до мишени ускорителя используется магнитное ограничение. Продольное магнитное поле создается с помощью соленоида L, помещенного в область ускорения и служащего одновременно для улучшения однородности ускоряющего электрического поля. Ускоряющая система нагружена на соленоид через конденсатор C_1, заряжаемый от внешнего источника. В случае ускорения меньших токов фокусировка электронного пучка осуществляется системой магнитных линз, а область ускорения экранируется от рассеянных импульсных магнитных полей. При этом пучок на выходе ускорителя имеет малую угловую расходимость. Накопительные конденсаторы C заряжаются импульсно за 5 *мксек*.

На рис. 3 приведены осциллограммы вторичного напряжения (на одном из блоков), напряжения инжекции, импульса тока ~ 1300 *а* и импульса тормозного излучения, полученные в одном цикле ускорения электронов до энергии ~ 2 *Мэв*. (Максимальное значение ускоренного тока составляет примерно 2000 *а* и ограничивается инжектирующим устройством.)

В процессе эксплуатации ускорителя изучены основные его характеристики. Проведены опыты по ускорению электронов плазмы, предварительно созданной в области ускорения; зарегистрирован ток быстрых электронов $\sim 4 \cdot 10^3$ *а*. Осуществлена инжекция пучка электронов из безжелезного индукционного линейного ускорителя в магнитное поле бетатронного типа с последующим ускорением до нескольких десятков *Мэв*.

Поступило в Редакцию 4/VIII 1969 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Christofilos et al. Rev. Sci. Instrum., 35, 886 (1964).
2. А. И. Анацкий и др. «Атомная энергия», 21, 439 (1966).
3. В. С. Босамыкин и др. Бюллетень изобретений № 23, 1967.
4. В. С. Босамыкин. Бюллетень изобретений № 9, 1969.

Резонансное ускорение пучка осцилляторов в поле плоской волны

В. Б. КРАСОВИЦКИЙ

УДК 621.384.601

В работах [1, 2] показано, что осциллятор, образованный заряженной частицей во внешнем магнитном поле, может быть ускорен полем плоской монохроматической волны до значительных энергий, если в начале ускорения частота ускоряющего поля в системе отсчета, связанной с частицей, равна гирочастоте. Интересно, что синхронизм между полем и частицей не нарушается с ростом энергии частицы даже при релятивистских скоростях, вследствие чего (без учета силы торможения излучением [3]) частица может быть ускорена до бесконечно больших энергий.

Применяемое в работах [1, 2] одночастичное приближение позволяет достаточно полно изучить элементарный механизм ускорения, но описывает процесс не полностью, так как предполагает, что энергия ускоряющего поля значительно больше энергии, приобретаемой частицей, и не учитывает влияния ускоряемого тока на поле. Этот эффект имеет существенное значение, когда плотность энергии ускоряемого тока становится сравнимой с плотностью энергии ускоряющего поля и, как показано ниже, приводит к срыву режима ускорения. При этом максимальная энергия, приобретаемая пучком, зависит от начальной амплитуды ускоряющего поля и плотности пучка.

Исходная система уравнений состоит из уравнений движения пучка и уравнений Максвелла для полей:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}\gamma\mathbf{v}+v_z\frac{\partial}{\partial z}\gamma\mathbf{v}=\frac{e}{m}\mathbf{E}+\frac{e}{mc}[\mathbf{v},\,\mathbf{H}+\mathbf{H}_0];\\&\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=\frac{4\pi e}{c^2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}n\mathbf{v}.\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

Здесь $\mathbf{v}$ — скорость пучка; $\gamma=\left(1-\frac{|\mathbf{v}|^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ — его энергия, а n — плотность. Ось z направим вдоль внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$, так что v_z — проекция скорости пучка на направление внешнего магнитного поля.

