формула Вальтера [4]:

$$\tau_a = 2{,}64 \cdot 10^{-26} Z^{3,94} \lambda^3. \qquad (1)$$

Из нашего предположения следует, что если энергия γ-квантов находится между L- и M-уровнями элемента, то атомный коэффициент фотопоглощения выражается аналогичной формулой:

$$\tau_a = C Z^{3,94} \lambda^3. \qquad (2)$$

В обоих случаях длина волны γ-излучения λ выражена в ангстремах. Электронный коэффициент фотопоглощения определяется равенством [2]

$$\tau_e = \frac{\tau_a}{Z}. \qquad (3)$$

Подставив (1) и (2) в выражение (3), найдем значения $(\tau_e)_1$ и $(\tau_e)_2$, которые по условию задачи должны быть равны, если в $(\tau_e)_1$ заменить Z на $Z_{эфф}$:

$$2{,}64 \cdot 10^{-26} Z_{эфф}^{2,94} = C Z^{2,94}.$$

Отсюда получим уравнения для определения $Z_{эфф}$ и неизвестной константы C:

$$C = 2{,}64 \cdot 10^{-26} \left(\frac{Z_{эфф}}{Z} \right)^{2,94}; \qquad (4)$$

$$Z_{эфф} = Z \left(\frac{C}{2{,}64 \cdot 10^{-26}} \right)^{0,34}. \qquad (5)$$

Подставив в формулу (4) взятое из таблицы среднее значение $Z_{эфф}/Z = 0{,}288$, найдем значение константы C. Тогда $C = 6{,}80 \cdot 10^{-28}$, и формула (2) примет следующий вид:

$$\tau_a = 6{,}80 \cdot 10^{-28} Z^{3,94} \lambda^3. \qquad (6)$$

Подставив значение C в выражение (5), найдем соотношение между Z и $Z_{эфф}$ элементов в интервале от L- до M-скачка поглощения:

$$Z_{эфф} = 0{,}288 Z = \frac{Z}{3{,}48}. \qquad (7)$$

Таким образом, атомный номер элемента по отношению к γ-квантам, энергия которых лежит между его L- и M-уровнями, уменьшается примерно в 3,5 раза. Если среда сложного состава содержит элементы, L-уровень которых выше энергии γ-излучения, то при расчете $Z_{эфф}$ такой среды по формуле Поройкова [2] необходимо заменить Z этих элементов на их $Z_{эфф}$, которые определяются соотношением (7). Следует отметить, что формулы (6) и (7) дают хорошую точность вычислений для тяжелых элементов с $Z \geqslant 80$. При уменьшении Z точность снижается. Возможность применения этих формул для элементов с $Z \leqslant 70$ пока не ясна, так как в настоящее время имеется очень мало данных о значениях коэффициентов фотопоглощения между L- и M-уровнями этих элементов.

Поступило в Редакцию 15/V 1969 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. П. Леман. «Атомная энергия», 27, 474 (1969).
2. И. В. Поройков. Рентгенометрия. М. — Л., Гостеортехиздат, 1950.
3. Х. А. Либхафски и др. Применение поглощения и испускания рентгеновских лучей (рентгеновский спектрохимический анализ). М., «Металлургия», 1964.
4. М. А. Блохин. Физика рентгеновских лучей. М., Гостеортехиздат, 1957.

Статистический разброс пробегов тяжелых заряженных частиц

В. С. КЕССЕЛЬМАН, Ю. В. БУЛГАКОВ

УДК 539.17

В результате статистических флюктуаций неупругих потерь энергии и флюктуаций, обусловленных упругими столкновениями, пробеги заряженных частиц с одинаковой начальной энергией E разбросаны около среднего значения пробега $\overline{R}$. В общем случае разброс пробегов несимметричен относительно среднего значения и наиболее вероятный пробег не совпадает со средним, определяемым по формулам, полученным в работе [1]. Для характеристики асимметрии кривой распределения пробегов используем параметр Sk, называемый «скошенностью» [2] и определяемый соотношением

$$Sk = \frac{\overline{\Delta R^3 (E)}}{[\overline{\Delta R^2 (E)}]^{3/2}}, \qquad (1)$$

