

О затухании нелинейных синхротронных колебаний двух сгустков при взаимодействии пучка с резонатором

С. Г. КОНОНЕНКО, А. М. ШЕНДЕРОВИЧ

УДК 621.384.60

В настоящее время хорошо изучено движение одного сгустка или, что то же самое, центра «тяжести» пучка с учетом наведенного напряжения [1—4]. Известно, что система пучок — резонатор действует как система с обратной связью, что приводит в зависимости от выбранных условий к затуханию или антизатуханию колебаний центра «тяжести».

Может возникнуть вопрос, не появятся ли аналогичные эффекты при относительном движении частиц. Этот вопрос был поставлен несколько лет назад А. И. Барышевым. В его работе [5] был дан отрицательный ответ на поставленный вопрос. Автор показал, что на относительное движение двух сгустков наведенное напряжение не оказывает никакого влияния. Однако этот вывод был сделан на основе анализа только линейного приближения. Мы решили более детально исследовать движение двух сгустков.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию синхротронных колебаний двух сгустков в одной сепаратрисе с учетом их взаимодействия с резонатором.

Уравнения движения двух δ -образных сгустков с учетом наведенного напряжения могут быть получены аналогично тому, как это было сделано в работе [1] для случая движения одного сгустка. Эти уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \varphi_1'' + 2\zeta\varphi_1' - \kappa(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_{s0}) = & -\frac{\beta\kappa V_0}{2\omega_s U} \operatorname{Re} \left\{ e^{\frac{im\delta - \beta}{\omega_s}\theta + im\varphi_1} \int_0^\theta e^{\frac{\beta - im\delta}{\omega_s}\theta'} \times \right. \\ & \left. \times [e^{-im\varphi_1} + e^{-im\varphi_2}] d\theta' \right\}; \\ \varphi_2'' + 2\zeta\varphi_2' - \kappa(\cos\varphi_2 - \cos\varphi_{s0}) = & -\frac{\beta\kappa V_0}{2\omega_s U} \operatorname{Re} \left\{ e^{\frac{im\delta - \beta}{\omega_s}\theta + im\varphi_2} \int_0^\theta e^{\frac{\beta - im\delta}{\omega_s}\theta'} \times \right. \\ & \left. \times [e^{-im\varphi_1} + e^{-im\varphi_2}] d\theta' \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где β — затухание в резонаторе; ω_s — частота обращения синхронной частицы; m — номер гармоники, на которой происходит взаимодействие пучка с резонатором; $\delta = \frac{\omega_m}{m} - \omega_s$; ω_m — собственная частота резонатора; U — ускоряющее напряжение; V_0 — наведенное напряжение в случае, когда оба сгустка движутся в виде одного δ -образного синхронного сгустка при $\delta = 0$; φ_1, φ_2 — соответственно фазы первого и второго сгустков относительно ускоряющего поля; φ_{s0} — синхронная фаза при $V_0 = 0$; ζ — декремент радиационного затухания; $\sqrt{\kappa \sin \varphi_{s0}}$ — частота малых синхротронных колебаний при $V_0 = 0$; дифференцирование проводится по безразмерному времени $\theta = \omega_s t$.

Вообще говоря, решение этих уравнений в аналитическом виде для случая нелинейных колебаний вряд ли возможно. Поэтому при анализе относительного

движения были выбраны: 1) получение и решение приближенных дифференциальных уравнений; 2) решение точных уравнений на ЭВМ. Приближенные уравнения могут быть получены в предельном случае сильного затухания колебаний в резонаторе. Если колебания в резонаторе затухают существенно быстрее длительности периода синхротронных колебаний, т. е. $\beta \gg \omega_s \sqrt{\kappa \sin \varphi_{s0}}$, то свободными колебаниями резонатора практически можно пренебречь и считать, что частоты и фазы колебаний резонатора жестко связаны с частотами и фазами колебаний сгустков. Поэтому число степеней свободы в системе уменьшается и она описывается уже дифференциальными уравнениями второго порядка.