При решении системы (1) предположим, что $v_z(t, z)=v_{||}(t)$ и $n(t, z)=n_0$ (уравнение непрерывности при этом удовлетворяется автоматически [4]), и будем искать решение в виде плоских волн круговой поляризации:

$$\left.\begin{aligned}&E_x+iE_y=E(t)\exp i\,[\Phi+\psi(t)];\\&v_x+iv_y=v_\perp(t)\exp i\,[\Phi+\vartheta(t)],\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

где $\Phi=\omega t-kz$, $\omega=ck$, а $E(t)$, $v_\perp(t)$, $\psi(t)$ и $\vartheta(t)$ — медленно изменяющиеся функции времени. Подставляя выражение (2) в систему (1) и выражая магнитное поле через электрическое $\mathbf{H}=[\mathbf{nE}]$ (где $\mathbf{n}$ — единичный вектор вдоль $\mathbf{H}_0$), получаем систему уравнений в полных производных по времени:

$$\frac{d}{dt}\gamma v_\perp=\frac{e}{m}\left(1-\frac{v_{||}}{c}\right)E\cos(\vartheta-\psi);\qquad(3)$$

$$\frac{d}{dt}\gamma v_{||}=\frac{e}{mc}v_\perp E\cos(\vartheta-\psi);\qquad(4)$$

$$\frac{dE}{dt}=-2\pi e n_0 v_\perp\cos(\vartheta-\psi);\qquad(5)$$

$$\frac{d}{dt}(\vartheta-\psi)=\frac{\omega_H}{\gamma}-\omega\left(1-\frac{v_{||}}{c}\right)-\left(\frac{\frac{d}{dt}\gamma v_\perp}{\gamma v_\perp}+\frac{\frac{dE}{dt}}{E}\right)\operatorname{tg}(\vartheta-\psi).\qquad(6)$$

Из уравнений (3)—(5) можно найти законы сохранения энергии и импульса в системе ускоряющее поле — пучок:

$$n_0 mc^2\gamma+\frac{E^2}{4\pi}=C_1; \qquad (7)$$

$$n_0 mcv_{||}\gamma+\frac{E^2}{4\pi}=C_2. \qquad (8)$$

Вычитая почленно равенство (8) из (7), установим, что величина

$$\left(1-\frac{v_{||}}{c}\right)\gamma\equiv\left(1-\frac{v_{||}}{c}\right)\left(1-\frac{v_{||}^2}{c^2}-\frac{v_{\perp}^2}{c^2}\right)^{-1/2}=\sqrt{\mu}, \qquad (9)$$

представляющая собой разность между энергией и продольным импульсом пучка, сохраняется и является интегралом движения [1, 2]. Используя формулу (9), можно упростить систему уравнений (3)—(6), полагая, что $\mu=\frac{\omega_H}{\omega}$ и $\vartheta-\psi=0$. Легко видеть, что при этом существует резонансное решение системы (3)—(6), при котором уравнение (6) удовлетворяется при любых значениях функций $v_{\perp}(t)$, $v_{||}(t)$ и $E(t)$. Выражая $v_{||}$ через $v_{\perp}$ из соотношения (9)

$$v_{||}=\frac{c}{1+\mu}\left[1-\mu\sqrt{1-\frac{1+\mu}{\mu}\cdot\frac{v_{\perp}^2}{c^2}}\right] \qquad (10)$$

и выполняя замену переменного $v_{\perp}=c\sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}}\times\sin x$, можно привести уравнение (3) к следующему виду:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{e}{mc}\cdot\frac{\sqrt{\mu}}{(1+\mu)^{3/2}}(1+\cos x)^2 E. \qquad (11)$$

Электрическое поле, входящее в уравнение (11), выразим через переменную x, используя равенство (7):

$$E(t)=\left[E_0^2-2\pi n_0 mc^2(1+\mu)\,\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}\right]^{1/2}. \qquad (12)$$

Подставляя выражение (12) в (11) и вводя новую переменную $w=\mathrm{tg}\frac{x}{2}$, получаем дифференциальное уравнение первого порядка для функции $w(t)$:

$$\frac{dw}{dt}=2\omega_0\sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}}\cdot\frac{1}{1+w^2}(w_0^2-w^2)^{1/2}, \qquad (13)$$

где $w_0^2=\frac{E_0^2}{2\pi n_0 mc^2(1+\mu)}$ и $\omega_0^2=\frac{4\pi e^2 n_0}{m}$ — ленгмюровская частота пучка.