где

$$\overline{\Delta R^2 (E)} = \overline{[R(E) - \overline{R}(E)]^2} \text{ и } \overline{\Delta R^3 (E)} = \overline{[R(E) - \overline{R}(E)]^3} \qquad (2)$$

представляют собой второй и третий центральные моменты распределения [2]: $R(E)$ — пробег заряженной частицы (иона). Для определения $\overline{\Delta R^2 (E)}$ и $\overline{\Delta R^3 (E)}$ воспользуемся уравнением для начальных моментов [2], полученным в работе [3]. Это уравнение, записанное в безразмерных переменных ε и ρ, для m-го момента имеет вид

$$m \langle \rho^{m-1} (\varepsilon) \rangle = \frac{1}{\gamma} \int_0^{\varepsilon^2} \frac{dt}{2t^{3/2}} f(t^{1/2}) \left\{ \langle \rho^m (\varepsilon) \rangle - \left\langle \rho^m \left(\varepsilon - \frac{\gamma t}{\varepsilon} \right) \right\rangle \right\} + K \varepsilon^{1/2} \frac{d}{d\varepsilon} \langle \rho^m (\varepsilon) \rangle. \qquad (3)$$

Здесь $\gamma = \dfrac{4 M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2}$, где M_1, M_2 — масса иона и атома тормозящей среды соответственно; параметр K определяет потери энергии в неупругих столкновениях и для случая $M_1 \gg M_2$ (и, следовательно, $\gamma \ll 1$) находится в пределах $0{,}1 \leqslant K \leqslant 0{,}15$ [1]; $t^{1/2} = \varepsilon = \sin \dfrac{\theta}{2}$ (θ — угол рассеяния в системе центра масс). Функция $f(t^{1/2})$ характеризует упругое рассеяние [3]. Связь между ε и E, ρ и R дается соотношениями, приведенными в работе [1].

В качестве сечения упругих столкновений возьмем сечение, рассчитанное на основе степенного потенциала:

$$V(r) = Z_1 Z_2 e^2 a_S^{S-1} S^{-1} r^{-S}. \qquad (4)$$

В выражении [4] Z_1e, Z_2e — заряд иона и атома мишени соответственно; r — межатомное расстояние; $a_S \approx \approx a_{\text{Т.Ф.}}$ — радиус экранирования Томаса — Ферми, равный $0{,}468\ (Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{-1/2}$. В случае потенциала вида (4) функция $f(t^{1/2})$ имеет вид

$$f(t^{1/2}) = f_S(t^{1/2}) = \lambda_S t^{1/2-1/S},\quad 0{,}3 \leqslant \lambda_S \leqslant 1. \tag{5}$$

Используя соотношение для $f(t^{1/2})$ в форме (5) и малость параметра γ, в случае $M_1 \gg M_2$ уравнение (3), записанное для $\overline{\Delta\rho^2}(\varepsilon)$ и $\overline{\Delta\rho^3}(\varepsilon)$, можно решить аналитически. Опустив многочисленные промежуточные преобразования, для случая, когда можно пренебречь потерями энергии в неупругих столкновениях (это справедливо для $\varepsilon < 1$, что составляет в случае $M_1 \gg M_2$ для $\varepsilon = 1$ несколько сот килоэлектронвольт), получим следующее выражение для параметра Sk:

$$Sk(S) = \frac{8}{3}\gamma^{1/2}\frac{\left(2-\frac{1}{S}\right)^{3/2}\left(\frac{1}{S}\right)^{1/2}}{\left(1-\frac{1}{S}\right)^{3/2}\left(3-\frac{1}{S}\right)},\quad S > 1. \tag{6}$$

Для низких энергий хорошим приближением для истинного потенциала межатомного взаимодействия является потенциал, зависящий от межатомного расстояния как r^{-2}. В этом случае

$$Sk(2) = 1{,}96\gamma^{1/2}. \tag{6'}$$

Из формулы (6) следует, что в пределе низких энергий в случае степенного потенциала параметр Sk не зависит от энергии и положителен, что указывает на наличие «хвоста» в правой части кривой распределения. Величина скошенности растет с увеличением γ, т. е. когда M_1 приближается по величине к M_2 и тем самым увеличивается максимальный угол рассеяния: $[\sin\theta]_{\text{макс}} = \frac{M_2}{M_1}$.

