Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, №6(69), 2011

УДК 535.5:518.1

К обратной задаче эллипсометрии неоднородных слоев

В. А. Карпенко[1], В. Н. Лаптинский[1], В. Н. Могилевич[2], А. А. Романенко[1]

Рассмотрен вопрос о возможности восстановления профиля диэлектрической проницаемости неоднородного поверхностного диэлектрического слоя методом эллипсометрии. Показано, что погрешности измерения эллипсометрических углов существенно ограничивают возможности восстановления.
Ключевые слова: обратная задача эллипсометрии, неоднородный поверхностный диэлектрический слой.

The possible reconstruction of the profile permittivity of the inhomogeneous surface dielectric layer with the ellipsometric method has been studied. It is presented that the accuracy of measuring the ellipsomenric angles significantly limits the possibilities of the reconstruction.
Keywords: ellipsometry inverse problem, inhomogeneous surface dielectric layer.

Эллипсометрический метод исследования физико-химических свойств неоднородных поверхностных слоев [1]–[4] основывается на решениях электродинамической задачи об отражении света в борновском приближении [1], [2]. Однако область применимости этого приближения в эллипсометрии ограничивается оптически тонкими слоями [1].

В работах [5], [6] найдены строгие выражения для коэффициентов отражения волн:

$$R_{s,p} = \pm\left(R_F + r(0)\right)/\left(1 + R_F r(0)\right), \tag{1}$$

где верхний и нижний знаки относятся к волнам s - и p - поляризации соответственно. При этом для s - волн $R_F = \left(u_a - u(0)\right)/\left(u_a + u(0)\right)$, для p - волн $R_F = \left(u_a/\varepsilon_a - u(0)/\varepsilon(0)\right)/\left(u_a/\varepsilon_a + u(0)/\varepsilon(0)\right)$, $u_a = k_0\sqrt{\varepsilon_a - \sin^2\varphi}$, $u(0) = k_0\sqrt{\varepsilon(0) - \sin^2\varphi}$, $\varepsilon(0)$ – значение диэлектрической проницаемости неоднородного слоя на границе $z = 0$, ε_a – диэлектрическая проницаемость окружающей среды, k_0 – волновое число вакуума, φ – угол падения волны, величина $r(0)$ в первом приближении дается соотношением [5]

$$r(0) \simeq r_1(0) = \int_0^\infty \gamma(z)\exp\left(2i\tilde{u}(z)\right)dz, \tag{2}$$

где $\gamma(z) = v'(z)/\left(2v(z)\right)$, $v(z) = u(z) = k_0\sqrt{\varepsilon(z) - \sin^2\varphi}$ для s - волн и $v(z) = u(z)/\varepsilon(z)$ для p - волн, $\varepsilon(z)$ – диэлектрическая проницаемость неоднородного слоя, расположенного в области $z \ge 0$, $\tilde{u}(z) = \int_0^z u(t)\,dt$. Математические оценки (различных типов) погрешностей такого приближения даны в работах [5], [6]. В частном случае однородной среды, когда $\varepsilon(z) = \varepsilon(0)$ при $z \ge 0$ и $r(0) = 0$, выражения (1) представляют собой формулы Френеля.

Обычно диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon(z)$ при $z \ge 0$ записывается в виде

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_s + \Delta\varepsilon f(z), \tag{3}$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

где ε_s – диэлектрическая проницаемость подложки, $\sup\limits_{z\geq 0}|f(z)|=1$. Можно показать, что если в правой части равенства (1) сохранить только линейные по $\Delta\varepsilon$ члены, то в результате получаются коэффициенты отражения в борновском приближении. Поэтому формулы (1), (2) представляются приемлемой основой для решения обратной задачи, которая формулируется как основное уравнение эллипсометрии

$$tg\psi \exp(i\Delta) = R_p / R_s . \tag{4}$$

Левая часть равенства (4) – экспериментально наблюдаемая величина, зависящая от угла падения света, а в правой части заданными являются величины диэлектрической проницаемости окружающей среды (ε_a) и подложки (ε_s). В соответствии с формулой (3) определению из уравнения (4) подлежат скачок $\Delta\varepsilon$ и функция $f(z)$.

