. Покажем, что в этом случае $H_{i-1}N$ – максимальная подгруппа в H_iN.

Предположим, что $H_{i-1}N \subset L \subset H_iN$ для некоторой подгруппы L. Так как подгруппа H_{i-1} максимальна в H_i, то из

$$H_{i-1} \subseteq H_{i-1} \cap L \subseteq H_i \cap L \subseteq H_i$$

следует, что либо $H_i \cap L = H_{i-1}$, либо $H_i \cap L = H_i$. Если $H_i \cap L = H_{i-1}$, то ввиду равенства $L = H_iN \cap L = (H_i \cap L)N$ имеем $L = H_{i-1}N$. Пришли к противоречию. Если $H_i \cap L = H_i$, то $H_i \subseteq L$, а значит, $H_iN \subseteq L$. Снова пришли к противоречию.

Итак, цепь (1.2) такова, что в ней для любого $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$ имеет место одно из утверждений:

1) $H_{i-1}N/N = H_iN/N$;

2) $H_{i-1}N/N$ – максимальная подгруппа в H_iN/N.

Не нарушая общности рассуждений, мы можем полагать далее, что все члены цепи (1.2) различны. Покажем, что

$$(H_iN/N) / \mathrm{Core}_{H_iN/N}(H_{i-1}N/N) \in \mathfrak{X}$$

для всех $i = 1, 2, \ldots, n$. Очевидно,

$$\mathrm{Core}_{H_iN/N}(H_{i-1}N/N) = \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N)/N.$$

Поэтому

$$(H_iN/N)/\mathrm{Core}_{H_iN/N}(H_{i-1}N/N) \simeq$$
$$\simeq H_iN/\mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N) =$$
$$= H_i\mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N)/\mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N) \simeq$$
$$\simeq H_i / H_i \cap \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N).$$

Рассмотрим два возможных случая:

1. Пусть $H_i \cap \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N) \subseteq H_{i-1}$. Так как $H_i \cap \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N)$ – нормальная в H_i подгруппа, то из

$$H_i \supseteq H_i \cap \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N) \supseteq \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})$$

следует, что $H_i \cap \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N) = \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})$. Отсюда следует, что

$$(H_iN/N)/\mathrm{Core}_{H_iN/N}(H_{i-1}N/N) \simeq$$
$$\simeq H_i / H_i \cap \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N) = H_i / \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \in \mathfrak{X}.$$

2. Пусть $H_i \cap \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N)$ не содержится в H_{i-1}. Так как подгруппа $H_i \cap \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N)$ нормальна в H_i, то из максимальности подгруппы H_{i-1} в H_i имеет место равенство $H_{i-1}(H_i \cap \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N)) = H_i$. Отсюда следует, что $H_{i-1}N(H_i \cap \mathrm{Core}_{H_iN}(H_{i-1}N)) = H_iN$, а значит, $H_{i-1}N = H_iN$. Пришли к противоречию с тем, что все члены цепи (1.2) различны. Поэтому случай 2 не возможен.

Итак, цепь (1.2) максимальна и

$$(H_iN/N)/\mathrm{Core}_{H_iN/N}(H_{i-1}N/N) \in \mathfrak{X}$$

для всех $i = 1, 2, \ldots, n$. По определению подгруппа HN/N $\mathfrak{X}$-субнормальна в группе G/N. Лемма доказана.

***Лемма* 1.2.** *Пусть $\mathfrak{X}$ – некоторый примитивный класс. Пусть H и N – подгруппы группы G, причем подгруппа N содержится в H и нормальна в G. Если подгруппа H/N $\mathfrak{X}$-субнормальна в группе G/N, то подгруппа H $\mathfrak{X}$-субнормальна в G.*

Доказательство. Пусть подгруппа H/N $\mathfrak{X}$-субнормальна в G/N и $H/N \neq G/N$. Тогда существует такая максимальная цепь подгрупп

$$H/N = H_0/N \subset H_1/N \subset \ldots \subset H_n/N = G/N,$$

что $(H_i/N)/\mathrm{Core}_{H_i/N}(H_{i-1}/N) \in \mathfrak{X}$ для всех $i = 1, 2, \ldots, n$.

