3. Е. С. Глушков и др. Доклад № 355, представленный СССР на Третью международную конференцию по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1964).
4. В. И. Носов. «Атомная энергия», 23, 25 (1967).
5. С. Н. Барков. «Атомная энергия», 24, 335 (1968).
6. И. С. Березин, Н. П. Жидков. Методы вычислений. Т. 1. М., «Наука», 1966, стр. 501.
7. T. Auerbach et al. Доклад № 690, представленный Швейцарией на Третью международную конференцию по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1964).
8. Reactor Physics constants, ANL-5800, 1963.

Расчет критичности реактора в асимптотическом приближении

В. С. ШУЛЕПИН

УДК 621.039.51.134

В работах [1—3] рассмотрено применение асимптотической теории для расчета критичности реактора. При этом на границе рассеивающих сред использовались условия непрерывности односторонних токов, что позволило получить высокую точность. Однако предложенные в этих работах методы ограничены лишь односкоростным приближением. Ниже рассматривается применение асимптотической теории для расчета критичности реактора в многогрупповом приближении.

Систему многогрупповых уравнений реактора запишем в следующем виде:

$$D_i \Delta\varphi_{0i} - \Sigma_i (1-c_i)\varphi_{0i} + S_i = 0, \tag{1}$$

где

$$S_i = \sum_{j>i} \Sigma_{ji}\varphi_{0j} + \frac{\chi_i}{K_{\text{эфф}}} \sum_j (\nu_f \Sigma_f)_j \, \varphi_{0j};$$

φ_{0i} — асимптотический скалярный поток нейтронов; Σ_i — полное макроскопическое сечение; c_i — число вторичных нейтронов на столкновение без учета деления; i — номер группы.

При использовании асимптотического P_N-приближения (P_{AN}-приближения) коэффициент диффузии D_i в уравнении (1) определяется равенством $D_i = (1-c_i)/\gamma_i^2\Sigma_i$, где γ_i^2 является наименьшим корнем характеристического уравнения [4]:

$$M_{N+1,\,i}\left(\frac{1}{\gamma_i}\right) = 0.$$

Здесь M_{ni} — полиномы степени n, подчиняющиеся рекуррентному соотношению

$$M_{n+1,\,i} = \frac{(2n+1)(1-c_i a_{ni}) M_{ni} - n\gamma_i M_{n-1,\,i}}{\gamma_i (n+1)}$$

при условии $M_{0i} = 1$. В этой формуле a_{ni} — коэффициенты разложения индикатрисы рассеяния, которая представляется в виде

$$W_i(\Omega' \to \Omega) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N} (2k+1) a_{ki} P_k(\Omega'\Omega).$$

Если используется асимптотическое приближение точного решения уравнения переноса ($A\nu$-приближение), то коэффициент D_i в уравнении (1) определяется по формуле $D_i = (1-c_i)/\nu_i^2\Sigma_i$, где при изотропном рассеянии ν_i является корнем уравнения

$$\frac{2\nu_i}{c_i} = \ln\left(\frac{1+\nu_i}{1-\nu_i}\right).$$

При анизотропном рассеянии величину ν_i можно определить из характеристического уравнения работы [5].

В качестве условий на границе рассеивающих сред для уравнения (1) используем непрерывность односторонних токов. Рассмотрим вывод граничных условий P_{A3}-приближения. В этом случае условия непрерывности односторонних токов на границе приводят к непрерывности выражений

$$D_i \frac{d\varphi_{0i}}{dz} \tag{2}$$

(z — пространственная координата) и

$$\varphi_{0i} + \frac{5}{4}\varphi_{2i}. \tag{3}$$

Функцию φ_{2i} выразим через φ_{0i} с помощью уравнений P_3-приближения и уравнения (1). Уравнения P_3-приближения запишем в виде

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\varphi_{1i}}{dz} + \Sigma_i (1-c_i)\varphi_{0i} = S_i;\\
&\frac{1}{3}\cdot\frac{d\varphi_{0i}}{dz} + \frac{2}{3}\cdot\frac{d\varphi_{2i}}{dz} + \Sigma_i(1-a_{1i}c_i)\varphi_{1i} = 0;\\
&\frac{2}{5}\cdot\frac{d\varphi_{1i}}{dz} + \frac{3}{5}\cdot\frac{d\varphi_{3i}}{dz} + \Sigma_i(1-a_{2i}c_i)\varphi_{2i} = 0;\\
&\frac{3}{7}\cdot\frac{d\varphi_{2i}}{dz} + \Sigma_i(1-a_{3i}c_i)\varphi_{3i} = 0.
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Определим производную φ'_{2i} из второго уравнения (4) и подставим ее в четвертое уравнение. Дифференцируя полученное уравнение и заменяя в нем φ'_{1i} с помощью первого уравнения (4), придем к следующему выражению φ'_{3i}:

$$\varphi'_{3i} = \frac{9}{14}\cdot\frac{\frac{1}{3}\varphi''_{0i} - (1-a_{1i}c_i)\Sigma_i[\Sigma_i(1-c_i)\varphi_{0i} - S_i]}{\Sigma_i(1-a_{3i}c_i)}.$$