Известно, что данная обратная задача математически некорректна, поскольку не имеет однозначного решения. Поэтому ее решение обычно ищут в достаточно узком классе функций $f(z)$. Ниже рассматривается класс функций, дифференцируемых неограниченное число раз и удовлетворяющих условию

$$\lim_{z\to\infty}\frac{d^n f(z)}{dz^n}=0\,,\quad n=0,1,2,\ldots . \tag{5}$$

Очевидно, функция $f(z)$ представима формальным рядом Маклорена

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\frac{d^n f(0)}{dz^n}z^n . \tag{6}$$

Неоднородные слои, формируемые в приповерхностной области диэлектрика, например, методами диффузии, эффузии и ионного обмена, описываются именно таким классом функций.

С целью предельного упрощения формулировки обратной задачи преобразуем величину $r_1(0)$ из (2) путем многократного применения метода интегрирования по частям. Так, после двукратного интегрирования с учетом условия (5) имеем

$$\begin{aligned} r_1(0) = -\frac{1}{2}\Bigg\{ & \frac{1}{2ik_0}\frac{v'(0)}{u(0)v(0)} - \frac{1}{(2k_0)^2}\frac{1}{u(0)}\left[\frac{v'(0)}{u(0)v(0)}\right]' - \\ & -\frac{1}{i(2k_0)^3}\int_0^\infty \frac{1}{u}\left[\left(\frac{v'}{uv}\right)'\frac{1}{u}\right]' d\left(\exp(2i\tilde{u})\right)\Bigg\}, \end{aligned} \tag{7}$$

где штрихом обозначена производная (по z). Продолжая процесс вычисления интеграла по частям, получим формальное разложение в ряд по степеням $\frac{1}{(2k_0)}$. Если он сходится, то ограниченная точность измерения эллипсометрических углов Δ и ψ его оборвет так же, как и ряд (6). В результате решение обратной задачи сведется к нахождению величин $\Delta\varepsilon$, $f(0)$ и нескольких производных $f(z)$ в нуле, число которых для исследуемого слоя определяется абсолютной погрешностью эллипсометрических измерений.

Численный эксперимент с экспоненциальным $\left(f(z)=\exp(-z/d)\right)$ и гауссовым

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

$\left(f\left(z\right)=\exp\left(-\left(z/d\right)^2\right)\right)$ профилями со скачками $\Delta\varepsilon$, характерными для реальных слоев, показывает, что число членов разложения для $r_1\left(0\right)$ не превышает четырех, если погрешность эллипсометрических измерений составляет 0.01°, а отношение $d/\lambda \geq 0.25$ ($\lambda -$ длина волны в вакууме). Это означает, что возможности эллипсометрического метода восстановления профиля неоднородного слоя $f\left(z\right)$ принципиально ограничены погрешностью измерений. Так, для упомянутых выше моделей неоднородных слоев эллипсометрические измерения позволяют из уравнения (4) определить в разложении (6) не более пяти первых членов, которые однозначно определяют профиль $f\left(z\right)$ только в приповерхностной области диэлектрика, оставляя открытым вопрос о его поведении в глубине. Это иллюстрирует рисунок, на котором изображены графики функций экспоненциального и гауссова профилей и их представления в виде ряда (6), в котором все слагаемые с номерами $n > 4$ равны нулю. Из рисунка видно, что однозначное восстановление профиля $f\left(z\right)$ возможно до глубины z, определяемой приближенным равенством $z/d \simeq 1$, то есть до глубины, на которой $f\left(z\right)$ уменьшается примерно в e раз.