В другом крайнем случае больших энергий, когда $\varepsilon \gg 1$ (точнее, $K\varepsilon^{1/2} \gg \lambda_S$) и можно пренебречь потерями энергии в упругих столкновениях, выражение для скошенности имеет вид

$$Sk(S, \lambda_S, K; \varepsilon) = \left(\frac{\gamma}{2\lambda_S K}\right)^{1/2}\left[\left(2-\frac{1}{S}\right)\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{S}\right)\right]^{3/2} \times \left\{\frac{3\lambda_S\varepsilon^{1/4-1/S}}{\left(2-\frac{1}{S}\right)^2\left(\frac{5}{2}-\frac{4}{S}\right)} - \frac{K\varepsilon^{1/S-1/4}}{\left(1-\frac{1}{S}\right)\left(3-\frac{1}{S}\right)}\right\},\quad S > 1. \tag{7}$$

Так как большие энергии соответствуют значениям величины $t^{1/2} \geqslant 0{,}1$, а с ростом $t^{1/2}$ функция $f(t^{1/2})$ уменьшается [3], следовательно, в выражении (5) $S < 2$. Учитывая, что $S > 1$, примем в рассматриваемом диапазоне энергий $S = 3/2$. Приняв $K = 0{,}1$ и $\lambda 3/2 = 0{,}5$, получим

$$Sk\left(\frac{3}{2};\ 0{,}5;\ 0{,}1;\ \varepsilon\right) = -0{,}14\gamma^{1/2}\left(5{,}06\varepsilon^{-0{,}42} + 0{,}13\varepsilon^{0{,}42}\right). \tag{8}$$

Из выражения [8] следует, что параметр асимметрии отрицателен и по модулю много меньше единицы. Из анализа выражения [7] для других значений S следует, что в диапазоне больших энергий, где доминируют потери энергии в неупругих «электронных» столкновениях, модуль параметра Sk значительно меньше единицы и форма кривой распределения пробегов близка к гауссовой.

Таким образом, можно сделать вывод, что основной вклад в асимметрию кривой распределения пробегов вносят отдельные флюктуации в упругих столкновениях. С ростом энергии форма кривой приближается к гауссовой и соответствует ей при значении энергетического параметра $\varepsilon = \varepsilon_0$, определяемого выражением

$$\varepsilon_0(S) = \left[\frac{3\lambda_S\left(1-\frac{1}{S}\right)\left(3-\frac{1}{S}\right)}{K\left(2-\frac{1}{S}\right)^2\left(\frac{5}{2}-\frac{4}{S}\right)}\right]^{\frac{2S}{4-S}}. \tag{9}$$

Для $S = 2$ ($\lambda_2 = 0{,}327$) величина ε_0 равна

$$\varepsilon_0(2) \approx \left(\frac{1{,}09}{K}\right)^2. \tag{9'}$$

Отмеченный в данной работе характер зависимости параметра асимметрии от энергии иона согласуется с выводами экспериментальной работы [4].

В настоящей работе предполагалось, что $M_1 \gg M_2$, и поэтому многократным рассеянием можно пренебречь [5]. При более строгом подходе многократное рассеяние необходимо учитывать (это будет сделано в дальнейшем).

В заключение отметим, что путем решения кинетического уравнения для функции распределения потерь энергии ионом, прошедшим через тонкий поглотитель (толщина поглотителя $r \ll \overline{R}$), нами получена формула для функции распределения энергетических потерь (как для степенного потенциала, так и потенциала Томаса — Ферми), которая может быть использована для нахождения аналитического соотношения, определяющего разброс пробегов ионов ($r = \overline{R}$). Результаты расчета будут сообщены позднее.

Поступило в Редакцию 12/III 1969 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Кессельман. «Атомная энергия», 24, 557 (1968).
2. Е. С. Вентцель. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962.
3. J. Lindhard et al. Kgl. daske vid. selsab. Mat-fys. medd., 33, № 14 (1963).
4. T. Andersen, G. Sørensen. Canad. J. Phys., 46, 483 (1968).
5. В. С. Кессельман. «Атомная энергия», 26, 60 (1969).