Так как

$$\mathrm{Core}_{H_i/N}(H_{i-1}/N) = \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})/N,$$

то

$$(H_i/N)/\mathrm{Core}_{H_i/N}(H_{i-1}/N) \simeq H_i/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \in \mathfrak{X}$$

для всех $i = 1, 2, \ldots, n$. Значит, подгруппа H является $\mathfrak{X}$-субнормальной в группе G. Лемма доказана.

***Лемма* 1.3.** *Для любого примитивного класса $\mathfrak{X}$ подгрупповой функтор $\mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}$ является регулярным и транзитивным.*

Доказательство. Регулярность подгруппового функтора $\mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}$ вытекает из лемм 1.1 и 1.2. Транзитивность $\mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}$ следует из определения $\mathfrak{X}$-субнормальной подгруппы. Лемма доказана.

2 Достаточное условие наследственности функтора

В общем случае подгрупповой функтор $\mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}$, являясь на основании леммы 1.3 регулярным и транзитивным для любого примитивного класса $\mathfrak{X}$, может не быть наследственным. Пусть, например, $\mathfrak{X} = (Sym(3), Z_2)$, где $Sym(3)$ – симметрическая группа третьей степени, Z_2 – циклическая группа порядка 2. Очевидно, $\mathfrak{X}$ – примитивный класс. При этом $1 \in \mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}(Sym(3))$, но $1 \notin \mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}(Alt(3))$, где $Alt(3)$ – знакопеременная группа третьей степени.

Примитивный класс $\mathfrak{X}$ будем называть *секционно замкнутым*, если каждая примитивная секция любой группы из $\mathfrak{X}$ принадлежит $\mathfrak{X}$.

***Лемма* 2.1.** *Если $\mathfrak{X}$ – секционно замкнутый примитивный класс, то подгрупповой функтор $\mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}$ является наследственным.*

Доказательство. Пусть $H \in \mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}(G)$ и K – некоторая подгруппа группы G. Тогда существует такая максимальная цепь подгрупп

$$H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_n = G,$$

что $H_i/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \in \mathfrak{X}$ для всех $i = 1, 2, \ldots, n$.

Рассмотрим цепь

$$H \cap K = H_0 \cap K \subseteq H_1 \cap K \subseteq \ldots \subseteq H_n \cap K = K. \quad (2.1)$$

Так как $(H_i \cap K)\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})$ – подгруппа группы $H_i/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})$, то $(H_i \cap K)\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})$ – подгруппа некоторой $\mathfrak{X}$-группы для каждого $i = 1, 2, \ldots, n$. Так как

$$(H_i \cap K)\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \simeq$$
$$\simeq H_i \cap K / H_i \cap K \cap \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) =$$
$$= H_i \cap K / K \cap \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}),$$

то подгруппа $H_i \cap K / K \cap \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})$ изоморфно вкладывается в некоторую $\mathfrak{X}$-группу. А так как подгруппа $K \cap \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})$ нормальна в $H_i \cap K$ и $K \cap \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \subseteq H_{i-1} \cap K$, то $K \cap \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \subseteq \mathrm{Core}_{H_i \cap K}(H_{i-1} \cap K)$. Поэтому группа $H_i \cap K / K \cap \mathrm{Core}_{H_i \cap K}(H_{i-1} \cap K)$ как гомоморфный образ группы $H_i \cap K / K \cap \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})$ изоморфна некоторой секции группы, принадлежащей классу $\mathfrak{X}$.