Выполнение вышеуказанного неравенства математически означает, что основной вклад в интегралы уравнений (1) вносят члены вблизи верхнего предела в небольшом диапазоне θ' , в котором величины φ_1 и φ_2 почти не изменяются. Поэтому их можно записать в виде

$$\begin{aligned} \varphi_1(\theta') &= \varphi_1(\theta) + \varphi_1'(\theta)(\theta' - \theta); \\ \varphi_2(\theta') &= \varphi_2(\theta) + \varphi_2'(\theta)(\theta' - \theta). \end{aligned} \quad (2)$$

Подставив выражения (2) в (1), после интегрирования и перехода к координатам центра тяжести $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$ и относительного движения $\eta = \varphi_1 - \varphi_2$ получим

$$\begin{aligned} \varphi'' + 2\zeta\varphi' - \kappa \cos \varphi \cos \frac{\eta}{2} = & -\frac{\kappa V_s}{2U} \left\{ 1 - \chi\varphi' + \right. \\ & \left. + [1 - \chi\varphi'] \cos m\eta + \frac{1}{2} \left(\frac{m\omega_s}{\beta} - \frac{m\delta}{\beta} \chi \right) \eta' \sin m\eta \right\}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \eta'' + 2\kappa \sin \varphi \sin \frac{\eta}{2} = & -2\zeta\eta' - \frac{\kappa V_s}{2U} \times \\ & \times \left\{ \eta' \chi (\cos m\eta - 1) - 2 \left[\frac{m\delta}{\beta} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \varphi' \left(\frac{m\omega_s}{\beta} - \frac{m\delta}{\beta} \chi \right) \right] \sin m\eta \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

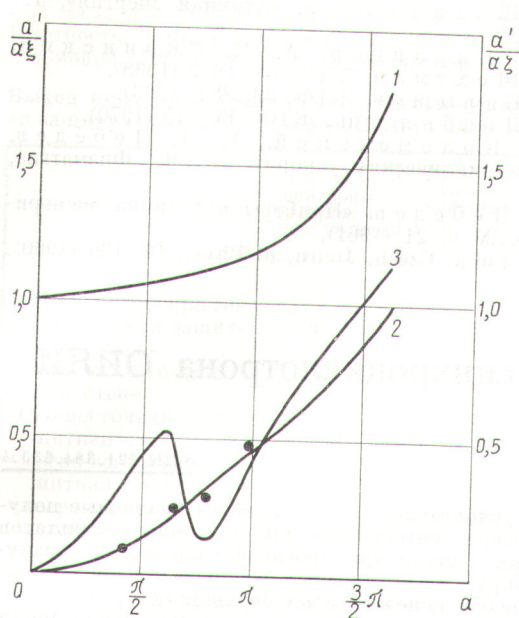
$$\chi = \frac{\beta^2 + m^2\delta^2 + 2m^2\omega_s\delta}{\beta^2 + m^2\delta^2}; \quad V_s = \frac{\beta^2}{m^2\delta^2 + \beta^2} V_0.$$

При небольшой амплитуде колебаний, когда можно ограничиться разложением до кубических членов (включительно), и небольших значениях V_s/U уравнения (3) и (4) можно проинтегрировать методом усреднения. В этом случае решение можно представить в виде *

$$\eta = Ae^{i\Omega\theta} + A^*e^{-i\Omega\theta}; \quad \varphi - \varphi_s = Be^{i\Omega\theta} + B^*e^{-i\Omega\theta}. \quad (5)$$

Производя вариацию произвольных постоянных A и B , легко получить в первом приближении метода усредне-

* Разложение произведено около точного решения нелинейных уравнений (3) и (4): $\eta = 0, \varphi = \varphi_s$.



Зависимость радиационного затухания (кривая 1) и затухания, связанного с наведенным напряжением при $m = 1$ (кривая 2) и $m = 2$ (кривая 3), от амплитуды относительных колебаний. Точки около кривой 2 — результаты расчетов на ЭВМ.

ния, что одним из решений системы (3), (4) является решение с покоящимся центром «тяжести»:

$$B' = B = 0; \quad a^2 = \frac{a_0^2 e^{-2\xi\theta}}{1 - \frac{a_0^2 \xi^2 m^2}{16\xi^2} (1 - e^{-2\xi\theta})}, \quad (6)$$

где $a = 2|A|$ — амплитуда колебаний; a_0 — ее начальное значение; ξ — инкремент центра «тяжести».

Из формулы (6) следует, что при наличии взаимодействия пучка с резонатором возникает дополнительное затухание или антизатухание относительных колебаний.

