

В. Н. Княгина, В. С. Монахов
г. Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

О P -РАЗРЕШИМОСТИ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ С P -СУБНОРМАЛЬНОЙ СИЛОВСКОЙ P -ПОДГРУППОЙ

Все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Используемые обозначения и терминология соответствует [1]. Множество всех простых чисел обозначается P .

А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева и В. Н. Тютянов [2] ввели следующее понятие. Подгруппа H группы G называется P -субнормальной, если либо $H = G$, либо существует цепочка подгрупп

$$H = H_0 \leq H_1 \leq \dots \leq H_n = G$$

такая, что $H_i / H_{i-1} \in P$ для любого $i = 1, 2, \dots, n$.

Группы с системами P -субнормальных подгрупп исследовались в работах многих авторов, см. литературу в [2]–[5]. В частности, группы, в которых все силовские подгруппы P -субнормальны, достаточно подробно описаны [2], [3], [5].

Доказана следующая

Теорема. *Если в группе G силовская p -подгруппа P -субнормальна и $p > 2$, то G p -разрешима.*

Ограничение $p > 2$ убрать нельзя, примером служит простая группа порядка 60.

Следствие 1. *Если в группе G силовская 3-подгруппа и силовская 5-подгруппа P -субнормальны, то G разрешима.*

Следствие 2. *Пусть G – простая неабелева группа и $r \in \pi(G)$. Тогда и только тогда в группе G существует P -субнормальная подгруппа порядка r , когда выполняется одно из следующих утверждений:*

- (1) $r = 2$ и группа G изоморфна любой из следующих групп: $L_2(7)$, $L_2(11)$, $L_3(3)$, $L_3(5)$, $L_2(2^n)$, $2^n + 1 = p$ – простое число;
- (2) $r = 3$ и группа G изоморфна $L_3(3)$;
- (3) $r = 5$ и группа G изоморфна $L_3(5)$.

Список использованных источников

1 Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск : Вышэйшая школа, 2006. – 207 с.

2 Васильев, А. Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Сибирский матем. журн. – 2010. – Том 51, № 6. – С. 1270–1281.

3 Kniagina, V. N. Finite groups with P -subnormal subgroups / V. N. Kniagina, V. S. Monakhov // Ricerche di Matematica. – 2013. – Vol. 62, № 2. – P. 307–322.

4 Kniagina, V. N. On supersolvability of finite groups with P -subnormal subgroups / V. N. Kniagina, V. S. Monakhov // International J. Group Theory. – 2013. – Vol. 2, № 4. – P. 21–29.

5 Монахов, В. С. Конечные группы с абнормальными и U -субнормальными подгруппами / В. С. Монахов // Сибирский матем. журн. – 2016. – Т. 57, № 2. – С. 447–462.