

УДК 621.039.51

К устойчивости «в целом» ядерного реактора со связанными активными зонами

БАБКИН Н. А.

В статье на основе второго метода Ляпунова и метода декомпозиции [1] исследуется устойчивость стационарного режима работы реактора со связанными активными зонами, причем связь между ними предполагается не только слабой, как это считалось в работе [2], но и сильной [3]. Уравнения динамики такого реактора можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{n}_k &= F_k(n_k, z_{1k}, \dots, z_{M_k k}) + \\ &+ \sum_{j \neq k}^M \alpha_{kj} [n_k - n_j(t - \tau_{kj}) - \psi_{kj}(n_j(t - \tau_{kj}))]; \quad (4) \\ \dot{z}_{i_k k} &= \phi_{i_k k}(n_k, z_{1k}, \dots, z_{M_k k}), \quad k = 1, \dots, M; \\ i_k &= 1, \dots, M_k. \end{aligned}$$

Здесь n_k — относительное отклонение мощности k -й зоны реактора от ее стационарного уровня; переменные $z_{i_k k}$ характеризуют концентрацию излучателей запаздывающих нейтронов, температуру различных компонент k -й зоны, управляющие воздействия и т. д.; α_{kj} — постоянная, пропорциональная коэффициенту нейтронной связи между активными зонами с номерами k и j ; τ_{kj} — запаздывания.

Для нелинейных функций $F_k, \phi_{i_k k}, \psi_{kj}$ предполагаются выполненными необходимые условия гладкости, гарантирующие существование, единственность и непрерывность решений связанной системы (1). Кроме того, для функции ψ_{kj} выполняется соотношение

$$\alpha_{kj} \psi_{kj}(q_j) \leq \varepsilon_{kj} |q_j|, \quad k, j = 1, \dots, M, \dots j \neq k, \quad (2)$$

где ε_{kj} — неотрицательные числа, $q_j = n_j(t - \tau_{kj})$. Как обычно в таких задачах считаем $F_k(0) = \phi_{i_k k}(0) = \psi_{kj}(0) = 0$, т. е. начало координат

$$n_k = z_{i_k k} = 0 \quad (3)$$

является состоянием равновесия системы (1).

Очевидно, что при $\alpha_{kj} = 0$ система (1) распадается на M изолированных подсистем

$$\begin{aligned} \dot{n}_k &= F_k, \quad \dot{z}_{i_k k} = \phi_{i_k k}, \quad k = 1, \dots, M; \\ i_k &= 1, \dots, M_k. \end{aligned} \quad (4)$$

Доказаны следующие теоремы:

Теорема 1. Для любых $\alpha_{kj} > 0$ и $\tau_{kj} \geq 0$ состояние равновесия (3) системы (1) в случае слабосвязанных зон ($\psi_{kj} \equiv 0$) асимптотически устойчиво «в целом», если для каждой из подсистем (4) существует бесконечно большая положительно определенная во всем фазовом пространстве функция Ляпунова вида $V_k = v_{1k}(n_k) + v_{2k}(z_{1k}, \dots, z_{M_k k})$ и, кроме того, выполняются неравенства $0 \leq \partial v_{1k} / \partial n_k / n_k < \delta_k \leq \infty$.

Теорема 2. Пусть функция ψ_{kj} удовлетворяет соотношению (2), а каждая подсистема (4) подчиняется условиям теоремы 1, причем для производной $(\dot{V}_k)_{(4)}$ справедлива оценка

$$\begin{aligned} (\dot{V}_k)_{(4)} &\leq -\gamma_k |n_k|^2 - \sum_{i_k=1}^{M_k} \Phi_{i_k k} |z_{i_k k}|^2, \\ k &= 1, \dots, M, \end{aligned}$$

в которой γ_k и $\Phi_{i_k k}$ — положительные числа. Если выполняются неравенства $\gamma_k / \delta_k > \sum_j \alpha_{kj}$, $k = 1, \dots, M$; $j = k$, то для всех $\alpha_{kj} > 0$ и $\tau_{kj} \geq 0$ система (1) с нелинейными запаздывающими связями асимптотически устойчива «в целом».

(795/7763. Поступила в Редакцию 4/III 1974 г. Полный текст 0,45 а. л., 11 библиогр. ссылок.)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bailey F. SIAM Contr., 1966, v. 3, p. 443.
2. Бабкин Н. А., Горяченко В. Д. В сб.: Вопросы атомной науки и техники, сер. «Динамика ядерных энергетических установок». Вып. 2, М., Изд. ЦНИИатоминформ, 1972, с. 67.
3. Asahi Y., An S., Oyama A. «Nucl. Sci. and Technol.», 1967, v. 4, N 6, p. 49.