# Пространственное распределение резонансного поглощения нейтронов в блоке

В. А. Кремнев, А. А. Лукьянов

Определение пространственного распределения резонансного поглощения нейтронов в блоке, помещенном в замедлитель, представляет интерес как для теории гетерогенных реакторов, так и для ряда практических случаев (например, распределения плутония в урановом топливном элементе). Характеристикой резонансного поглощения в элементарном объеме $dv$, окружающем точку блока с координатой $\mathbf{r}$, можно считать отношение числа нейтронов резонансных энергий, поглощенных в объеме $dv$, к полному числу ядер поглотителя. Назовем это отношение «эффективным резонансным интегралом поглощения»:

$$J(\mathbf{r}) = \frac{1}{\varrho\, dv} \int\limits_u \Sigma_c(u)\, \varphi(u, \mathbf{r})\, du\, dv =$$
$$= \int\limits_u \sigma_c(u)\, \varphi(u, \mathbf{r})\, du, \qquad (1)$$

где $\varphi(u, \mathbf{r})$ — поток нейтронов в точке $\mathbf{r}$ при энергии (летаргии) $u$; $\varrho$ — концентрация ядер поглотителя в блоке; $\sigma_0(u)$ — сечение поглощения при энергии $u$. В области энергий, где резонансы можно считать изолированными, резонансный интеграл (1) вычисляется в виде суммы по отдельным уровням:

$$J(\mathbf{r}) = \sum_i J^i(\mathbf{r}) = \sum_i \int\limits_u \sigma_c^i(u)\, \varphi(u, \mathbf{r})\, du, \qquad (1a)$$

и так как поведение сечения в окрестности $i$-го резонанса обычно известно, то проблема исследования пространственного распределения резонансного поглощения ограничивается задачей нахождения потока нейтронов в блоке $\varphi(u, \mathbf{r})$.

В работах В. В. Орлова [1] и Вагнера [2] распределение резонансного поглощения нейтронов в блоке находилось с использованием приближения Гуревича — Померанчука. В этом приближении резонансы предполагаются сильными ($\Sigma_0 d \gg 1$), а эффект замедления нейтронов в блоке считается несущественным ($\Sigma_{sp} d \ll 1$). Однако в ряде практических случаев нельзя пренебречь резонансным поглощением замедляющихся нейтронов. Например, в блоке из $UO_2$ диаметром 1 *см* замедляющиеся нейтроны вносят вклад в $J(\mathbf{r})$ около 15% [3].

Предлагаемый метод вычисления пространственно-энергетического распределения потока резонансных нейтронов учитывает эффект замедления нейтронов в блоке в рамках приближения «узкого резонанса» (средняя потеря энергии при столкновении нейтрона с ядром поглотителя значительно превышает ширину резонанса) и основывается на использовании соответствующих функций, определяемых в моноэнергетической теории переноса [4] для пространственного распределения нейтронов в блоке после первого столкновения.

Для блока, помещенного в бесконечную среду замедлителя, поток нейтронов с энергией, достаточно удаленной от энергии изолированного резонанса $E_i$, одинаков во всех точках блока и равен потоку нейтронов в замедлителе. Используя это обстоятельство и общее интегральное уравнение для потока нейтронов в точке [4], можно получить выражение для потока нейтронов резонансной энергии

$$\varphi(u, \mathbf{r}) = \Sigma_{sp} \int\limits_v K(\mathbf{r}' \to \mathbf{r})\, dv +$$
$$+ \int\limits_s K(\mathbf{r}'_s \to \mathbf{r})\, dS\, |\Omega_n|, \qquad (2)$$

где

$$K(\mathbf{r}' \to \mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-\Sigma |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2};$$