Как следует из уравнения (13), в начале процесса ускорения (при $w\ll 1$) функция w линейно растет со временем: $w(t)\sim\frac{e}{mc}E_0 t$. С ростом энергии пучка (при $w\gtrsim 1$) эффективность ускорения уменьшается:

$$w(t)\sim\left(\frac{e}{mc}E_0 t\right)^{1/3}.$$

Максимальное значение функции $w_{\text{макс}}$, а тем самым и энергии, приобретаемой пучком в поле волны, можно найти, полагая в формуле (13) $\dot{w}(w_{\text{макс}})=0$, $w_{\text{макс}}=w_0$. Соответственно для энергии пучка получим следующую формулу:

$$mc^2\gamma_{\text{макс}}=\frac{1}{2}mc^2(1+\mu)\left[1+\frac{E_0^2}{2\pi n_0 mc^2(1+\mu)}\right]. \qquad (14)$$

Согласно формуле (14) рассматриваемый метод ускорения достаточно эффективен, если начальная плотность энергии поля значительно превосходит плотность энергии в пучке: $E_0^2\gg 4\pi n_0 mc^2$.

Из формулы (13) следует, что функция w увеличивается от нуля до единицы за время $T_1\sim\left(\frac{mc}{E_0 e}\right)^{1/3}$. Далее процесс ускорения замедляется: $w(t)$ достигает величины $w_0\gg 1$ за время $T_2\sim\frac{w_0^2}{\omega_0}$.

Выше рассматривалось резонансное ускорение пучка осцилляторов плоской волной круговой поляризации в пренебрежении продольным поляризационным током, создаваемым пучком. Поэтому необходимо определить условия, при которых это приближение справедливо. Как показано в работе [4], основным эффектом, возникающим при учете продольного поля, является смещение пучка по фазе относительно ускоряющего поля, приводящее к срыву режима ускорения.

Считая $v_{||}=c$, найдем продольное поле $E_{||}(t)$, создаваемое током en_0c: $E_{||}(t)=-4\pi en_0 ct$. Величина μ [см. формулу (9)] при этом зависит от времени и определяется следующим соотношением:

$$\mu(t)=\mu_0+\frac{\mu_0}{1+\mu_0}\omega_0^2 t^2\frac{2}{w_0^2}; \quad \mu_0\equiv\frac{\omega_H}{\omega}. \qquad (15)$$

Подставляя $\mu(t)$ в уравнение (6), найдем изменение фазы пучка $\vartheta(t)$ со временем:

$$\vartheta(t)\cong-\frac{1}{3}\omega_0^2\omega_H\left(\frac{4\pi n_0 mc^2}{E_0^2}\right)^2 t^3. \qquad (16)$$

Очевидно, что процесс ускорения закончится при $\vartheta\sim 1$. Время $T_{||}$, определяемое из этого условия, оказывается равным

$$T_{||}\sim\left[\frac{1}{\omega_0^2\omega_H}\cdot\frac{E_0^4}{(4\pi n_0 mc^2)^2}\right]^{1/3}. \qquad (17)$$

Сравнивая $T_{||}$ со временем T_2, характеризующим процесс ускорения без учета продольного поля, получим, что условие, при котором продольное поле можно не учитывать, имеет вид

$$\left(\frac{\omega_H}{\omega_0}\cdot\frac{E_0^2}{4\pi n_0 mc^2}\right)^{1/3}\leqslant 1. \qquad (18)$$

Если неравенство (18) не выполняется, процесс ускорения может быть нарушен раньше, чем пучок успеет набрать энергию, определяемую формулой (14). В этом случае энергию пучка можно оценить по формуле

$$mc^2\gamma_{\text{макс}}\sim mc^2\left(\frac{eE_0T_{||}}{mc}\right)^{2/3}.$$

Поступило в Редакцию 2/VII 1969 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. «Докл. АН СССР», 145, 1259 (1962); ЖЭТФ, 44, 261 (1963).
2. В. Я. Давыдовский. ЖЭТФ, 43, 886 (1962).
3. В. Б. Красовицкий, В. И. Курилко. «Изв. вузов. Радиофизика», 7, 1194 (1964).
4. В. Б. Красовицкий, В. И. Курилко. ЖЭТФ, 49, 1831 (1965).