В цепи (2.1) выбросим повторяющиеся члены и уплотним ее до максимальной цепи. Рассмотрим участок этой цепи

$$H_{i-1} \cap K = L_0 \subset L_1 \subset \ldots \subset L_t = H_i \cap K,$$

соединяющей подгруппы $H_{i-1} \cap K$ и $H_i \cap K$. Тогда для любого $j = 1, 2, \ldots, t$ подгруппа $\mathrm{Core}_{H_i \cap K}(H_{i-1} \cap K)$ содержится в L_j и нормальна в L_j. Поэтому $\mathrm{Core}_{H_i \cap K}(H_{i-1} \cap K) \subseteq \mathrm{Core}_{L_j}(L_{j-1})$ для всех $j = 1, 2, \ldots, t$. А так как группа $H_i \cap K / K \cap \mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})$ изоморфна некоторой секции группы, принадлежащей классу $\mathfrak{X}$, то группа $L_j/\mathrm{Core}_{L_j}(L_{j-1})$ также будет изоморфна некоторой секции группы, принадлежащей классу $\mathfrak{X}$.

Так как класс $\mathfrak{X}$ является секционно замкнутым, то из примитивности группы $H_i/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1})$ следует, что $L_j/\mathrm{Core}_{L_j}(L_{j-1}) \in \mathfrak{X}$. Таким образом, $H \cap K \in \mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}(K)$. Лемма доказана.

Из лемм 1.3 и 2.1 имеем следующий результат.

***Теорема* 2.1.** *Если $\mathfrak{X}$ – секционно замкнутый примитивный класс, то подгрупповой функтор $\mathrm{sub}_{\mathfrak{X}}$ является ET-функтором.*

Если $\mathfrak{F}$ – наследственная формация, то класс всех примитивных групп, принадлежащих $\mathfrak{F}$, является секционно замкнутым. Поэтому из теоремы 2.1 следует, что для любой наследственной формации $\mathfrak{F}$ подгрупповой функтор $\mathrm{sub}_{\mathfrak{F}}$ является ET-функтором.

3 Характеризация ET-функторов

В [4] показано, что в решетке $\mathrm{RT}(\mathfrak{S})$ всех регулярных транзитивных подгрупповых функторов особую роль играют $\mathfrak{X}$-субнормальные подгрупповые функторы ($\mathfrak{X}$ – примитивный класс), формирующие в $R\,T(\mathfrak{S})$ идеал $SUB(\mathfrak{S})$. Ниже показывается, что каждый разрешимый ЕТ-функтор принадлежит $SUB(\mathfrak{S})$.

***Лемма* 3.1.** *Пусть* ω *– регулярный подгрупповой функтор. Если H – собственная подгруппа группы G, принадлежащая* $\omega(G)$, *то существует максимальная подгруппа M группы G, содержащая H и принадлежащая* $\omega(G)$.

Доказательство. Пусть K – наибольшая нормальная подгруппа группы G, для которой $HK \neq G$. Пусть L/K – главный фактор группы G. Тогда из определения подгруппы K следует, что $HL = G$. В группе G/K подгруппа L/K является минимальной нормальной и, кроме того, справедливо равенство $G/K = (HK/K)(L/K)$. Так как L/K – абелева группа, то HK/K – максимальная подгруппа группы G/K, а HK – максимальная подгруппа группы G.

Так как подгрупповой функтор ω является регулярным, то $M/K = HK/K \in \omega(G/K)$, а следовательно, $M \in \omega(G)$. Лемма доказана.

***Лемма* 3.2.** *Пусть* ω *– ЕТ-функтор. Если H – собственная подгруппа группы G и* $H \in \omega(G)$, *то существует такая максимальная цепь*

$$H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_n = G,$$

что $H_i \in \omega(G)$ *для всех* $i = 1, 2, \ldots, n$.

Доказательство. Пусть G – группа наименьшего порядка, для которой лемма не верна. Ввиду леммы 3.1 существует максимальная подгруппа M группы G, содержащая H и принадлежащая $\omega(G)$. Так как функтор ω является наследственным, то из $H \in \omega(G)$ следует $H \in \omega(M)$. Теперь из $|M| < |G|$ заключаем, что существует максимальная цепь $H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_{n-1} = M$, в которой $H_i \in \omega(M)$ для всех $i = 0, 1, \ldots, n-1$. Так как функтор ω транзитивен, то из $M \in \omega(G)$ следует, что $H_i \in \omega(G)$ для всех $i = 0, 1, \ldots, n-1$. Значит, цепь $H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_{n-1} = M \subset G$ является искомой. Лемма доказана.