$|\Omega_n|$ — косинус угла между направлением $\mathbf{r}'_s - \mathbf{r}$ и внешней нормалью к поверхности блока в точке $\mathbf{r}'_s$; $dS$ — элемент поверхности блока в окрестности точки $\mathbf{r}_s$; $\Sigma$ — полное сечение в блоке, равное $\Sigma_{sp} + \Sigma_r = \varrho(\sigma_{sp} + \sigma_r)$. Здесь $\sigma_{sp}$ — сечение потенциального рассеяния, отнесенное к одному ядру поглотителя, $\sigma_r$ — полное резонансное сечение. Используя свойства функции $K(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$ [5], соотношение (2) можно привести к виду

$$\varphi(u, \mathbf{r}) = \frac{\sigma_{sp}}{\sigma} + \frac{\sigma_r}{\sigma} \int\limits_s K(\mathbf{r}'_s - \mathbf{r})\, |\Omega_n|\, dS =$$
$$= \frac{\sigma_{sp}}{\sigma} + \frac{\sigma_r}{\sigma} \varphi^*(u, \mathbf{r}), \qquad (2a)$$

где $\varphi^*(u, \mathbf{r})$ — функция распределения потока нейтронов в блоке после первого столкновения при условии, что на поверхности блока находится равномерно распределенный изотропный источник единичной мощности [6]. Подставляя формулу (2a) в (1a) и заменяя переменную $u$ на $E$, получим

$$J^i(\mathbf{r}) = \int\limits_{(E)} \frac{\sigma_c^i \sigma_{sp}}{\sigma} \frac{dE}{E} +$$
$$+ \int\limits_E \frac{\sigma_c^i \sigma_r^i}{\sigma} \varphi^*[\Sigma(E), \mathbf{r}] \frac{dE}{E}. \qquad (3)$$

Здесь первый член представляет собой резонансный интеграл поглощения для $i$-го уровня в бесконечной гомогенной среде [4]. С помощью формулы (3), которая использовалась для вычисления резонансного поглощения отдельным уровнем со значениями функции $\varphi^*(\Sigma, \mathbf{r})$, взятыми из работы Стюарта [6], определялось пространтсвенное распределение резонансного поглощения в цилиндрическом блоке из $UO_2$ с радиусом $R = 0{,}5$ *см* (рис. 1) для температуры

300 и 0° K. Абсолютное значение $J(r)$ в элементе объема определялось суммированием по известным разрешенным уровням $U^{238}$ [7]; при более высоких энергиях для расчета использовались средние резонансные параметры. Результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными [3].

В тех случаях, когда допплеровское уширение резонансов несущественно, для всех сильных уровней можно выделить общий коэффициент, зависящий только от координаты рассматриваемой точки блока

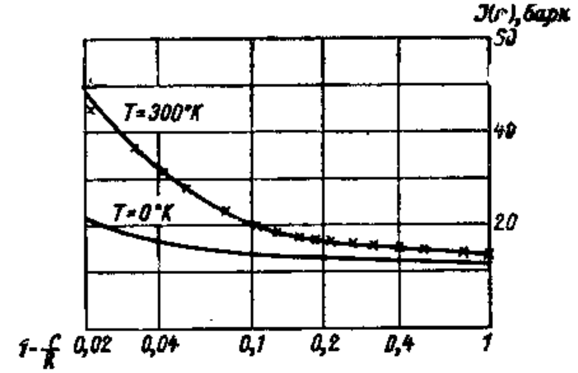


Рис. 1. Распределение резонансного поглощения нейтронов в цилиндрическом блоке с радиусом $R = 0{,}5$ *см*:

—— — данные расчета; × — экспериментальные данные [3].