Этот результат имеет место и при больших амплитудах относительных колебаний. Если допустить, что и в этом случае существует решение с покоящимся центром «тяжести» * $\Phi = \Phi_s$, то, рассматривая правую часть уравнения (4) как малую добавку, в первом приближении метода усреднения (аналогично [6]) получим следующее уравнение для a :

$$a' = \frac{\sqrt{2}}{\sin \frac{a}{2} K \left(\sin \frac{a}{4} \right)} (-2\xi I_1 + 2\xi I_2);$$

$$I_2 = \int_0^a (1 - \cos m\eta) \sqrt{\cos \frac{\eta}{2} - \cos \frac{a}{2}} d\eta; \quad (7)$$

* Фактически всегда имеют место небольшие колебания центра «тяжести», однако, как показали расчеты на ЭВМ (см. ниже), это не меняет полученных результатов.

$$I_1 = \int_0^a \sqrt{\cos \frac{\eta}{2} - \cos \frac{a}{2}} d\eta =$$

$$= 2\sqrt{2} \left\{ 2E \left(\sin \frac{a}{4} \right) - \left(1 + \cos \frac{a}{2} \right) K \left(\sin \frac{a}{4} \right) \right\},$$

где K и E — полные эллиптические интегралы первого и второго рода.

Интеграл I_2 может быть вычислен при любых m . Его значения при $m = 1$ и $m = 2$ равны соответственно:

$$I_2 = \frac{32\sqrt{2}}{15} \{ 2E(k)(k^4 - k^2 + 1) - K(k)(k^4 - 3k^2 + 2) \}; \quad k = \sin \frac{a}{4}; \quad (8)$$

$$I_2 = \frac{256\sqrt{2}}{63} \{ E(k)(6,4k^8 - 12,6k^6 + 7,8k^4 - 1,4k^2 + 1) - K(k)(3,2k^8 - 6,8k^6 + 4,5k^4 - 1,9k^2 + 1) \}. \quad (9)$$

Результаты расчета скорости дополнительного затухания, рассчитанные по формулам (7)–(9), приведены на рисунке.

Из формулы (6) и рисунка следует, что при взаимодействии пучка с резонатором возникает нелинейное «трение», которое приводит к затуханию или антизатуханию относительных колебаний двух сгустков. Хотя этот эффект исчезает при $a \rightarrow 0$ (что согласуется с данными работы [5]), его величина довольно значительна и уже при сравнительно небольших амплитудах ($30-60^\circ$) — того же порядка, что и затухание центра тяжести. Кроме того, знак инкремента для относительных колебаний совпадает со знаком инкремента центра «тяжести», т. е. при $\delta < 0$ имеет место затухание, а при $\delta > 0$ — антизатухание. Дополнительное затухание является нерадиационным, оно существует также и в протонном накопителе.

Эти результаты были получены на основе анализа приближенных уравнений (3) и (4). Поэтому для их проверки были проведены расчеты на ЭВМ с помощью точных уравнений (1). Как видно из рисунка, полученные результаты хорошо согласуются. Кроме того, при проведении анализа не учитывались бетатронные колебания и поперечные составляющие электромагнитного поля в резонаторе. Известно [7–9], что если не учитывать эти факторы, то в уравнениях появляются ошибочные диссипативные члены.

Однако в данном случае эти факторы, по-видимому, несущественны, так как эффект не связан с пространственным распределением поля в резонаторе. Причина возникновения дополнительного затухания та же самая, что и для центра «тяжести». Хорошо известно, что колебания одного из сгустков при отсутствии другого вследствие взаимодействия с резонатором затухают (или антизатухают) и наличие второго сгустка не может устранить этот эффект.

Энергия относительных колебаний при их затухании (так же как и центра тяжести) рассеивается в стенках резонатора. Благодаря этому оказывается возможным нарушение теоремы Лиувилля о сохранении фазового объема.

В заключение авторы выражают благодарность Ю. Н. Григорьеву за обсуждение результатов настоящей работы.

Поступило в Редакцию 19/V 1969 г.
В окончательной редакции 27/X 1969 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Барышев, С. А. Хейфец. ЖТФ, 33, 320 (1963).
2. А. А. Наумов и др. «Атомная энергия», 20, 210 (1966).

3. С. С. Шахиджанов. «Атомная энергия», 12, 483 (1962).
4. М. М. Карлинер, А. Н. Скринский, И. А. Шехтман. ЖТФ, 38, 1945 (1968).
5. А. И. Барышев. ЖТФ, 33, 882 (1963).
6. А. Н. Довбня и др. ЖТФ, 40, 275 (1970).
7. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей. М., Физматгиз, 1963.
8. А. Н. Лебедев. «Приборы и техника эксперимента», № 6, 21 (1961).
9. R. Klíma. Czech. Journ. of Phys., 10, 136 (1960).