Доказательство следующей леммы вытекает из леммы 3.2 и того, что подгрупповой функтор ω является наследственным.

***Лемма* 3.3.** *Пусть* ω *– ЕТ-функтор. Если H – собственная подгруппа группы G и* $H \in \omega(G)$, *то существует такая максимальная цепь*

$$H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_n = G$$

что $H_{i-1} \in \omega(H_i)$ *для всех* $i = 1, 2, \ldots, n$.

Для ненулевого подгруппового функтора ω определим класс

$$\mathfrak{P}(\omega) = \{A \in \mathfrak{P} \mid \text{примитиватор группы } A \text{ принадлежит } \omega(A)\}.$$

Если ω – нулевой подгрупповой функтор (т. е. $\omega(G) = \{G\}$ для любой группы G), то полагаем $\mathfrak{P}(\omega) = \varnothing$. Класс $\mathfrak{P}(\omega)$ будем называть *собственным примитивным классом* подгруппового функтора ω.

Следующий результат показывает, что любой ЕТ-функтор является $\mathfrak{X}$-субнормальным для своего собственного примитивного класса $\mathfrak{X}$.

***Теорема* 3.1.** *Пусть* ω *– ЕТ-функтор. Тогда для любой группы G справедливо равенство* $\omega(G) = \mathrm{sub}_{\mathfrak{P}(\omega)}(G)$.

Доказательство. Пусть $H \in \omega(G)$. Если $H = G$, то, очевидно, $H \in \mathrm{sub}_{\mathfrak{P}(\omega)}(G)$. Если H – собственная подгруппа группы G, то на основании леммы 3.3 существует такая максимальная цепь

$$H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_n = G,$$

что $H_{i-1} \in \omega(H_i)$ для всех $i = 1, 2, \ldots, n$.

Так как ω – регулярный подгрупповой функтор, то из $H_{i-1} \in \omega(H_i)$ следует, что $H_{i-1}/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \in \omega(H_i/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}))$. Следовательно, $H_i/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \in \mathfrak{P}(\omega)$ для любого $i = 1, 2, \ldots, n$. Отсюда заключаем, что $H \in \mathrm{sub}_{\mathfrak{P}(\omega)}(G)$, а значит, $\omega(G) \subseteq \mathrm{sub}_{\mathfrak{P}(\omega)}(G)$.

Пусть теперь $S \in \mathrm{sub}_{\mathfrak{P}(\omega)}(G)$. Тогда существует максимальная цепь $S = S_0 \subset S_1 \subset \ldots \subset S_m = G$ такая, что $S_i/\mathrm{Core}_{S_i}(S_{i-1}) \in \mathfrak{P}(\omega)$ для любого $i = 1, 2, \ldots, m$. Отсюда и из регулярности подгруппового функтора ω имеем, что $S_{i-1} \in \omega(S_i)$ для всех $i = 1, 2, \ldots, m$. Так как подгрупповой функтор ω является транзитивным, то $S \in \omega(G)$. Следовательно, $\mathrm{sub}_{\mathfrak{P}(\omega)}(G) \subseteq \omega(G)$. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Каморников*, *С.Ф.* Подгрупповые функторы и классы конечных групп / С.Ф. Каморников, М.В. Селькин. – Минск: Беларуская навука, 2003. – 256 с.
2. *Васильев*, *А.Ф.* О функторном методе изучения решеток подгрупп конечных групп / А.Ф. Васильев, С.Ф. Каморников // Сиб. мат. журнал. – 2001. – Т. 42, №1. – С. 30–40.
3. *Скиба*, *А.Н.* Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
4. *Каморников*, *С.Ф.* О решетке всех разрешимых регулярных транзитивных подгрупповых функторов / С.Ф. Каморников // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 4 (21). – С. 55–58.
5. *Doerk*, *K.* Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin – New-York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
6. *Шеметков*, *Л.А.* Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 272 с.
7. *Baer*, *R.* Classes of finite groups and their properties / R. Baer // Illinois J. Math. – 1957. – Vol. 1. – P. 115–187.

Поступила в редакцию 26.11.14