и концентрации поглотителя. Для этого представим формулу (3) в виде

$$J^i(\mathbf{r}) = \int\limits_{(E)} \frac{\sigma_c^i \sigma_{sp}}{\sigma} \frac{dE}{E} + \frac{1}{4\pi} \int\limits_s \left[ F(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_s|) - \right.$$

$$\left. - \Sigma_{sp} \int\limits_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_s|}^{\infty} F(x)\, dx \right] \frac{|\Omega_n|\, dS}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_s|^2}, \qquad (4)$$

где

$$F(x) = \int\limits_{(E)} \sigma_c^i e^{-\Sigma x} \frac{dE}{E}. \qquad (5)$$

Если для описания энергетической зависимости сечения в окрестности резонанса использовать формулу Брейта — Вигнера, то при больших значениях параметра $\Sigma_0^i |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_s|$ (здесь $\Sigma_0^i$ — сечение в резонансе) для $F(x)$ можно использовать асимптотическое выражение [8]

$$F(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_s|) \simeq J_v^i \frac{e^{-\Sigma_{sp} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_s|}}{\sqrt{\pi \Sigma_{sp} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_s|}}, \qquad (5а)$$

где $J_v^i = \int\limits_{(E)} \frac{\sigma_c^i \sigma_{sp}}{\sigma} \frac{dE}{E}$. Подставляя (5а) в (4), получим

$$J^i(\mathbf{r}) = J_v^i P(\Sigma_{sp}, \mathbf{r}),$$

где

$$P(\Sigma_{sp}, \mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int\limits_s \frac{dS\, |\Omega_n|}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_s|^2} \left[ \frac{e^{-\Sigma_{sp} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_s|}}{\sqrt{\pi \Sigma_{sp} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_s|}} + \right.$$

$$\left. + \Phi\left( \sqrt{\Sigma_{sp} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_s|} \right) \right] \qquad (6)$$

(здесь Ф — интеграл ошибок).

Функция $P(\Sigma_{sp}, \mathbf{r})$ представляет собой коэффициент экранировки, зависящий от геометрии блока,

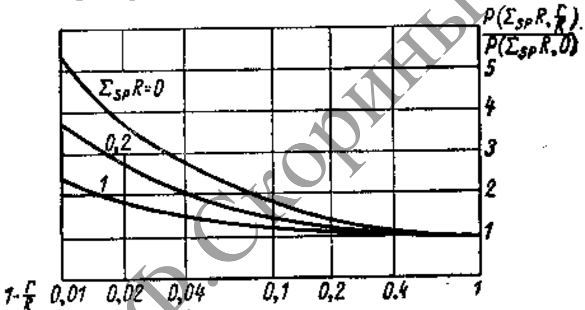


Рис. 2. Относительные значения коэффициента $P$ для цилиндрических блоков при разных значениях параметра $\Sigma_{sp}R$.

расстояния от центра блока и концентрации поглотителя. На рис. 2 приведено отношение коэффициента $P$ в точке $r$ цилиндрического блока к соответствующему значению $P$ в центре блока. По оси абсцисс отложено отношение расстояния от поверхности блока к радиусу в логарифмическом масштабе. В случае $\Sigma_{sp} R = 0$, соответствующем приближению Гуревича — Померанчука, величина $P\left(0, \frac{r}{R}\right)/P(0, 0)$ совпадает со значениями, полученными в работе [2]. Замедление в блоке приводит к выравниванию пространственного распределения резонансного поглощения. При этом на поверхности блока функция $P$ обращается в бесконечность, что связано с использованием асимптотической формулы (5а).

Поступило в Редакцию 21/V 1962 г.

## ЛИТЕРАТУРА


1. В. В. Орлов. «Атомная энергия», 4, вып. 6, 531 (1958).
2. M. Wagner. J. Nucl. Sci. and Engng, 8, 278 (1960).
3. G. Smith, D. Klein, J. Mitchell. J. Nucl. Sci. and Engng, 9, 421 (1961).
4. Б. Дэвисон. Теория переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1960, стр. 30.
5. Г. И. Марчук. Методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1961, стр. 30.
6. C. Stuart. J. Nucl. Sci. and Engng, 2, 617 (1957).
7. J. Rosen, J. Rainwater, W. Havens. Phys. Rev., 118, 687 (1960).
8. А. А. Лукьянов, В. В. Орлов. В Сб.: «Теория и методы расчета реакторов». М., Госатомиздат, 1962, стр. 179.