Выход излучения за пределы защиты синхроциклотрона ОИЯИ

В. Е. АЛЕЙНИКОВ, Л. Р. КИМЕЛЬ, М. М. КОМОЧКОВ;
В. П. СИДОРИН

УДК 621.384.633.4

При решении проблемы радиационной защиты ускорителей протонов на высокие энергии весьма важной задачей является определение границ санитарно-защитной зоны, за пределами которой уровни излучения не должны превышать допустимые значения [1]. Обычно на внешней стороне защитных стен уровни излучения меньше уровней, допустимых для профессиональных работников. Это, по-видимому, оправдано, так как стоимость защиты достигает 30% общих затрат на строительство всего комплекса [2]. Однако и при наличии защитных сооружений ускорительный комплекс является источником излучения, уровни которых даже на больших расстояниях от ускорителя могут значительно превышать фоновые уровни.

Корректное решение задачи по определению размеров санитарно-защитной зоны может быть получено, если известны характеристики источника излучения (геометрия источника, вид испускаемых излучений и спектрально-угловое распределение), а также законы распространения в воздухе излучения, выходящего за защиту, при наличии границы раздела земля — воздух (с учетом геометрии источника и спектрально-углового распределения).

В работах [3—6], посвященных экспериментальным исследованиям распространения излучения от кон-

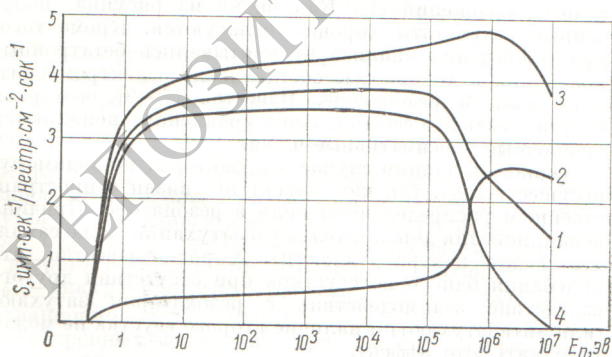
кретных ускорителей, рекомендованы различные полуэмпирические соотношения для описания результатов измерений. Однако при прогнозировании полей излучения вокруг проектируемых ускорителей эти соотношения следует использовать с большой осторожностью, так как характеристики источников излучения могут быть различными.

В настоящей работе экспериментально определен выход нейтронов различных энергетических групп (быстрых, промежуточных и тепловых нейтронов) из внешних защитных стен синхроциклотрона ОИЯИ на 660 Мэв. Получение такой информации является первым этапом излучения спектрально-угловых характеристик излучения, выходящего за защиту ускорителя. Кроме того, эти данные необходимы для выявления локальных источников утечки излучения в защите ускорителя. Этому вопросу посвящено очень мало работ; можно указать лишь работу [7], в которой определен выход быстрых нейтронов за защиту синхроциклотрона ЦЕРНа на 600 Мэв.

Синхроциклотрон ОИЯИ на 660 Мэв расположен внутри бетонной защиты размерами 52 × 38 × 32 м. Толщина бетонных стен по всему периметру равна 2 м. Все стены, кроме юго-западной, имеют земляную обваловку высотой приблизительно 10 м. В юго-западной стене имеются четыре оконных проема, каждый размером 1,35 × 14 м. Толщина верхнего перекрытия составляет около 1 м (бетон, песок, шлак). Более подробное описание конструкций защитных сооружений синхроциклотрона приведено в работе [8].

С помощью пропорционального борного счетчика СНМО-5 с полиэтиленовыми замедлителями [9] были измерены плотности потоков быстрых и промежуточных нейтронов, выходящих через верхнее перекрытие и боковые стены здания ускорителя. Использовались цилиндрические замедлители, покрытые кадмием, с толщиной замедляющего слоя 40 (детектор 1) и 120 мм (детектор 2).

На рисунке показаны энергетические зависимости чувствительности таких детекторов S_1 и S_2 , а также характеристики гипотетических детекторов, чувствительность которых является суммой $S_1 + S_2$ (кривая 3) и разностью $S_1 - 0,6S_2$ (кривая 4) чувствительностей детекторов 1 и 2. Такая комбинация обеспечивает получение «длинных» счетчиков в области энергии $1 \text{ эв} < E < 20 \text{ Мэв}$ (сумма чувствительностей)



Зависимость чувствительности S детектора от энергии нейтронов E_n при различных толщинах замедляющего слоя:

1 — толщина замедляющего слоя 40 мм; 2 — толщина замедляющего слоя 120 мм; 3, 4 — гипотетический детектор с суммарной и разностной чувствительностями детекторов 1 и 2 соответственно.