Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, №6(69), 2011

УДК 530.1; 539.12

Квазисвободная двухвременная функция Грина трехчастичной бозон-фермионной системы

Г. Ю. Тюменков

В рамках ковариантного одновременного подхода в квантовой теории поля получен явный вид квазисвободной двухвременной функции Грина трехчастичной бозон-фермионной системы со спиновой структурой (0; 0; 1/2). Взаимодействие системы с внешним электромагнитным полем рассматривалось в импульсном приближении.

Ключевые слова: двухвременная функция Грина, бозон-фермионная система, спиновая структура, скалярная частица, спинорная частица.

In the framework of covariant single-time approach in quantum field theory the explicit form of quasi-free double-time Green function for three-body boson-fermion system with spin structure (0; 0; 1/2) is obtained. The interaction of the system and external electromagnetic field is considered, using the momentum approximation.

Keywords: double-time Green function, boson-fermion system, spin structure, scalar particle, spinor particle.

Трехчастичные бозон-фермионные системы, даже при сравнении с такого же рода системами двухчастичными (экзоатомы, кварк-дикварковые системы и т.д.), представляются объектами значительно более экзотическими и практически нереализуемыми в материальном мире в виде связанных состояний. При этом, современное понимание как КЭД- так и КХД-взаимодействия вполне допускает возможность их существования, если и не в виде реальных частиц, то в качестве модельных приближенных реализаций последних. Так, весьма актуальные в настоящее время пентакварки [1; 2] можно моделировать бозон-фермионными системами. Например, самый легкий представитель этого семейства Θ^{+}, достоверность наблюдения [1] которого в настоящее время очень активно дискутируется, представим в виде связанной системы спинорного антикварка $\bar{s}$ и двух скалярных дикварков (uu) и (dd). Последнее явно подтверждает физическую значимость рассматриваемых систем и важность разнообразных аспектов их квантовополевого описания.

В теории релятивистских связанных систем общепризнанным методом исследования является ковариантный одновременной подход в квантовой теории поля [3], наиболее последовательный вариант которого основан на применении ковариантных двухвременных функций Грина (ФГ) $\tilde{G}$ [4]. Обратная свободная двухвременная ФГ $\{\tilde{G}_{(0)}\}^{-1}$ играет важнейшую роль при построении интегральных уравнений для релятивистских волновых функций систем как на уровне формирования квазипотенциала (ядра), так и определения неинтегральной части уравнений. Аналогичную роль выполняет обратная квазисвободная двухвременная ФГ $\{\tilde{G}^{qf}_{(0)}\}^{-1}$ [5] при исследовании систем частиц, находящихся во внешнем электромагнитном поле A_μ. Однако процедура обращения изначально предполагает знание вида необращенных ФГ, поэтому приступим к их нахождению. При этом отметим, что для системы со спиновой структурой (0; 0; 1/2), согласно [4], процедура обращения не приводит к сингулярности и возможна без проектирования ФГ на дираковские биспиноры, то есть с сохранением их изначальной матричной структуры.

Пусть в рассматриваемой трехчастичной системе первая и вторая частицы будут скалярными со спинами $S_{1,2} = 0$, их массы равны соответственно m_1 и m_2, начальные 4-импульсы обозначим $p_1 = (p_{10}, \vec{p}_1)$ и $p_2 = (p_{20}, \vec{p}_2)$. Третья же частица является спинорной с характеристиками: $S_3 = 1/2$, m_3, $p_3 = (p_{30}, \vec{p}_3)$. Учет внешнего электромагнитного поля с использованием импульсного приближения [6] приводит к трехкомпонентности $\tilde{G}_{(0)}{}^{qf}$ вида:

$$\tilde{G}_{(0)}{}^{qf} = \tilde{G}_{(0)}{}^{[1]} + \tilde{G}_{(0)}{}^{[2]} + \tilde{G}_{(0)}{}^{[3]}\,, \tag{1}$$

где $\tilde{G}_{(0)}{}^{[j]}$ (j = 1,2,3) – квазисвободные двухвременные ФГ, учитывающие факт взаимодействия поля A_μ с j-ой частицей. Все слагаемые в формуле (1) получаются из изначально четырехвременных свободных ФГ $G_{(0)}{}^{[j]}$, определяемых как вакуумные математические ожидания хронологического произведения гайзенберговских полей частиц, входящих в систему, и поля A_μ в импульсном пространстве, путем интегрального приравнивания времен в начальном и конечном состоянии [4]. При этом возникает характерная для данного варианта подхода параметризация ФГ полной энергией системы P_0 , которая остается и в интегральных уравнениях. Для первой и второй частиц структура $G_{(0)}{}^{[j]}$ схожа, и они имеют форму:

$$G_{(0)}{}^{[1]} = Q_1 \cdot \frac{m_3 + \hat{p}_3}{p_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \frac{\Gamma_{1\mu} A^\mu(\vec{q}_1)}{k_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_2^2 - m_2^2 + i0}, \tag{2}$$

$$G_{(0)}{}^{[2]} = Q_2 \cdot \frac{m_3 + \hat{p}_3}{p_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \frac{\Gamma_{2\mu} A^\mu(\vec{q}_2)}{k_2^2 - m_2^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_2^2 - m_2^2 + i0}, \tag{3}$$