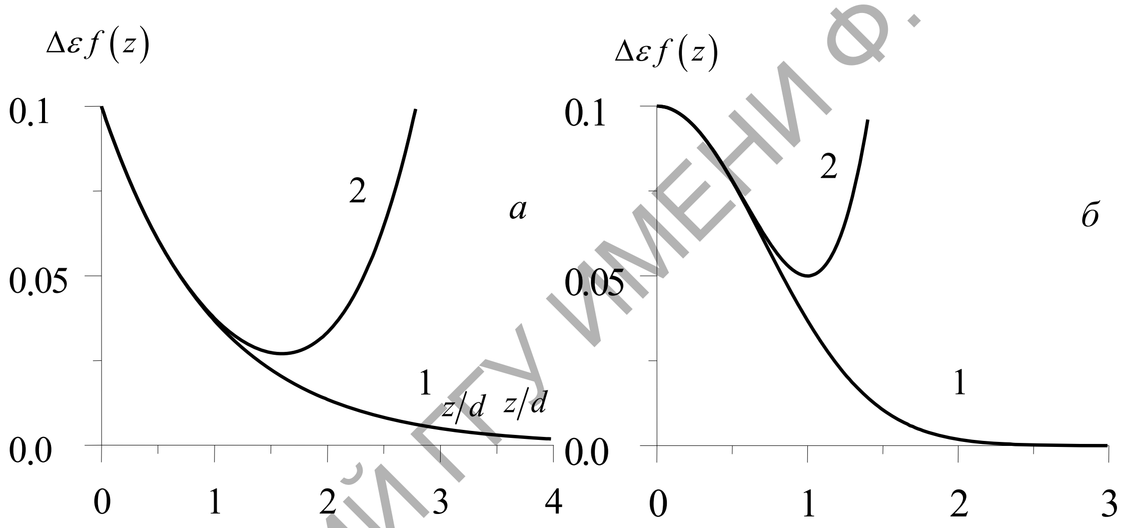

Рисунок – Результаты восстановления *а* – экспоненциального, *б* – гауссова профилей диэлектрической проницаемости неоднородного слоя на подложке $\left(\varepsilon_s = 2.25\right)$; 1 – график профиля, 2 – результат восстановления при условии $d/\lambda \geq 0.25$.

Отметим, что из анализа структуры точного соотношения (7) видно, что в принципе можно ограничиться требованием дифференцируемости функции $f\left(z\right)$ конечного числа раз, которое определяется погрешностями эллипсометрических измерений.

Таким образом, погрешности эллипсометрического метода измерений принципиально ограничивают возможность восстановления профиля диэлектрической проницаемости неоднородного поверхностного слоя.

Литература

1 Пшеницын, В.И. Эллипсометрия в физико-химических исследованиях / В.И. Пшеницын, М.И. Абаев, Н.Ю. Лызлов. – Ленинград: Химия, 1986. – 152 с.

2 Kaiser, J.H. Regularization in Ellipsometry / J.H. Kaiser // Appl. Phys. – 1988. – B 45. – P. 1–5.

3 Parjadis de Lariviere G. [et al.] // Appl. Opt. – 1992. – Vol. 31, N 28. – P. 6056–6061.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

4 Tonova D., Paneva A., Pontchev B. // Opt. Comm. – 1998. – Vol. 150. – P. 121–125.

5 Анализ отражения света от неоднородного поверхностного слоя с помощью уравнений связанных волн / В.А. Карпенко [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2008. – № 3. – С. 86–93.

6 Карпенко В.А. К оценке первого приближения в задаче об отражении света от неоднородного слоя / В.А. Карпенко, В.Н. Лаптинский, А.А. Романенко // Оптика неоднородных структур-2011: материалы III Междунар. науч.-практ. конф., Могилев, 16–17 февраля 2011 г. / УО «МГУ им. А.А. Кулешова»; отв. за вып. Карпенко В.А. [и др.]. – Могилев, 2011. − С. 101–105.

[1]ГУВПО «Белорусско-Российский университет», Могилев

Поступило 03.12.11

[2]УО «Могилевский государственный университет продовольствия», Могилев

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