Подставим φ'_{3i} в третье уравнение (4), заменив при этом производные φ'_{1i} и φ''_{0i} с помощью первого уравнения системы (4) и уравнения (1) соответственно. В результате получим искомое выражение для φ_{2i}:

$$\varphi_{2i} = \frac{2}{5}\left[\frac{\Sigma_i(1-c_i)\varphi_{0i} - S_i}{\Sigma_i(1-a_{2i}c_i)}\right] \times \left[1 - \frac{9}{28}\cdot\frac{1 - 3D_i\Sigma_i(1-a_{1i}c_i)}{D_i\Sigma_i(1-a_{3i}c_i)}\right].$$

В случае $A\nu$-приближения условия непрерывности односторонних токов приводят к непрерывности тока (2) и выражения

$$\alpha_i\left[\varphi_{0i}-\frac{S_i}{\Sigma_i(1-c_i)}\right]+\frac{S_i}{\Sigma_i(1-c_i)}, \qquad (5)$$

где

$$\alpha_i=\frac{-c_i\ln(1+\nu_i^2)}{\nu_i^2}.$$

Условие на внешней границе реактора заключается в равенстве нулю одностороннего тока, входящего в среду.

Ниже приведены результаты аналитического расчета величины $K_{\text{эфф}}$ плоского реактора с отражателем в двухгрупповом P_{A3}- и $A\nu$-приближениях с граничными условиями (2), (3) и (2), (5) соответственно:

S_4	1,243
$A\nu$	1,254
P_{A3}	1,255
Диффузионное приближение	1,165

Размеры зон реактора и групповые сечения даны в работе [6]. Для сравнения в выводах приведены также значения $K_{\text{эфф}}$, вычисленные S_4-методом и в диффузионном приближении.

Полученные результаты указывают на высокую точность P_{A3}- и $A\nu$-приближений, причем по трудоемкости эти методы примерно равны диффузионному приближению.

Поступило в Редакцию 7/V 1969 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Шулепин. «Атомная энергия», 19, 385 (1965).
2. В. Б. Троянский, А. В. Смелянская. В сб. «Инженерно-физические вопросы ядерных реакторов». М., Атомиздат, 1966, стр. 78.
3. В. С. Шулепин. «Атомная энергия», 23, 551 (1967).
4. Г. Я. Румянцев. «Атомная энергия», 18, 459 (1965).
5. J. Mika. Nucl. Sci. and Engng, 11, 415 (1961).
6. O. Chiovato, G. Clerici. J. Nucl. Energy, 21, 303 (1967).

Расчет критичности реактора путем решения системы нелинейных уравнений

В. С. ШУЛЕПИН, Г. Я. РУМЯНЦЕВ

УДК 621.039.51.134

В работах [1, 2] предлагается заменять уравнение диффузии эквивалентной ему системой двух нелинейных уравнений первого порядка. Такой математический прием в некоторых случаях может оказаться более удобным, чем известный метод факторизации [3]. Он позволяет, например, найти величину $K_{\text{эфф}}$ без итераций источников и даже без вычисления функций пространственно-энергетического распределения.

В работе [2] рассмотрено лишь одногрупповое приближение. Двухгрупповое приближение, предложенное в работе [1], трудно распространить на большее число групп. Ниже описан многогрупповой метод (для любого числа энергетических групп). Свойства среды могут быть непрерывными функциями координат.

Многогрупповую систему уравнений диффузии запишем в векторно-матричной форме

$$\frac{1}{r^\nu}\cdot\frac{d}{dr}r^\nu\hat{D}\frac{d\Phi}{dr}+\hat{B}\Phi=0, \qquad (1)$$

где использованы обозначения работы [4]. Преобразование уравнения (1) к системе нелинейных уравнений выполним с помощью матрицы $\hat{\beta}$, которую определим следующим образом:

$$\hat{\beta}\Phi=\hat{E}\Phi+2\hat{D}\frac{d\Phi}{dr}, \qquad (2)$$

где $\hat{E}$ — единичная матрица. Из равенства (2) найдем связь вектора потока нейтронов с его производной:

$$\frac{d\Phi}{dr}=\frac{\hat{D}^{-1}(\hat{\beta}-\hat{E})\Phi}{2}. \qquad (3)$$

Применив к равенству (2) оператор $\frac{1}{r^\nu}\cdot\frac{d}{dr}r^\nu$, получим

$$\frac{1}{r^\nu}\cdot\frac{d}{dr}r^\nu\hat{\beta}\Phi+(\hat{\beta}-\hat{E})\frac{d\Phi}{dr}=$$

$$=\frac{\nu\hat{E}\Phi}{r}+\frac{2}{r^\nu}\cdot\frac{d}{dr}r^\nu\hat{D}\frac{d\Phi}{dr}. \qquad (4)$$

Если использовать (1) и (3), то можно привести уравнение (4) к следующему виду:

$$\left[\frac{d\hat{\beta}}{dr}+\frac{(\hat{\beta}-\hat{E})\hat{D}^{-1}(\hat{\beta}-\hat{E})}{2}+\frac{\nu}{r}(\hat{\beta}-\hat{E})+2\hat{B}\right]\Phi=0.$$

Потребуем, чтобы матрица перед Φ в левой части последнего равенства была равна нулю. Это даст нелинейное уравнение для матричной функции $\hat{\beta}(r)$:

$$\frac{d\hat{\beta}}{dr}=(\hat{E}-\hat{\beta})\left[\frac{\nu\hat{E}}{r}+\frac{\hat{D}^{-1}(\hat{\beta}-\hat{E})}{2}\right]-2\hat{B}. \qquad (5)$$