где k_j – конечные 4-импульсы скалярных частиц, трехмерные импульсы фотонов $\vec{q}_j = \vec{k}_j - \vec{p}_j$, вершинные функции $\Gamma_{j\mu} = (k_j + p_j)_\mu$, а Q_j – электрические заряды. И для третьей частицы с учетом аналогичных обозначений:

$$G_{(0)}{}^{[3]} = Q_3 \cdot \frac{m_3 + \hat{k}_3}{k_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \hat{A}(\vec{q}_3) \cdot \frac{m_3 + \hat{p}_3}{p_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_2^2 - m_2^2 + i0}. \tag{4}$$

Выражения (2)–(4) посредством вышеуказанного способа приравнивания времен приводят к следующим видам ФГ, составляющих (1):

$$\tilde{G}_{(0)}{}^{[1]} = \frac{Q_1}{16\,\omega_{1p}\,\omega_{2p}\omega_{3p}\,\omega_{1k}} A^\mu(\vec{q}_1)\,[(m_3 + \hat{p}_3) \times$$

$$\times \left(\frac{\Gamma_\mu^{(-)} R_p}{P_0 - \omega_{1k} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0} - \frac{\left[\Gamma_{(p)}^{(+)}\right]_\mu R_p}{\omega_{1p} + \omega_{1k}} - \frac{\left[\Gamma_{(k)}^{(+)}\right]_\mu}{(P_0 - \omega_{1k} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0)(\omega_{1p} + \omega_{1k})} \right) +$$

$$+ \left(\frac{\Gamma_\mu^{(+)} A_p}{P_0 + \omega_{1k} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0} + \frac{\left[\Gamma_{(p)}^{(-)}\right]_\mu A_p}{\omega_{1p} + \omega_{1k}} + \frac{\left[\Gamma_{(k)}^{(-)}\right]_\mu}{(P_0 + \omega_{1k} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0)(\omega_{1p} + \omega_{1k})} \right) \times$$

$$\times\, (m_3 - \hat{p}_3^{\prime})], \tag{5}$$

$$\tilde{G}_{(0)}{}^{[2]} = \frac{Q_2}{16\,\omega_{1p}\,\omega_{2p}\omega_{3p}\,\omega_{2k}} A^\mu(\vec{q}_2)\,[(m_3 + \hat{p}_3) \times$$

$$\times \left(\frac{\Pi_\mu^{(-)} R_p}{P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2k} - \omega_{3p} + i0} - \frac{\left[\Pi_{(p)}^{(+)}\right]_\mu R_p}{\omega_{2p} + \omega_{2k}} - \frac{\left[\Pi_{(k)}^{(+)}\right]_\mu}{(P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2k} - \omega_{3p} + i0)(\omega_{2p} + \omega_{2k})} \right) +$$

$$+ \left(\frac{\Pi_\mu^{(+)} A_p}{P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2k} + \omega_{3p} - i0} + \frac{\left[\Pi_{(p)}^{(-)}\right]_\mu A_p}{\omega_{2p} + \omega_{2k}} + \frac{\left[\Pi_{(k)}^{(-)}\right]_\mu}{(P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2k} + \omega_{3p} - i0)(\omega_{2p} + \omega_{2k})} \right) \times$$

$$\times (m_3 - \hat{\tilde{p}}'_3)], \tag{6}$$

$$\tilde{G}_{(0)}^{[3]} = \frac{Q_3}{16\, \omega_{1p}\, \omega_{2p} \omega_{3p}\, \omega_{3k}} \times$$

$$\left[\frac{(m_3 + \hat{\tilde{k}}_3)\, \hat{A}(\vec{q}_3)(m_3 + \hat{\tilde{p}}_3) R_p}{P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2p} - \omega_{3k} + i0} + \frac{(m_3 - \hat{\tilde{k}}'_3)\, \hat{A}(\vec{q}_3)(m_3 - \hat{\tilde{p}}'_3) A_p}{P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2p} + \omega_{3k} - i0} + \right.$$

$$+ \frac{(m_3 - \hat{\tilde{k}}'_3)\, \hat{A}(\vec{q}_3)(m_3 + \hat{\tilde{p}}_3)}{(\omega_{3p} + \omega_{3k})} \left(\frac{1}{P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2p} + \omega_{3k} - i0} - R_p \right) +$$

$$\left. + \frac{(m_3 + \hat{\tilde{k}}_3)\, \hat{A}(\vec{q}_3)(m_3 - \hat{\tilde{p}}'_3)}{(\omega_{3p} + \omega_{3k})} \left(A_p - \frac{1}{P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2p} - \omega_{3k} + i0} \right) \right], \tag{7}$$

в которых для компактизации записи был использован ряд дополнительных обозначений:

а) $\tilde{p}_j = (\omega_{jp}, \vec{p}_j)$, $\tilde{p}'_j = (\omega_{jp}, -\vec{p}_j)$, $\omega_{jp} = \sqrt{m_j^2 + \vec{p}_j^{\,2}}$ (j = 1,2,3) и аналогичные параметры путем замены (p ↔ k);

б) $R_p = (P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0)^{-1}$, $A_p = (P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0)^{-1}$;

в) $\Gamma_\mu^{(\pm)} = \{2[P_0 \pm (\omega_{2p} + \omega_{3p})], \vec{p}_1 + \vec{k}_1\}$, $\left[\Gamma^{(\pm)}_{(p)}\right]_\mu = (\pm 2\omega_{1p}, \vec{p}_1 + \vec{k}_1)$, $\left[\Gamma^{(\pm)}_{(k)}\right]_\mu = (\pm 2\omega_{1k}, \vec{p}_1 + \vec{k}_1)$;

г) $\Pi_\mu^{(\pm)} = \{2[P_0 \pm (\omega_{1p} + \omega_{3p})], \vec{p}_2 + \vec{k}_2\}$, $\left[\Pi^{(\pm)}_{(p)}\right]_\mu = (\pm 2\omega_{2p}, \vec{p}_2 + \vec{k}_2)$, $\left[\Pi^{(\pm)}_{(k)}\right]_\mu = (\pm 2\omega_{2k}, \vec{p}_2 + \vec{k}_2)$.

Кинематические связи трехмерных импульсов частиц в (5)–(7) гораздо сложнее, чем в случае двухчастичных систем, и поэтому требуют отдельного обсуждения даже при переходе к системе центра масс. Невзирая на выявленную громоздкость, квазисвободная двухвременная ФГ (1) все же допускает процедуру несингулярного обращения, доступную реализации с помощью известных программных пакетов аналитических вычислений.

Иногда в представление $\tilde{G}_{(0)}^{qf}$ вида (1) аддитивно включают и $\tilde{G}_{(0)}$ [5] , то есть слагаемое без взаимодействия с внешним полем, которое для рассматриваемой системы имеет вид:

$$\tilde{G}_{(0)} = \frac{1}{8\, \omega_{1p}\, \omega_{2p} \omega_{3p}} \left[\frac{(m_3 + \hat{\tilde{p}}_3)}{P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0} - \frac{(m_3 - \hat{\tilde{p}}'_3)}{P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0} \right] \tag{8}$$

и допускает обращение в форме:

$$\{\tilde{G}_{(0)}\}^{-1} = 4\, \omega_{1p}\, \omega_{2p} \left[P_0 \gamma^0 - \frac{\omega_{1p} + \omega_{2k} + \omega_{3p}}{\omega_{3p}} (\vec{p}_3 \vec{\gamma} + m_3) \right],$$

что следует из [4]. Подобная добавка не исключает процедуру общего обращения нового вида $\tilde{G}_{(0)}^{qf}$, но делает невозможной очень широко используемую и весьма эффективную процедуру совокупного проектирования на дираковские биспиноры, приводящую к значительному упрощению исходных выражений и разделяющую их на опережающие и запаздывающие части. Последнее утверждение достаточно очевидно при понимании физического различия вида проективных операторов, присутствующих в (7) и (8).

Литература

1 Nakano, T. Evidence of the Θ^+ in the $\gamma d \to K^+K^-$ pn reaction / T. Nakano et. al. // Phys. Rev. – 2009. – Vol. C79. – P. 025210.

2 Diakonov, D.I. Prediction of new charmed and bottom exotic pentaquarks / D.I. Diakonov [Electronic resource]. – 2010. – Mode of access: http://arxiv.org/pdf/hep–ph/10032157. – Date of access: 06.09.2011.

3 Logunov, A.A. Quasioptical approach in quantum field theory / A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze // Nuovo Cimento. – 1963. – Vol. 29, № 2. – P. 380–399.

4 Капшай, В.Н. Лекции по теории связанных систем частиц со спином 0 и 1/2 / В.Н. Капшай, Г.Ю. Тюменков. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2005. – 100 с.

5 Максименко, Н.В. Матрица квазисвободной двухвременной функции Грина релятивистской системы со спиновой структурой (0; 1/2) / Н.В. Максименко, Г.Ю. Тюменков // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2009. – № 4 (55). – Ч. 2. – С. 153–156.

6 Nieves, J.F. Perturbative vs Schwinger-propagator method for the calculation of amplitudes in a magnetic field / J.F. Nieves, P.B. Pal [Electronic resource]. – 2006. – Mode of access: http://arxiv.org/pdf/hep–ph/10032157. – Date of access: 12.10.2006.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступило 08.11.11